

Manau, jog visuomeniniai ekologiniai judėjimai sugebės „paspausti“ savo šalių vyriausybes, kad JTO, pasitelkusi pakankamą skaičių rimtų ir objektyvių mokslininkų, organizuotų reikalingus tyrimus ir galų gale nustatytų, kaip yra iš tikrųjų. Neleistina aklai žaisti planetos ir žmonių likimu, „tempiant gumą“. Nejaugi pasaulio mokslininkai bendromis jėgomis nesugebės nustatyti, kas čia teisingas, kas apsirinka ir kas suinteresuotas ir sąmoningai apgaudinėja visuomenę? Jei atsirado lėšų CERN, nejaugi neatsiras lėšų ekologinių hipotezių patikrinimui?

Taip pat labai svarbu, kad į ekologiją būtų pradėta žiūrėti žymiai plačiau ir sistemiškiau. **Reikia pradėti rūpintis ne tik žmogų supančia fizine, bet ir dvasine aplinka, reikia pradėti mažinti ne tik fizinę taršą, nuodijančią žmogaus kūną, bet ir informacinę taršą, nuodijančią žmogaus sąmonę, jo dvasią.**

Dabar, deja, pastarosios taršos žalą ir tos taršos plitimo tolimąsias pasekmes mato ir supranta tik nedaugelis. Todėl su ta tarša kol kas rimtai nekovoja, ir jos mastai labai sparčiai auga. Kasdien iš televizorių ir kino ekranų, iš spaudos ir interneto puslapių sklindanti gausi, „spalvinga“ ir skandalinga informacija, „besigardžiuojanti“ žiauriu smurtu, žudynėmis ir sprogdinimais, bedvasiu ir besaikiu seksu, kurio scenos neretai tampa pornografiniais vaizdeliais, būdama specialiai orientuota į individo fiziologinių vartotojiškų bei grobuoniškų instinktų skatinimą ir tuos instinktus atitinkančių „poreikių“ tenkinimą, ne tik nepadeda pilnavertės atsakingos asmenybės, randančios pasitenkinimą ir džiaugsmą gėrio ir grožio kūryboje, ugdymui, bet žaloja žmogų, ugdydama jame primityvų gyvūną, turintį vienintelį tikslą – vartoti ir pramogauti, tik imti, nieko neduodant kitiems.

Manau, jog **neįmanoma efektyviai kovoti prieš fizinę taršą, nesustabdžius dvasinės taršos ir nepašalinus žmonėse tos taršos padarinių. Juk, norint pakeisti žmonių elgesį, būtina pakeisti jų mąstymą, jų požiūrį į save ir į pasaulį, į žmogaus vaidmenį jame.**

Labai svarbu, kad žmogus išsiugdytų savyje teisingą, t. y. atitinkančią moralės principus, **vertybinę orientaciją ir sisteminį mąstymą** bei iš jų išplaukiantį **tvirtą įsitikinimą, jog laikytis „auksinės taisyklės“** (žiūr. šios mokymo priemonės „Įvado“ 0.2.4. skyrelį) **ne tik privalu, bet ir asmeniškai naudinga.**

Prie to, kaip reikia ir galima keisti šiuolaikinės visuomenės santvarką ir visuomenės sąmonėje įsigalinčias klaidingas ir žalingas nuostatas, pavojingas visai žmonių populiacijai, mes dar grįšime šios mokymo priemonės 1.16.4. poskyryje.

1.14. skyriaus santrauka

Šio skyriaus turinys gana platus ir margas: pirmieji vienuolika skyrelių, kuriuos galima laikyti 1.14. skyriaus poskyriais, yra skiriami statistiniam modeliavimui, 1.14.12. skyrelis – matematinės ekonomikos ir ekonometrikos modeliams ir metodams, 1.14.13. skyrelis – statistinės analizės, matematinio modeliavimo ir ekonometrikos metodų taikymui ekologijoje.

1.14.1. skyrelyje nagrinėjamas sąryšis tarp statistinio ir imitacinio modeliavimo. Parodoma, jog tie du matematinio modeliavimo būdai, nors ir yra gana artimi, ne visada sutampa.

1.14.2. skyrelyje aprašoma statistinio modeliavimo esmė ir pateikiamas tokio modeliavimo pavyzdys. Išvardijamos ir aptariamos statistinio ir imitacinio modeliavimo rūšys: fizinis, matematinis analoginis ir matematinis skaitmeninis.

1.14.3. skyrelyje pateikiamas atsitiktinių skaičių sekos, kurioje tie skaičiai yra vidutiniškai tolygiai pasiskirstę intervale $[0;1)$, generavimo pavyzdys.

1.14.4. skyrelyje įvedama pseudoatsitiktinio skaičiaus sąvoka, aprašomas tokių skaičių pseudoatsitiktinės sekos generavimo metodas, imituojant atsitiktinių skaičių gavimo procesą, ir pateikiamas konkretus pseudoatsitiktinių skaičių sekos, tolygiai pasiskirsčiusios intervale $[0;1)$, generavimo pavyzdys – sudaroma 101-oji lentelė, kurios pseudoatsitiktiniais skaičiais vėliau ne vieną kartą naudojamosi. Šiame skyrelyje parodoma, jog pseudoatsitiktinių skaičių sekoms būdingas

periodiškumas ir aprašomi kai kurie pseudoatsitiktinių skaičių generavimo algoritmai, leidžiantys gauti pakankamai ilgus jų sekų periodus ir pradines aperiodines atkarpas.

1.14.5. skyrelyje parodoma, kaip, naudojantis atsitiktinių bei pseudoatsitiktinių skaičių sekomis, kuriose tie skaičiai yra vidutiniškai tolygiai pasiskirstę intervale $[0;1]$, galima gauti pasiskirsčiusių su duotomis tikimybėmis atsitiktinių bei pseudoatsitiktinių skaičių ir įvykių sekas. Tokių sekų gavimo algoritmo ir jo taikymo aprašymas iliustruojamas konkrečiu pavyzdžiu. Parodoma, kad statistinis atsitiktinių procesų imitavimas kartais gali padėti ne tik pastebėti tokias imituojamų procesų savybes, kurių mes, sudarydami imitacinį modelį, galėjome ir nežinoti, bet ir išsiaiškinti tų savybių atsiradimo „mechanizmus“.

1.14.6. skyrelyje aprašomas ir pagrindžiamas **atvirkštinės funkcijos metodas**, kuris gali būti taikomas mums reikalingų atsitiktinių bei pseudoatsitiktinių sekų, priklausančių įvairiems tolydiems skirstiniams, generavimui, kai mes žinome tų skirstinių integralines funkcijas $y=F(x)$ ir sugebame rasti atvirkštines joms funkcijas $y=F^{-1}(y)$. Atvirkštinės funkcijos metodo taikymo algoritmo aprašymas iliustruojamas konkrečiu pavyzdžiu: generuojama pseudoatsitiktinių skaičių seka, eksponentiškai pasiskirsčiusi intervale $[0; +\infty)$. Įrodomas atvirkštinės funkcijos algoritmo esmę paaiškinantis teiginys, jog bet kurio skirstinio integralinės funkcijos $y=F(x)$ reikšmės yra tolygiai pasiskirsčiusios intervale $[0;1]$.

1.14.7. skyrelyje aprašomas **Neumano metodas ir jo taikymo algoritmas**, leidžiantis generuoti bet kokius skirstinius, pasiskirsčiusius baigtiniame intervale, kai yra žinomas tų skirstinių tikimybinis tankis. Pateikiami Neumano algoritmo taikymo pavyzdžiai, atliekamas Neumano ir atvirkštinės funkcijos algoritmų palyginimas. Paaiškinama, kodėl nepakanka atvirkštinės funkcijos ir Neumano algoritmų, kodėl reikalingi dar ir kiti specialūs metodai.

1.14.8. skyrelyje aprašomas **sumavimo ir kiti metodai**, taikomi generuojant normaliai pasiskirsčiusių atsitiktinių ir pseudoatsitiktinių skaičių sekas.

1.14.9. skyrelyje aprašomi **Erlango skirstiniai**, jų savybės, jų generavimas ir taikymas, išvedama Erlango skirstinio E_k tikimybinio tankio formulė, parodoma, kad, naudojantis Erlango skirstiniais, galima imituoti daug įvairių kitų skirstinių, charakterizuojamų įvairaus dydžio variacijos koeficientais. Parodoma, jog Erlango skirstinys yra dalinis gama skirstinio atvejis.

1.14.10. skyrelyje kalbama apie statistinį imitacinį modeliavimą ir jo taikymo galimybes, o **1.14.11. skyrelyje** tai iliustruojama, **imituojant kirpyklos funkcionavimą**. Gana detalai aprašomas imitavimo algoritmas, pateikiamos imitavimo programos blokinės schemos, imitavimo protokolų ir rezultatų pavyzdžiai. Kad studentams būtų lengviau išsiaiškinti, kaip veikia kirpyklos funkcionavimo imitavimo programa, pateikiamas kirpyklos funkcionavimo pradžios „rankinio“ imitavimo pavyzdys.

1.14.11. skyrelio pabaigoje pateikiamas **atsitiktinis analizinis kirpyklos funkcionavimo modelis** ir, naudojantis tuo modeliu, apskaičiuojamos kirpyklos funkcionavimo charakteristikų vidutinės reikšmės. Gauti rezultatai lyginami su tų charakteristikų reikšmėmis, gautomis vidurkinant kirpyklos funkcionavimo imitavimo rezultatus.

Kad studentams būtų aiškiau, kaip sprendžiamos ne tik algebrinės, bet ir diferencialinės Kolmogorovo lygtys ir jų sistemos, **pateikiami Kolmogorovo ne tik algebrinių, bet ir diferencialinių lygčių sistemų sprendimo ir perėjimo į finalinę pusiausvyrą trajektorijų skaičiavimo pavyzdžiai**. Aptariamieji analizinio ir imitavimo metodų vaidmenys sudėtingų sistemų funkcionavimo sisteminėje analizėje.

1.14.12. skyrelis, kaip jau buvo minėta, skiriamas **matematinės ekonomikos ir ekonometriniais modeliams**. Šis skyrelis gana ilgas ir sudėtingas. Todėl jį jau tikrai galima laikyti 1.14. skyriaus poskyriu. Jame išskiriamos trys dalys, kurios savo eile skirstomos į dar smulkesnius žemesnio lygio skyrelius.

Pirmoji 1.14.12. skyrelio dalis skirta mikroekonomikai – elementarių ūkinės veiklos subjektų – vartotojų ir gamintojų – ekonominių santykių (įskaitant ir prekybinius santykius) nagrinėjimui. Šią dalį – 1.14.12.1. skyrelį – sudaro trys žemesnio lygio skyreliai: 1.14.12.1.1., 1.14.12.1.2. ir 1.14.12.1.3.

1.14.12.1.1. skyrelis aprašo vartojimą. Jame nagrinėjamos **keturių tipų vartojimo naudingumo funkcijos**, pateikiami tuos tipus atitinkančių antrojo tipo **izonaudžių grafikai**, išvedamos **marginalinio naudingumo, marginalinės pakeitimo normos ir biudžetinės teisės sąvokos**, sprendžiami **vartojimo optimizavimo uždaviniai**, esant įvairioms vartojimo naudingumo funkcijų formoms.

1.14.12.1.2. skyrelyje nagrinėjama gamybos ekonomika. Jos aprašymui naudojamos **keturių tipų gamybinės funkcijos**: 1) gamybinė funkcija su pilnu resursų pakeičiamumu, 2) gamybinė funkcija su pilnu resursų papildomumu, 3) mišraus tipo gamybinė funkcija ir 4) neoklasikinė gamybinė funkcija. Pastarasis tipas ir jį atstovaujanti **Kobo ir Duglaso gamybinė funkcija** nagrinėjami šiek tiek detaliau.

Nagrinėjant **operatyvinį gamybos planavimą**, gamybinės funkcijos traktuojamos kaip **trumpalaikės funkcijos**, kurių argumentais laikomi gamyboje naudojami resursai, pavyzdžiui, **darbo jėga ir kapitalas**.

Nagrinėjant **einamąjį ir perspektyvinį gamybos planavimą**, gamybinės funkcijos traktuojamos kaip **ilgalaikės funkcijos**, kurių argumentais gali būti laikomi ne tik gamyboje naudojami resursai, bet ir gamybinių funkcijų parametrai, kurių reikšmės priklauso nuo gamyboje taikomų technologijų ir keičiasi, keičiantis toms technologijoms.

Trumpuose laiko intervaluose gamybos technologijas galima laikyti nekintančiomis ar beveik nekintančiomis, tačiau, atliekant ilgalaikį gamybos planavimą, tenka atsižvelgti į galimus taikomų technologijų pokyčius, pasitelkiant ekspertus juos prognozuoti ir net planuoti, tobulinant gamybos procesus.

Nagrinėjant gamybą, įsivedama gana daug naujų sąvokų: **izokvantė, izokostė, darbo našumas (vidutinis ir marginalinis), kapitalinių idėjų į gamybą rentabilumas (vidutinis ir marginalinis), gamybos kaštai (vidutiniai ir marginaliniai), marginalinė resursų pakeitimo norma** ir kitos.

Šiame skyrelyje išnagrinėta daug įvairių **gamybos planavimo optimizavimo** uždavinių ir pateikta daug jų sprendimo pavyzdžių: 1) uždavinių, kurie skiriasi **optimalumo rodikliais (pelno ir rentabilumo maksimizavimo)**, 2) uždavinių **be apribojimų ir su jais**, (atsirandančiais dėl gamybai skirtų lėšų ir kitų resursų bei paklausos ribotumo), 3) uždavinių, kuriuose klasikinės gamybinės funkcijos laipsnių rodiklių **a_1 ir a_2 suma a_1+a_2 yra mažesnė už 1**, ir uždavinių, kuriuose **$a_1+a_2 \geq 1$** .

Parodoma, kad pelno ir rentabilumo maksimizavimo tikslai nėra tapatūs: kai $a_1+a_2 < 1$, tai gamybos pelno maksimumo taškas, charakterizuojamas optimaliomis reikšmėmis

$$X_1^* = \left[p \left(\frac{a_1}{q_1} \right)^{1-a_2} \left(\frac{a_2}{q_2} \right)^{a_2} \right]^{\frac{1}{1-a_1-a_2}}, \quad X_2^* = \left[p \left(\frac{a_1}{q_1} \right)^{1-a_1} \left(\frac{a_2}{q_2} \right)^{a_1} \right]^{\frac{1}{1-a_1-a_2}}, \quad Y^* = \left[p^{a_1+a_2} \left(\frac{a_1}{q_1} \right)^{a_1} \left(\frac{a_2}{q_2} \right)^{a_2} \right], \text{ skiriasi}$$

nuo gamybos rentabilumo maksimumo taško, charakterizuojamo optimaliomis reikšmėmis

$$X_1^{**} = \frac{a_1 C_0}{q_1(1-a_1-a_2)}, \quad X_2^{**} = \frac{a_2 C_0}{q_2(1-a_1-a_2)}, \quad Y^{**} = \left(\frac{C_0}{1-a_1-a_2} \right)^{a_1+a_2} \left(\frac{a_1}{q_1} \right)^{a_1} \left(\frac{a_2}{q_2} \right)^{a_2}.$$

Kai $a_1+a_2 \geq 1$, tai pelnas ir gamybos rentabilumas visą laiką monotoniškai didėja, didėjant gamybos apimtims. Todėl laisvos rinkos sąlygomis gamybininkai intensyviai konkuruoja dėl rinkų ir toje konkurencinėje kovoje didesnę pranašumą turi stambūs kapitalas: kuo daugiau rinkos pavyksta jam „užkariauti“, tuo labiau stiprėja jo pranašumai prieš smulkujų ir vidutinį verslą. Valstybių pastangos kovoti prieš monopolizmą neduoda didelio efekto. Daug didesnį efektą būtų galima gauti suvisuomeninus masinio vartojimo produkcijos gamybą, jei toje gamyboje pavyktų pasiekti darbo našumą, ne mažesnį negu konkuruojančiose privačiose įmonėse, priverstose intensyviai „suktis“, kad toje kovoje išliktų. Kooperacijos modelis galėtų būti ekonomiškai efektyvesnis už konkurencinės kovos modelį, tuo labiau, kad konkurencinėje kovoje dažnai peržengiamos įstatymais nustatytos leistinos ribos, dėl ko konkurencinė kova kartais tampa ne progreso varikliu, o neefektyviu lėšų švaistymu, skatinančiu nusikalstamumą, ir todėl progreso stabdžiu.

1.14.12.1.3. skyrelyje aprašomi rinkos modeliai. Šio skyrelio pradžioje nagrinėjamas **voratinklinis modelis**, vaizduojantis kaip rinkoje, sąveikaujant produkcijos pasiūlą ir paklausą, gali nusistovėti pusiausvyra tarp jų ir pusiausvyrinė produkcijos kaina. Šis modelis labai paprastas ir neatsižvelgia į tai, kad dėl nuolat kintančių gamybos technologijų tokia pusiausvyra retai kada nusistovi. Be to, priklausomybė tarp produkcijos kainos, tos produkcijos pasiūlos ir paklausos ne visada tokia paprasta, kaip parodyta 314 ir 315 pav. Pavyzdžiui, kaip parodyta 316p., **darbo jėgos rinkoje** ta priklausomybė žymiai sudėtingesnė. Toje rinkoje galima išskirti tris segmentus: 1) **diskriminacinę** darbo jėgos rinką, 2) **normaliąją** darbo jėgos rinką ir 3) **elitinę** darbo jėgos rinką. Kiekviename segmente galioja savi specifiniai dėsningumai. Jie irgi aprašyti 1.14.12.1.3. skyrelyje.

Antrasis modelis, nagrinėjamas 1.14.12.1.3. skyrelyje, yra **aukciono modelis (Erou ir Hurvico modelis)**. Naudojantis šiuo modeliu imituojamas iteracinis procesas, kurio metu, gamintojams siekiant maksimalaus pelno, o vartotojams – maksimalios vartojimo naudos, pagamintos produkcijos ir darbo jėgos kainos keičiasi taip, jog pagamintos produkcijos ir darbo jėgos paklausa ir pasiūla artėja prie pusiausvyrinės būsenos, charakterizuojamos pasiūlos ir paklausos lygybėmis ir pagamintos produkcijos naudingumo vartotojams maksimumu. Šio konvergavimo į pusiausvyrinę būseną greitis priklauso nuo iteracinio proceso koeficientų δ_i , β_i , γ reikšmių pasirinkimo.

1.14.12.1.3. skyrelyje pateikiamas konkretus šio iteracinio proceso pavyzdys. Imitavimas pradedamas esant duotoms gamybinių funkcijų koeficientų ir rodiklių reikšmėms, naudingumo funkcijų koeficientų ir iteracinio proceso koeficientų reikšmėms bei duotoms pradinėms produkcijos ir darbo jėgos kainų, produkcijos paklausos bei darbo jėgos pasiūlos reikšmėms. Sprendžiant gamybos

optimizavimo uždavinius, apskaičiuojama darbo jėgos paklausa ir ir pagamintos produkcijos pasiūla, gamintojų pelnas, produkcijos paklausos ir pasiūlos naudingumai. Po to paskaičiuojamos produkcijos ir darbo jėgos kainos ir tokiu būdu pradedamas naujas iteracinis ciklas, atitinkantis naują laiko momentą, kuriame vėl sprendžiami **gamybos ir vartojimo optimizavimo uždaviniai**, skaičiuojama nauja darbo jėgos paklausa, produkcijos pasiūla, pelnai bei naudingumai ir t. t.

Imitavimo rezultatai, kurie yra pateikti 110-ojoje lentelėje, rodo, kaip iteracinis procesas konverguoja į pusiausvyrinę būseną.

Trečiasis 1.14.12.1.3. skyrelio modelis – **dvisektorinis modelis**. Šis modelis irgi priklauso bendrosios pusiausvyros mikroekonominių modelių klasei, tačiau skiriasi nuo aukciono modelio visų pirma tuo, kad, taikant šį modelį ir apskaičiuojant gamybos pelną, atsižvelgiama ne tik į **darbo jėgos kainą W**, bet ir į investuoto į gamybą **kapitalo rentos dydį R**. Todėl ūkio šakos i pelnas Π_i apskaičiuojamas taikant formulę $\Pi_i = P_i Y_i - RK_i - WL_i$. Šakoje i gamybos efektyvumas charakterizuojamas

vidutiniu pelnu $\pi_i = \frac{\Pi_i}{L_i}$, kurį duoda viena darbo vieta – vienas darbo jėgos vienetas:

$$\pi_i = \frac{P_i Y_i - RK_i - WL_i}{L_i} = P_i y_i - Rk_i - W. \text{ Čia } P_i - \text{ produkcijos } i \text{ vieneto kaina } y_i = \frac{Y_i}{L_i} - \text{ vidutinis darbo}$$

našumas šakoje i, charakterizuojamas vidutiniu produkcijos i kiekiu, kurį pagamina viena darbo vieta,

$$k_i = \frac{K_i}{L_i} - \text{ kapitalo, investuoto į vieną darbo vietą, vidutinis dydis. Jis charakterizuoja gamybos}$$

technologijos techninį-energetinį lygį – vidutinės išlaidos darbo vietos techninei įrangai bei jos darbo palaikymui.

Dvisektoriniame modelyje produkcijos gamyba aprašoma homogeninėmis funkcijomis, charakterizuojamomis **pastovia fondograža**, pavyzdžiui, Kobo ir Duglaso gamybinėmis funkcijomis

$$Y_i^{(s)} = c_i \left(K_i^{(d)} \right)^{a_i} \left(L_i^{(d)} \right)^{1-a_i}. \text{ Tokios dviejų argumentų funkcijos } Y_i^{(s)} = F_i \left(K_i^{(d)}, L_i^{(d)} \right) \text{ gali būti suvestos į}$$

$$\begin{aligned} \text{vieno argumento } k_i^{(d)} = \frac{K_i^{(d)}}{L_i^{(d)}} \text{ funkcijos } y_i^{(s)} = f_i \left(k_i^{(d)} \right): y_i^{(s)} &= \frac{Y_i^{(s)}}{L_i^{(d)}} = \frac{F_i \left(K_i^{(d)}, L_i^{(d)} \right)}{L_i^{(d)}} = \frac{L_i^{(d)} F_i \left(\frac{K_i^{(d)}}{L_i^{(d)}}, 1 \right)}{L_i^{(d)}} = \\ &= F_i \left(k_i^{(d)}, 1 \right) = f_i \left(k_i^{(d)} \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kobo ir Duglaso funkcijų taikymo atveju gauname, jog } f_i \left(k_i^{(d)} \right) &= \frac{c_i \left(K_i^{(d)} \right)^{a_i} \left(L_i^{(d)} \right)^{1-a_i}}{L_i^{(d)}} = \\ &= c_i \left(\frac{K_i^{(d)}}{L_i^{(d)}} \right)^{a_i} = c_i \left(k_i^{(d)} \right)^{a_i}. \end{aligned}$$

Turėdami $f_i \left(k_i^{(d)} \right)$ bei $\pi_i \left(k_i^{(d)} \right)$ formules ir sprenddami pelno maksimizavimo uždavinį, **pirmajame iteracinio ciklo etape**, iš kurių susideda modeliavimo procesas, randame optimalią $k_i^{(d)}$ reikšmę ir, žinodami turimą kapitalą ar turimus darbo jėgos resursus, sudarome optimalius gamybos planus, t. y. apskaičiuojame optimalią produkcijos pasiūlą $Y_i^{(s)}$ bei darbo jėgos ar kapitalo paklausą $L_i^{(d)}$ ar $K_i^{(d)}$.

Antrajame iteracinio ciklo etape apskaičiuojame vartojimui skiriamas pajamas $IN = W \left(L_1^{(d)} + L_2^{(d)} \right) + R \left(K_1^{(d)} + K_2^{(d)} \right)$ ir po to sprendžiame vartojimo optimizavimo uždavinį, apskaičiuodami optimalią vartojimui reikalingos produkcijos paklausą $Y_1^{(d)} = \frac{b_1}{P_1} \cdot \frac{IN}{b_1 + b_2}$,

$$Y_2^{(d)} = \frac{b_2}{P_2} \cdot \frac{IN}{b_1 + b_2}.$$

Trečiajame iteracinio ciklo etape apskaičiuojamos naujos vartojimo kainos $P_i(t+1) = R \max \left[\frac{P_i(t)}{R} + \delta_i \left(Y_i^{(d)}(t) - Y_i^{(s)}(t) \right), 0 \right]$ ir po to **grįžtama prie naujo trijų etapų iteracinio ciklo pradžios** – gamybos optimizavimo uždavinys, esant naujoms vartojimo kainoms, sprendimo.

Kaip ir aukciono imitavimo atveju **dvisektorinio modelio funkcionavimas konverguoja į pusiausvyrinę būseną**, kurioje susilygina darbo jėgos, kapitalo bei vartojimo paklausos ir pasiūlos reikšmės, nusistovi pusiausvyrinės kainos.

Taikydami dvisektorinį modelį galime išvesti formules, leidžiančias apskaičiuoti santykį tarp produkcijos kainų P_1 ir P_2 , charakterizuojantį pusiausvyrinę būseną, nustatyti, kaip priklauso maksimalus darbo užmokestis W nuo kapitalo rentos R , išreikšti pusiausvyrinę darbo jėgos pasiūlą per jos paklausą ir santykio $k_i^{(d)}$ bei $k^{(s)}$ reikšmę.

Tačiau **ta pusiausvyrinė būseną, kuri pasiekama eksperimentuojant su aukciono ir dvisektoriniu modeliais, realiame gyvenime retai kada pasiekama**, o jei pasiekama, tai tokiame taške, kuriame darbo jėgos paklausa būna mažesnė už darbo jėgos pasiūlą.

Pusiausvyros nusistovėjimui trukdo nuolat atsirandančios technologinės naujovės, keičiančios gamybinių procesų charakteristikas. Galimą pusiausvyrinę būseną taip pat deformuoja įvairūs užkulisiniai susitarimai, iškreipiantys konkurenciją, bei ta aplinkybė, kad **darbdaviai, siekdami kuo didesnio pelno ir pasinaudodami bedarbystės reiškinio, moka dirbantiems žymiai mažesnę darbo užmokesčių negu dirbančiųjų darbu sukurtos produkcijos vertę**, dėl ko susidaro **disbalansas tarp produkcijos pasiūlos ir visuomenės perkamosios galios**.

Antroji 1.14.12. skyrelio dalis skirta makroekonomikai, nagrinėjančiai ekonominius reiškinius regionų ūkio šakų, valstybių ir net viso pasaulio lygyje. Šią dalį sudaro 1.14.12.2.1., 1.14.12.2.2., 1.14.12.2.3 ir 1.14.12.2.4. skyreliai.

1.14.12.2.1. skyrelyje nagrinėjamos nacionalinės pajamos, jų pusiausvyrinio dydžio nustatymas bei **valstybės vaidmuo nacionalinių pajamų formavime ir visuomenės užimtumo didinime**, dėstomi anglų ekonomisto ir matematiko **Dž. Keinso makroekonominės teorijos pagrindai**.

Dž. Keinsas reformavo **neoklasikinę mikroekonominę laisvosios rinkos teoriją** ir papildė ją **makroekonominę teoriją – nacionalinių pajamų teorija**.

Viena pagrindinė tos teorijos prielaidų yra teiginys, jog **nacionaliniame ūkyje gamybos, vartojimo bei resursų pasiskirstymą ir išlaidas apsprendžia vienas agreguojantis faktorius – nacionalinės pajamos, arba nacionalinis produktas**, t. y. visoje šalyje pagamintos produkcijos apimtis.

Kitas kertinis Dž. Keinso makroekonominės teorijos teiginys – **efektyvios paklausos principas**, teigiantis, jog **trumpuose laiko intervaluose, kuriuose šalies gamybinius pajėgumus galima laikyti pastoviais, nacionalinės pajamos priklauso nuo paklausos**, nes gamybininkams nėra prasmės gaminti daugiau produkcijos, negu jos bus galima realizuoti rinkoje.

Bendroji efektyvioji paklausa D yra išreiškiama piniginiiais vienetais ir yra lygi vartojimo paklausos C ir investicijų I sumai: $D=C+I$.

Vartojimo paklausa C išreiškiama formule $C=cY+b$, kurioje Y yra nacionalinių pajamų suma, b – **bazinis vartojimas**, c – polinkio vartoti koeficientas, rodantis, kuri dalis nacionalinių pajamų Y yra skiriama papildomam suvartojimui, $cY=C-b$. Formulė $C=cY+b$ vadinama **tiesine vartojimo funkcija**.

Makroekonomikoje taip pat priimama hipotezė, kad bendroji visų investicijų į verslo priemonių plėtotę bei tobulinimą suma I pirmoje eilėje priklauso nuo verslininkų lūkesčių, jų ateities vizijos bei ateities planų ir praktiškai nepriklauso nuo nacionalinių pajamų dydžio Y .

Nacionalinės pajamos tuo atveju, kai pasiūla ir paklausa yra lygios, vadinamas **pusiausvyrinėmis nacionalinėmis pajamomis** ir žymimos žymeniu Y_1 .

Iš lygybių $Y_1=D$, $D=C+I$ ir $C=cY+b$ išplaukia lygybė $Y_1=cY_1+b+I$, iš kurios gauname, jog $Y_1 = \frac{b+I}{1-c}$. Daugiklį $\frac{1}{1-c}$ vadina **investicijų multiplikatoriumi**, nes jis charakterizuoja nacionalinių pajamų padidėjimą ΔY , atsirandantį padidinus investicijas į gamybos plėtrą bei tobulinimą dydžiu ΔI : $\Delta Y = \Delta I + c\Delta I + c^2\Delta I + c^3\Delta I + \dots = \Delta I(1+c+c^2+\dots) = \Delta I \frac{1}{1-c}$.

Dar vienas Dž. Keinso teorijos principas teigia, jog **pusiausvyrinės nacionalinės pajamos Y_1 visuomet yra mažesnės už tas nacionalines pajamas Y_f , kurioms esant būtų pasiektas pilnas užimtumas**. Šis principas išplaukia iš to fakto, kad kapitalistinėje visuomenėje dirbančiųjų pajamos visuomet yra mažesnės negu jų sukurtos produkcijos vertė, ir išreiškia pagrindinį Keinso koncepcijos skirtumą nuo neoklasikinės ekonominės teorijos.

Iš šio principo išplaukia **valstybės vaidmuo ekonomikos reguliavime: valstybė iš lėšų, surinktų iš mokesčių mokėtojų, gali ir privalo užsakyti visuomenei naudingus darbus, tokiu būdu investuodama į gamybą papildomas investicijas ir padidindama pusiausvyrines nacionalines pajamas bei darbo jėgos užimtumo lygį**.

Valstybinio sektoriaus vaidmuo kapitalistinėje ekonomikoje turėtų būti ne tame, kad tas sektorius siektų maksimalaus pelno, o tame, kad **palaikytų efektyvią paklausą pakankamai aukštame**

lygyje bei dempfootų depresinius reiškinius ekonomikoje, investuodamas į valstybės užsakymu vykdomus darbus papildomas lėšas ir tokiu būdu didindamas visuomenės perkamąją galią ir vartojimą, keldamas užimtumo lygį, o kartu – ir visuomenės gerovės lygį.

Didelė dalis 1.14.12.2.1. skyrelio teksto yra paskirta procesų, vykusių Lietuvoje, griūvant Sovietų Sąjungai ir atkuriant nepriklausomą Lietuvos valstybę, analizei, Lietuvos valstybės vaidmens ekonomikos reguliavime ir Lietuvos valstybės vadovų veiklos pereinamuoju laikotarpiu vertinimui. Ta analizė rodo, jog **išmintingo moksliskai pagrįsto ekonomikos reguliavimo atgavusioje nepriklausomybėje Lietuvoje nebuvo ir vis dar nėra**. Ir taip atsitiko ne tik ir ne tiek dėl nesugebėjimo tokią reguliavimą kvalifikuotai atlikti, bet todėl, kad valstybės valdžia pateko į rankas tokių politikų, kuriems jų savanaudiški tikslai buvo ir yra svarbesni už valstybės ir visuomenės gerovę, o visuomenė dar nepasiekė tokio pilietinės brandos lygio, kad sugebėtų pakeisti esamą situaciją priversdama demokratiškai išsirinktą valdžią tarnauti visuomenei, o ne tik sau ir saviems bei užsienio turtingiesiems.

1.14.12.2.2. skyrelyje nagrinėjami du ekonomikos augimo makromodeliai: neoklasikinis ir Harodo-Domaro modelis.

Šiuose modeliuose **ekonomikos augimo rodikliu pasirenkama gamybos aprūpinimo fondais** $x = \frac{K}{L}$ išvestinė $x' = \frac{dx}{dt}$, rodanti, koku tempu didėja kapitalas, investuotas į darbo vietų techninę-energetinę įrangą ir gamybos procesų technologijų tobulinimą, siekiant darbo našumo didėjimo ir gaminamos produkcijos gerėjimo.

Abiejuose modeliuose gamybos procesai aprašomi homogeninėmis funkcijomis $Y=F(K,L)$, charakterizuojamomis pastovia fondograža: neoklasikiniame modelyje tos funkcijos priklauso neoklasikinių funkcijų $Y=cK^aL^{1-a}$ klasei, o Harodo ir Domaro modelyje – funkcijų su pilnu resursų papildomumu $Y = \min\left(\frac{K}{k}, \frac{L}{l}\right)$ klasei.

Tokios funkcijos gali būti transformuotos į funkcijas $y=f(x)$, išreiškiančias darbo našumo

$$y = \frac{Y}{L} \text{ priklausomybę nuo gamybos aprūpinimo fondais } x = \frac{K}{L} : y = \frac{F(K,L)}{L} = \frac{LF\left(\frac{K}{L}, 1\right)}{L} = F(x, 1) = f(x).$$

1.14.12.2.2. skyrelyje, priimant prielaidas, jog kapitalo, investuoto į gamybą, augimo greitis

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt} \text{ yra lygus metinėms investicijoms } I \text{ į gamybą, o kaupimo norma } s = \frac{Y-C}{Y} \text{ ir darbo jėgos}$$

pasiūlos santykinis augimas $n = \frac{\dot{L}}{L}$ yra pastovūs dydžiai, iš formulės $x = \frac{K}{L}$, ją logaritmuojant ir

$$\text{diferencijuojant, išvedama pagrindinė makroekonomikos augimo lygtis: } \dot{x} = x \left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \right) = \frac{K}{L} \cdot \frac{\dot{K}}{K} - nx =$$

$$= \frac{I}{L} - nx = \frac{Y-C}{L} - nx = \frac{Y-C}{Y} \cdot \frac{Y}{L} - nx = sy - nx = sf(x) - nx.$$

Neoklasikinio modelio atveju makroekonominio augimo trajektorija $x(t)$ gaunama analiziniu būdu, sprendžiant diferencialinę lygtį $\dot{x} = sf(x) - nx$, o Harodo ir Domaro modelio atveju – sudarant imitacinį modelį.

Ekonomikos augimo trajektorijos analizinio apskaičiavimo pavyzdys pateiktas mokymo priemonėje, o su ekonominio augimo imitavimo pavyzdžiu galima susipažinti VU MIF Matematinės statistikos katedros studentų J. Rimkutės ir A. Galinskio darbuose.

1.14.12.2.3. skyrelyje nagrinėjamas ekonominio aktyvumo ciklą, vadinamą biznio ciklais, makromodelis, kurį pasiūlė Samuelsonas ir Hiksas, remdamiesi **akseleracijos principu**. Šis principas teigia, kad investicijų į kokias nors produkcijos gamybą dydis $I(t)$ yra proporcingas paklausos tai produkcijai prieš tai buvusiam prieauginiui. Matematinė šio principo išraiška yra formulė $I(t) = v(Y(t-1) - Y(t-2))$, kurioje proporcingumo koeficientas v vadinamas **akseleracijos koeficientu**.

Pasinaudojant vartojimo funkcija $C(t) = cY(t) + b$, kurioje, kaip jau buvo minėta 1.14.12.2.1. skyrelyje, koeficientas c charakterizuoja visuomenės polinkį vartoti, o konstanta b – bazinį vartojimą, iš formulių $I(t) = v(Y(t-1) - Y(t-2))$ ir $I(t) = Y(t) - C(t)$ išvedama **dinaminė nacionalinių pajamų lygtis** $Y(t) = (c+v)Y(t-1) - vY(t-2) + b$.

Jei pavyksta pasiekti pusiausvyrą tarp vartojimo, gamybos ir kapitalo investicijų į gamybą, tai nusistovi pastovi nacionalinių pajamų reikšmė Y^* . Ją galima apskaičiuoti, naudojantis dinaminę nacionalinių pajamų lygtimi ir priimant, jog pusiausvyrinėje būsenoje $Y(t-2) = Y(t-1) = Y(t) = Y^*$.

Gauname, jog $Y^* = \frac{b}{1-c}$. Ši formulė rodo, kaip priklauso pusiausvyrinės nacionalinės pajamos nuo polinkio vartoti, charakterizuojamo koeficientu $c \in (0,1)$, ir nuo bazinio vartojimo b .

Dinaminę nacionalinių pajamų lygtį galima supaprastinti, pereinant nuo kintamojo $Y(t)$ prie jo nuokrypio nuo pusiausvyrinės reikšmės $Y^* = \frac{b}{1-c}$, t. y. prie kintamojo $z(t) = Y(t) - Y^*$.

Gauname lygtį $z(t) = (c+v)z(t-1) - vz(t-2)$, kurią, pastūmę kalendorinį laiką t dviem taktais pirmyn, galime užrašyti formoje $z(t+2) = (c+v)z(t+1) - vz(t)$.

Šios lygties sprendiniu gali būti $z(t) = \text{const} = 0$. Tai atitinka pusiausvyrinės nacionalinės pajamos $Y(t) = Y^*$. Rasime **nepusiausvyrinis lygties sprendinius**, ieškodami dalinių jos sprendinių formoje $z(t) = \lambda^t$, kurioje λ yra kol kas dar neapibrėžtas kompleksinis parametras, tenkinantis sąlygą $\lambda \neq 0$.

Gauname lygtį $\lambda^{t+2} = (c+v)\lambda^{t+1} - v\lambda^t$, iš kurios, supaprastinę ją iš $\lambda^t \neq 0$, gauname **charakteringąją lygtį** $\lambda^2 = (c+v)\lambda - v$, galinčią turėti du sprendinius – parametro λ reikšmes $\lambda_{1,2} = \frac{c+v \pm \sqrt{(c+v)^2 - 4v}}{2}$.

Bendrojo lygties $z(t+2) = (c+v)z(t+1) - vz(t)$ sprendinio $z(t)$ ieškosime formoje $z(t) = A_1 \lambda_1^t + A_2 \lambda_2^t$, kai $\lambda_1 \neq \lambda_2$, ir formoje $z(t) = (A_1 + A_2 t) \lambda^t$, kai $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{c+v}{2} = \sqrt{v}$. Šiose formose koeficientai A_1 ir A_2 – kol kas neapibrėžti. Jų reikšmes galima nustatyti, naudojantis pradinėmis sąlygomis – nacionalinių pajamų $Y(t)$ reikšmėmis momentais $t=0$ ir $t=1$.

1.14.12.2.3. skyrelyje randamas konkretus dalinis dinaminės nacionalinių pajamų lygties sprendinys, atitinkantis atvejį, kai $Y(0)=50$, $Y(1)=55$, $c=0,75$, $v=1,05$ ir $b=20$, o po to nagrinėjama, kaip keičiasi nacionalinės pajamų lygties sprendinys, keičiantis akseleracijos koeficiento v reikšmei.

To nagrinėjimo metu gaunami tokie rezultatai:

1) intervale $0 < v < \left(1 - \sqrt{s^*}\right)^2$, kurio ilgis priklauso nuo **marginalinės kaupimo normos** $s^* = \frac{\Delta Y - \Delta c}{\Delta Y} = 1 - c$, nacionalinės pajamos $Y(t)$, didėjant laikui t , monotoniškai artėja prie pusiausvyrinio lygio $Y^* = \frac{b}{1-c}$, nes šiuo atveju λ_1 ir λ_2 yra realūs skaičiai, tenkinantys sąlygą $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$ ir $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (A_1 \lambda_1^t + A_2 \lambda_2^t) = 0$;

2) intervale $\left(1 - \sqrt{s^*}\right)^2 < v < 1$ nacionalinės pajamos $Y(t)$ artėja prie pusiausvyrinio lygio Y^* svyruodamos, nes šiuo atveju λ_1 ir λ_2 yra kompleksiniai skaičiai ir tas artėjimas yra tuo lėtesnis, kuo v yra arčiau vieneto;

3) kai $v=1$, tai nacionalinės pajamos $Y(t)$ svyruoja pusiausvyrinio lygio Y^* atžvilgiu su pastovia amplitude, neartėdamos ir netoldamos nuo Y^* ;

4) intervale $1 < v < \left(1 + \sqrt{s^*}\right)^2$ nacionalinės pajamos $Y(t)$ svyruodamos tolsta nuo pusiausvyrinės būsenos, nes svyravimų amplitudė, laikui bėgant, didėja ir didėja tuo sparčiau, kuo didesnė akseleracijos koeficiento v reikšmė;

5) kai $v > \left(1 + \sqrt{s^*}\right)^2$, tai λ_1 ir λ_2 vėl tampa realiais skaičiais ir $|z(t)| = |A_1 \lambda_1^t + A_2 \lambda_2^t|$, didėjant t , monotoniškai didėja. Nacionalinės pajamos $Y(t)$, didėjant t , monotoniškai ir labai intensyviai tolsta nuo pusiausvyrinio lygio Y^* .

Ypatinguose taškuose $v = \left(1 - \sqrt{s^*}\right)^2$ ir $v = \left(1 + \sqrt{s^*}\right)^2$, kuriuose $\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{v}$, vyksta nemonotoninis nacionalinių pajamų kitimas. Jo metu, kai $v = \left(1 - \sqrt{s^*}\right)^2$, $Y(t)$ grafikas po ekstremumo taško, laikui bėgant, artėja prie pusiausvyrinio lygio Y^* , o kai $v = \left(1 + \sqrt{s^*}\right)^2$ – tolsta nuo jo.

1.14.12.2.3. skyrelio pabaigoje parodyta, kaip kinta nacionalinės pajamos, įvedus valstybinį vartojimą $G(t)$, tam vartojimui augant.

1.14.12.2.4. skyrelis – tai paskutinis 1.14.12. skyrelio antrosios dalies, nagrinėjančios makroekonominis modelius, skyrelis. Jame aprašoma, kaip, naudojantis Leontjevo modeliu, sudaromi tarpšakiniai gamintinos produkcijos kiekių ir tos produkcijos kainų balansai.

Tarpšakinio gamintinos produkcijos kiekių X_i balanso sudarymo uždavinio matematinis modelis yra lygčių $X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}X_j + F_i$, $i=1, 2, \dots, n$ sistema, kurioje F_i yra produkcijos i **galutinis**

vartojimas, X_i ir X_j – šakų i ir j **gamintinos produkcijos kiekiai**, koeficientai a_{ij} – **tiesioginių sąnaudų koeficientai**, lygūs produkcijos i vidutiniams kiekiams, suvartojamiems produkcijos j vieneto gamyboje,

o suma $\sum_{j=1}^n a_{ij}X_j$ – produkcijos i **tarpšakinis vartojimas**.

Tiesioginių sąnaudų koeficientų a_{ij} matrica A , turinti n eilučių ir n stulpelių, vadinama **tiesiogine Leontjevo matrica**. Naudojantis šia matrica gamintinos produkcijos kiekių balanso sudarymo uždavinio matematinį modelį galima užrašyti matricinėje formoje $X=AX+F$, kurioje $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ – įvairių šakų gamintinos produkcijos vektorius, $F=(F_1, F_2, \dots, F_n)^T$ – produkcijos galutinio vartojimo vektorius, A – tiesioginė Leontjevo matrica.

Sprendami matricinę lygtį $X=AX+F$ gauname **subalansuotą tarpšakinį gamybos planą** – vektorių – stulpelį $X=(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)$: 1) $X-AX=F$, 2) $(I-A)X=F$, 3) $(I-A)^{-1}(I-A)X=(I-A)^{-1}F$, 4) $X=(I-A)^{-1}F=BF$.

Matrica $B=(I-A)^{-1}$, atvirkštinė matricai $I-A$, sudaryta kaip vienetinės matricos I ir tiesiogines Leontjevo matricos skirtumas, vadinama **atvirkštine Leontjevo matrica**, arba **Leontjevo multiplikatorium**.

Kai produkcijos rūšių yra daug, tai tiesioginės lygčių sistemos $X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}X_j + F_i$, $i=1, 2, \dots, n$

sprendimas, naudojantis atvirkštinės matricos, Gauso, Žordano bei kitais tiesioginiais tiesinių lygčių sistemos sprendimo metodais bei Kramerio formulėmis, reikalauja gana daug skaičiavimų. Skaičiavimų apimtis galima žymiai sumažinti, kai turime subalansuotą praėjusių metų gamybos planą ir norime iš jo, jį šiek tiek pakoregavę, atsižvelgdami į galutinio vartojimo bei gamybos technologijų pokyčius, gauti ateinančių metų subalansuotą gamybos ir tarpšakinių pristatymų planą. **Tuomet vietoj tiesioginių lygčių sistemos sprendimo galima pasinaudoti iteraciniais tos sistemos sprendinio paieškos metodais.**

1.14.12.2.4. skyrelyje aprašyti paprastos iteracijos, Zeidelio ir žingninio agregavimo metodai.

Taikant **paprastąją iteraciją**, sprendinio patikslinimui, pereinant nuo k -osios prie $k+1$ -osios

iteracijos, naudojamosi formulėmis $X_i^{(k+1)} = \sum_{j=1}^n a_{ij}X_j^{(k)} + F_i$.

Kai iteracinis procesas konverguoja, tai, didėjant k , skirtumas $X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}$ artėja prie 0. Kai tas skirtumas tampa pakankamai mažas, skaičiavimai nutraukiami, ir paskutinėje iteracijoje gautos artutinės gamybos apimčių X_i reikšmės laikomos lygčių sistemos artutiniu sprendiniu – subalansuotu tarpšakiniu gamybos planu.

Zeidelio metodas iteracinio proceso konvergavimą šiek tiek pagreitina, nes, atlikdami $k+1$ -ją iteraciją, naudojames ne tik tomis X_i reikšmėmis, kurios buvo gautos k -joje iteracijoje, bet ir naujomis, $k+1$ -joje iteracijoje apskaičiuotomis, artutinėmis nežinomųjų X_i reikšmėmis, t. y. naudojames formulėmis:

$$X_1^{(k+1)} = \sum_{j=1}^n a_{1j}X_j^{(k)} + F_1 ;$$

$$X_2^{(k+1)} = a_{21}X_1^{(k+1)} + \sum_{j=2}^n a_{2j}X_j^{(k)} + F_2 ;$$

$$X_3^{(k+1)} = a_{31}X_1^{(k+1)} + a_{32}X_2^{(k+1)} + \sum_{j=3}^n a_{3j}X_j^{(k)} + F_3 ;$$

$$X_n^{(k+1)} = \sum_{j=1}^{n-1} a_{nj}X_j^{(k+1)} + a_{nn}X_n^{(k)} + F_n .$$

Dar labiau pagreitina iteracinio proceso konvergavimą **žingsninio agregavimo metodo** taikymas.

Taikant šį metodą, kiekvieno iteracinio ciklo pradžioje, pereinant nuo k-jo prie k+1-jo ciklo,

apskaičiuojama **makrobalanso multiplikatoriaus** $Z^{(k+1)}$ reikšmė:
$$Z^{(k+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{\sum_{i=1}^n X_i^{(k)} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^{(k)}}$$
, o po

to, naudojantis **mikrobalanso lygtimis** $X_n^{(k+1)} = Z^{(k+1)} \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^{(k)} + F_i$, apskaičiuojamos naujos nežinomųjų X_i artutinės reikšmės $X_i^{(k+1)}$.

1.14.12.2.4. skyrelyje pateikti visų trijų iteracinių metodų taikymo pavyzdžiai. Jie leidžia palyginti iteracinių procesų konvergavimų greičius.

Šiame skyrelyje nagrinėjamas ne tik **pusiausvyrinių gamybos apimčių matematinis modelis**

$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + F_i$, kurio matricinė forma yra $X=AX+F$, bet ir **pusiausvyrinių kainų modelis**

$P_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} P_j + v_i$, kuriame P_i ir P_j yra i-tosios ir j-osios rūšių produkcijos vieneto kainos, o v_i – i-tosios

produkcijos vieneto **pridėtinė vertė**. Matricinė šio modelio forma yra $P=A^T P+v$.

Modeliai $X=AX+F$ ir $P=A^T P+v$ yra dualūs. Jie vienas kitą papildo ir naudoja tą pačią statistinę informaciją. Todėl, atliekant kompleksinę tarpšakinę ekonominę analizę, abu šie modeliai taikomi kartu.

Realioje kompleksinėje tarpšakinėje ekonominėje analizėje tarpšakinio balanso lentelių (tokios lentelės pavyzdys – 111-ji lentelė) eilučių ir stulpelių modeliai neretai yra detalizuojami, pavyzdžiui, matricinis modelis $X=AX+F$ pakeičiamas detalesniu ir sudėtingesniu modeliu $X=AX+F^{(D)}+F^{(E)}-M(AX+F^{(D)})$, kuriame vektoriaus $F^{(D)}$ koordinatės $F_i^{(D)}$ ($i=1, 2, \dots, n$) vaizduoja produkcijos i vidinį galutinį suvartojimą (**vidinę vartojimo paklausą**), vektoriaus $F^{(E)}$ koordinatės $F_i^{(E)}$ – **produkcijos i eksportą**, matrica M charakterizuoja **produkcijos importą**. Tos matricos teigiamos įstrižainės elementai m_i vadinami produkcijos i ($i=1,2, \dots, n$) **importo koeficientais** ir yra lygūs produkcijos i importo apimties M_i santykiui su to **produkto pilnu vidiniu suvartojimu** $\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + F_i^{(D)}$,

t. y. $m_i = \frac{M_i}{\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + F_i^{(D)}}$. Visi kiti matricos M elementai yra lygūs 0, t. y. matrica M_i yra panaši į

vienetinę matricą I ir skiriasi nuo pastarosios tik tuo, kad matricos M teigiamos įstrižainės elementai yra ne vienetai, o jau minėtųjų santykių reikšmės m_i .

Spręsdami matricinę lygtį $X=AX+F^{(D)}+F^{(E)}-M(AX+F^{(D)})$, gauname:

- 1) $[I-(I-M)A]X=(I-M)F^{(D)}+F^{(E)}$;
- 2) $[I-(I-M)A]^{-1} \cdot [I-(I-M)A]X=[I-(I-M)A]^{-1} \cdot [(I-M)F^{(D)}+F^{(E)}]$;
- 3) $X=[I-(I-M)A]^{-1} \cdot [(I-M)F^{(D)}+F^{(E)}]$.

Tokiu būdu apskaičiuotas vektorius – stulpelis X – vaizduoja **subalansuotą pilną tarpšakinį gamybos planą**, kurį sudarant buvo atsižvelgta į produkcijos eksportą ir importą.

Čia aprašytas matematinis aparatas gali būti taikomas ir tarpšakinio gamybos planavimo optimizavimui. Su optimizavimo metodais skaitytojas bus supažindintas šios mokymo priemonės 1.15. skyriuje. Ten bus parodyta ir tai, kaip apskaičiuojami optimalaus plano jautrumo įvairiems pokyčiams bei poveikiams koeficientai, bus aprašytas **optimalaus tarpšakinio planavimo uždavinys**.

Trečioji 1.14.12. skyrelio dalis skirta ekonometrikai. Šią dalį – 1.14.12.3. skyrelį – sudaro dar žemesnio lygio skyreliai, kuriuose aprašoma ekonometrijos mokslo paskirtis ir esmė, nagrinėjami ekonometriniai modeliai ir jų kūrimo bei taikymo procesų etapai, regresinės analizės metodai ir jų taikymai, stacionarios ir nestacionarios laiko eilutės, tipiniai jų modeliai ir jų taikymas ekonominių rodiklių reikšmių prognozavime, pateikiami sudėtingesnių gamybinių funkcijų ir sudėtingesnių ekonometrinių modelių sudarymo pavyzdžiai.

Įvadinėje 1.14.12.3. skyrelio dalyje pateikiamas ekonometrijos apibrėžimas, apžvelgiamos ekonometrijos mokslo sudedamosios dalys, jos metodai ir taikymai, ekonometrijos mokslo sudedamųjų

dalių šaltiniai, sudarantys teorinį ekonometrijos mokslo pagrindą, ekonometrinių modelių sudarymo pagrindiniai etapai.

Ekonometrija apibrėžiama kaip savarankiška mokslinė disciplina, matematinės statistikos ir tikimybių teorijos metodais tirianti ekonomikos objektus ir procesus, modeliuojanti tų objektų ir procesų kiekybinius ryšius, suteikdama konkrečią matematinę išraišką tiems dėsningumams, kurie išplaukia iš ekonominės teorijos bei nustatomi ekonominių tyrimų metu, apskaičiuodama ekonominių reiškinių matematinų modelių parametrų statistinius įverčius.

Laikoma, jog pagrindiniai metodai, kuriais naudojasi ekonometrija, yra **regresinė analizė, laiko eilučių analizė ir simultaniųjų lygčių sistemų, aprašančių sudėtingus ekonominius reiškinius, sudarymo ir sprendimo metodai**. Manoma, kad šį sąrašą derėtų papildyti **koreliacinės ir dispersinės analizės metodais bei statistiniais klasifikavimo ir duomenų agregavimo metodais**, leidžiančiais sumažinti analizuojamų ekonominių rodiklių skaičių ir supaprastinti sudėtingų reiškinių matematinį modeliavimą bei nustatyti, kada modelio argumentų sąrašas dar nėra pakankamai pilnas.

Efektyviu ekonometrinių tyrimų instrumentu tampa **statistinis kompiuterinis ekonominių procesų modeliavimas ir matematiniai eksperimentai su tų procesų ekonometriniais modeliais**, tiriant galimas tų ar kitų įvykių bei poveikių pasekmes, prognozuojant ekonominių procesų eigą.

Ekonometrijos metodus ir modelius galima taikyti visuose trijuose lygiuose: **makrolygyje** – sudarant ir analizuojant nacionalinės ir pasaulio ekonomikos makromodelius, **mezolygyje** – sudarant ir analizuojant regionų, šakų ir sektorių ekonometrinius modelius, **mikrolygyje** – sudarant ir analizuojant vartojimo, namų ūkių, atskirų firmų, gamybos ir prekybos bei paslaugų teikimo įmonių mikromodelius.

Svarbiausi ekonometrijos mokslo sudedamųjų dalių šaltiniai, sudarantys ekonometrijos mokslo pagrindą, ant kurio ir iš kurio išaugo ir laikosi ekonometrijos mokslas, yra:

- 1) **ekonominė teorija,**
- 2) **socialinė ir ekonominė statistika,**
- 3) **tikimybių teorijos ir matematinės statistikos metodai.**

Iš pirmojo šaltinio ekonometrija gauna ekonomikos bei matematinės ekonomikos mikro ir makromodelius, atspindinčius ekonomikos dėsningumus, iš antrojo – statistinę informaciją apie socialinių ir ekonominių reiškinių statistinių tyrimų rezultatus, iš trečiojo – ekonometriniais tyrimams reikalingus matematinius metodus ir instrumentus.

Ekonometrinio modelio sudarymo procese išskiriami šeši pagrindiniai etapai:

1) **parengiamasis**, kurio metu suformuluojami ekonometrinio modelio sudarymo ir panaudojimo tikslai,

2) **apriorinis**, kurio metu vyksta tų reiškinių, kurie bus tiriami, ekonominės esmės analizė, sudaromi endogeninių ir egzogeninių kintamųjų sąrašai,

3) **modelio sertifikavimo ir parametrizavimo etapas**, kurio metu pasirenkamas modelio tipas ir forma, matematiškai išreiškiami ryšiai tarp modelio elementų,

4) **informacinis**, kurio metu renkama statistinė informacija, reikalinga modelio identifikavimui ir verifikavimui,

5) **modelio identifikavimo etapas**, kurio metu, naudojantis surinkta statistine informacija ir regresinės analizės metodais, surandami modelio koeficientų bei laipsnių rodiklių reikšmių statistiniai įverčiai,

6) **modelio verifikavimo etapas**, kurio metu tikrinamas modelio adekvatumas tikrovei, vertinamas modelio patikimumas bei modeliavimo rezultatų tikslumas.

Įsitikinęs, kad sudarytas modelis pakankamai adekvatus analizuojamam reiškiniui ir kad modeliavimo rezultatai pakankamai patikimi bei pakankamai tikslūs, **užsibaigia ekonometrinio modelio sudarymo procesas ir prasideda to modelio taikymo procesas, eksperimentavimas su juo**. Šį etapą būtų **tikslinga laikyti septintuoju ekonometrinio modeliavimo plačiąja prasme etapu**.

Ekonometrikų darbo praktikoje ekonometrinis modeliavimas ne visada prasideda nuo pirmojo etapo. Jei, pavyzdžiui, matematinės ekonomikos atstovai patys be ekonometrijos specialistų pagalbos sėkmingai išsprendė visas pirmųjų trijų etapų problemas, tai ekonometrikai gali pradėti darbą nuo ketvirtąjo etapo. Gali atsitikti ir taip, kad net reikalingos modelio identifikavimui bei verifikavimui statistinės informacijos rinkti jau nebereikia, nes ją galima gauti valstybinės statistikos tarnybose ar mokslinių tyrimų institutuose. Tuomet ekonometrinio modelio sudarymą galima pradėti nuo penktojo etapo, t. y. nuo **ekonometrijos pačia siaurąja prasme** specifinių metodų taikymo.

Tais atvejais, kai surinkta statistinė informacija nėra pakankamai pilna ir patikima, ekonometristui 4-me, 5-me ir 6-me ekonometrinio modelio sudarymo etapuose tenka spręsti dar ir **modelio kalibravimo problemą**, siekiant, kad modelio parametrų statistiniai įverčiai, gauti apdorojant nepakankamai patikimą informaciją, tenkintų normatyvinius reikalavimus, išplaukiančius iš modelio ir jo parametrų ekonominės esmės.

Ekonometriniai modeliai gali būti sudaromi standartinėje formoje, kurią priimta vadinti **struktūrine**, ir **redukuotoje formoje**, kurioje endogeniniai kintamieji yra išreikšti kaip egzogeninių kintamųjų funkcijos.

Įvadinėje 1.14.12.3. skyrelio dalyje pateikti ekonometrinio modelio sudarymo struktūrinėje ir redukuotoje formoje pavyzdžiai.

Ekonometrinis modelis vadinamas **identifikuojamu**, kai, turint jį redukuotoje formoje, galima vienareikšmiškai atstatyti jo struktūrinę formą.

Kai toks vienareikšmis struktūrinės formos atstatymas nėra galimas, ekonometrinis modelis vadinamas **neidentifikuojamu**.

Tokiais atvejais modelio koeficientų reikšmių statistinių įverčių apskaičiavimui jau **nebepakanka paprasto ir apibendrintojo mažiausiųjų kvadratų metodų** ir tenka naudotis sudėtingesniais metodais (pavyzdžiui, dviejų ar net trijų žingsnių mažiausiųjų kvadratų metodais).

1.14.12.3.1. skyrelyje išdėstyti teisinės regresinės analizės teoriniai pradmenys, pateikti du jos taikymo pavyzdžiai, studentai supažindinami su **netiesinių regresijos funkcijų linearizavimo metodais**, jų taikymo pavyzdžiais bei su **gamybinės funkcijos CES parametrų statistiniu įvertinimu** netiesinių mažiausiųjų kvadratų metodu.

Įvadinėje 1.14.12.3.1. skyrelio dalyje **įvedama regresijos funkcijos**, matematiškai išreiškiančios endogeninio kintamojo sąlyginio vidurkio priklausomybę nuo egzogeninių kintamųjų vektoriaus koordinačių fiksuojamų reikšmių, sąvoka **ir regresijos lygčių** sąvoka, formuluojami **regresinės analizės tikslai**, apibrėžiamos **determinacijos koeficiento, koreliacinio santykio, koreliacijos koeficiento, kovariacinės matricos ir dispersijos sąvokos**, pateikiamos **pakoreguotos formulės dispersijos ir determinacijos koeficiento statistinio įverčio reikšmių apskaičiavimui** tais atvejais, kai statistinių duomenų skaičius n yra nedidelis.

1.14.12.3.1.1. skyrelyje pateikiamos regresinės analizės taikymo, tiriant javų derlingumo priklausomybę nuo tręšimo lygio ir dirvos apdirbimo, **pavyzdys**.

Pradžioje sudaroma regresijos funkcija, kai tiriama javų derlingumo priklausomybė tik nuo vieno egzogeninio kintamojo – tręšimo lygio. Apskaičiavus dispersijų D_x , D_y , D_f ir D_e bei determinacijos koeficiento K_d statistinius įverčius, įsitikinama, kad modelis nėra pakankamai adekvatus.

Po to, regresijos funkcijos argumentų skaičius padidinamas, įvedant papildomą egzogeninį kintamąjį charakterizuojantį dirvos apdirbimui skirtos technikos skaičių. Atlikti skaičiavimai rodo, jog toks papildymas žymiai padidino determinacijos koeficiento reikšmę. Tai reiškia, jog žymiai padidėjo ir modelio adekvatumo lygis.

Atrodo, jog dar padidinus skaičių egzogeninių kintamųjų, nuo kurių galėtų priklausyti javų derlingumas, modelio adekvatumo lygis turėtų dar labiau pakilti.

Tačiau, padidinę egzogeninių kintamųjų skaičių iki penkių ir apskaičiavę regresijos funkcijos koeficientus bei regresijos likučio dispersijos įvertį $\hat{D}_e$, charakterizuojantį rezultatų išsibarstymą vidurkio atžvilgiu, gauname, jog tas išsibarstymo įvertis yra didesnis už įvertį, kuris buvo gautas atveju, kai egzogeninių kintamųjų buvo tik du, ir beveik lygus tam įverčiui, kuris buvo gautas, kai buvo nagrinėjama javų derlingumo priklausomybė tik nuo vieno egzogeninio kintamojo.

Tokio, atrodytų, **paradoksalaus reiškimo priežastis – nekorektiškas regresijos funkcijos argumentų parinkimas**: sudarant regresijos funkciją, turinčią penkis argumentus, nebuvo atsižvelgta į **multikolinearumo reiškinį**, t. y. į tai, kad kai kurie argumentai nėra tarpusavyje nepriklausomi, o yra stipriai koreliuoti vienas su kitu, kuo galima įsitikinti, sudarius porinės koreliacijos tarp tų argumentų koeficientų matricą.

Iš šio nagrinėjimo išplaukia dvi išvados:

1) sudarant regresijos funkciją, reikia nagrinėti egzogeninių kintamųjų nepriklausomumą ir į regresijos funkcijos argumentų sąrašą reikia stengtis įtraukti tik visus tuos reikšmingus (t. y. galinčius turėti reikšmingą įtaką endogeniniam kintamajam) egzogeninius kintamuosius, kurie yra nepriklausomi ar tik silpnai koreliuoti tarpusavyje;

2) susidūrimo su multikolinearumo reiškiniu galimybės pavojus dar kartą patvirtina koreliacinės analizės reikalingumą ekonometrinuose tyrimuose.

1.14.12.3.1.2. skyrelyje nagrinėjamas dar vienas, jau šiek tiek sudėtingesnis, regresinės analizės, pavyzdys: tiriama namų ūkio šeimos nario vidutinių santaupų per mėnesį dydžio priklausomybė nuo šeimos nario vidutinio uždarbio, sluoksniuojant imties elementus į grupes, atsižvelgiant į vidutinių pajamų dydį.

Pavyzdžiai į mokymo priemonę buvo parenkami taip, kad jie iliustruotų ne tik aprašomų metodų taikymo algoritmus, bet ir tuos specifinius sunkumus, su kuriais galima susidurti, sudarant ir taikant ekonometrinius modelius.

1.14.12.3.1.1. skyrelyje buvo atkreiptas skaitytojo dėmesys į galimą egzogeninių kintamųjų multikolinearumą ir jo pasekmes, o šiame skyrelyje demonstruojamas atvejis, kai **regresijos likučiai**

netenkina homoskedastiškumo reikalavimo – regresinių likučių $\varepsilon_i(X(t))$ dispersijos D_ε nėra pastovūs dydžiai, kuo galima įsitikinti, nagrinėjant duotų statistinių duomenų pirminio apdorojimo lentelę, pažymėtą mokymo priemonėje 120-tuoju numeriu.

Ši mūsų nagrinėjamo regresinio modelio neatitikimą klasikinio tiesinio regresinio modelio standartams galima pašalinti, padalinus visus mūsų nagrinėjamą modelį sudarančius dėmenis iš modelio kvadratinio nuokrypio įverčio, apskaičiuoto kiekviename imties sluoksnyje.

Atlikus šią transformaciją ir pasinaudojus mažiausiųjų kvadratų metodu, apskaičiuojami ieškomos tiesinės regresijos funkcijos koeficientai.

Apskaičiuotas determinacijos koeficiento statistinis įvertis rodo, jog modelio adekvatumo lygis jau yra pakankamas.

1.14.12.3.1.3. skyrelyje nagrinėjamas regresinės analizės pavyzdys, kuriam būdinga tai, kad regresijos funkcija nėra tiesinė, tačiau nesunkiai linearizuojama. Šis pavyzdys iliustruoja neoklasikinės, Kobo ir Duglaso bei modernizuotos Kobo ir Duglaso gamybinių funkcijų parametrų statistinio įvertinimo metodo taikymą, suvedant netiesines gamybinės funkcijas į tiesines, jas logaritmuojant ir pereinant prie naujų egzogeninių kintamųjų.

1.14.12.3.1.4. skyrelyje pateikti elementarių netiesinių regresijos funkcijų linearizavimo pavyzdžiai, pakeičiant egzogeninius bei endogeninius kintamuosius naujais kintamaisiais, ir aprašytas **Bokso ir Kokso metodus**, leidžiantis šiek tiek unifikuoti ir formalizuoti netiesinių funkcijų linearizavimo procedūrą, pateiktos **Bokso ir Kokso formulės** bei **apibendrintos Bokso ir Kokso transformacijų formulės**, iliustruojant tų formulių taikymą pavyzdžiais. Aptariant Bokso ir Kokso metodo taikymą, pažymėta, kad tais atvejais, kai ekonometrinio modelio specifikavimo uždavinys jau išspręstas ir belieka išspręsti tik identifikavimo uždavinį, taikyti Bokso ir Kokso metodą regresinės lygties linearizavimui nėra prasmės, nes tokiais atvejais galima pasinaudoti paprastesnėmis linearizavimo formulėmis. Bokso ir Kokso metodo taikymas turi prasmę ir yra naudingas tada, kai ekonominio modelio specifikavimo uždavinys dar nėra išspręstas. Skyrelyje aprašyta, kaip tokiu atveju sprendžiamas modelio specifikavimo ir identifikavimo uždavinys.

Kai netiesinę regresijos funkciją linearizuoti nepavyksta ar tampa labai sudėtinga, tenka naudotis **netiesinių funkcijų minimizavimo metodais**.

1.14.12.3.1.5. skyrelyje nagrinėjama kaip tik tokia neoklasikinės gamybinės funkcijos modifikacija, kurią nepavyksta linearizuoti ir jos parametrų statistinių įverčių reikšmių apskaičiavimui tenka taikyti netiesinių funkcijų optimizavimo metodus. Šiai gamybinei funkcijai būdingas **vieno resurso pakeitimo kitu pastovus elastingumas**, ką ir atspindi tos gamybinės funkcijos pavadinimas: CES – **Constant Elasticity of Substitution**. Pakeitimo elastingumas geometriškai gali būti charakterizuojamas kaip izokvantės kreivumas. Homogeninėms gamybinėms funkcijoms $Y=F(K, L)$ ji

galima apskaičiuoti, naudojantis šia **pakeitimo elastingumo formule** $E = \frac{\frac{\partial F}{\partial K} \cdot \frac{\partial F}{\partial L}}{F \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial K \partial L}}$.

Naudojantis šia formule apskaičiuojamas Kobo ir Duglaso gamybinės funkcijos pakeitimo elastingumas ir randama, kad jis lygus 1.

Apskaičiuojant CES tipo gamybinės funkcijos $Y = ae^{\lambda t} [\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$ pakeitimo elastingumą, gaunama, jog $E = \frac{1}{1+\rho} = \text{const}$. Keičiant parametro ρ reikšmę pastovų CES tipo gamybinių funkcijų pakeitimo elastingumą galima keisti.

Nesunku įsitikinti, kad CES tipo gamybinę funkciją linearizuoti metodais, aprašytais 1.14.12.3.1.3. ir 1.14.12.3.1.4. skyreliuose, tikrai nepavyksta.

Todėl tenka naudotis jau minėtais **netiesinio programavimo metodais**, ieškant funkcijos

$Q(a, \lambda, \delta, \rho) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - ae^{\lambda t_i} [\delta K_i^{-\rho} + (1-\delta)L_i^{-\rho}]^{\frac{1}{\rho}} \right\}^2$ minimumo. Šis uždavinys susiveda į netiesinių

lygčių sistemos, gaunamos prilyginant funkcijos $Q(a, \lambda, \delta, \rho)$ dalines išvestines $\frac{\partial Q}{\partial a}$, $\frac{\partial Q}{\partial \lambda}$, $\frac{\partial Q}{\partial \delta}$, $\frac{\partial Q}{\partial \rho}$

nuliui, sprendimo uždavinį, kurį galima spręsti koku nors artutiniu metodu, pavyzdžiui, **Markvardto metodu**, taikant specialią kompiuterinę programą.

1.14.12.3.2. skyrelyje nagrinėjami ekonometrijos mokslo antrosios sudėtinės dalies – **laiko eilučių teorijos** – pradmenys.

Įvadinės 1.14.12.3.2. skyrelio dalies pradžioje apibrėžiama laiko eilutės sąvoka, aptariama, kuo **laiko eilutė skiriasi nuo paprastos atsitiktinės imties** bei kodėl laiko eilučių analizei reikalingi specialūs metodai, skirtingi nuo tų regresinės analizės metodų, kurie 1.14.12.3.1. skyrelyje buvo taikomi atsitiktinėms imtims, išvardijami ir trumpai apibūdinami faktoriai, kurių poveikiai pasireiškia formuojantis laiko eilučių elementų reikšmėms, formuluojami pagrindiniai uždaviniai, kurie sprendžiami laiko eilučių analizėje, ir tie tikslai, kurių siekiama, sprendžiant tuos uždavinius.

Po to apibrėžiamos **silpnai stacionarių ir griežtai stacionarių laiko eilučių sąvokos** bei sąvokos rodiklių ir funkcijų, charakterizuojančių stacionarias laiko eilutes, pateikiamos tų rodiklių ir funkcijų bei jų statistinių įverčių apskaičiavimo formulės:

- 1) laiko eilutės matematinio vidurkio ir jo statistinio įverčio,
- 2) laiko eilutės dispersijos ir jos statistinio įverčio,
- 3) laiko eilutės autokovariacinės funkcijos ir jos statistinio įverčio,
- 4) laiko eilutės autokoreliacinės funkcijos ir jos statistinio įverčio,
- 5) laiko eilutės dalinių autokoreliacijos funkcijų ir jų statistinių įverčių,
- 6) laiko eilutės spektrinio tankio,
- 7) laiko eilutės autokoreliacinės funkcijos priklausomybės nuo spektrinio tankio.

Kadangi literatūroje iki šiol dar nenusistovėjo **spektrinio tankio** žymėjimas ir apibrėžimas, dėl ko atsiranda žymėjimų ir apibrėžimų painiava, o taip pat todėl, kad didelė dalis studijuojančiųjų sistemotyrą geriausiai atveju yra tik formaliai susipažinę su spektrinės analizės pagrindais bei metodais ir sugeba (jei iš viso sugeba) tik „receptūriškai“ naudotis tai sričiai skirtais kompiuterinių programų paketais, nesuprasdami, ką ir kodėl daro būtent taip, o ne kitaip, nesugebėdami rasti teisingų sprendimų nestandartinėse situacijose, šiame skyrelyje **spektrams ir spektrinei analizei** skiriama gana didelė dalis skyrelio teksto, išnagrinėta gana daug Furjė eilučių sudarymo ir jų spektrų charakteristikų apskaičiavimo pavyzdžių. Skaitytojas supažindinamas ir su kai kuriomis spektrinės analizės naujovėmis: su „**slenkančių Furjė langų**“ ir **veivietinės analizės metodu**, taikomų analizuojant netiesines dinamines sistemas ir jose vykstančius procesus, **esme**.

Atliekant realių laiko eilučių statistinę analizę, kai statistinių duomenų nėra pakankamai daug ir nėra galimybės greitai tuos duomenis papildyti, ne taip jau paprasta nustatyti, ar nagrinėjamoji laiko eilutė yra stacionari ar ne, ir, jei ji nėra stacionari, **išskirti joje neatsitiktines sudėtinės dalis (trendą, sezoninius svyravimus, konjunktūrinius ciklus) ir eliminuoti jas iš laiko eilutės**.

Jau pačioje statistinės analizės pradžioje iškyla klausimas, ar laiko eilutės vidurkis yra pastovus, ar kintantis dydis. Tikrinant hipotezes apie laiko eilutės vidurkio pastovumą ar nepastovumą, galima naudotis **serijų metodais** bei **Abė kriterijumi**, apie kurių esmę trumpai kalbama šio – 1.14.12.3.2. – skyrelio įvadinėje dalyje.

Jei įsitikinama, kad laiko eilutė yra stacionari, tai pasirenkamas vienas iš **tipinių stacionarių laiko eilučių matematinių modelių**, nagrinėjamu 1.14.12.3.2.1. skyrelyje, ir tame skyrelyje aprašytais metodais įvertinamos to modelio parametrų reikšmės. Po to tuo modeliu jau galima naudotis, sprendžiant taikomuosius (pavyzdžiui, prognozavimo) uždavinius.

Jei įsitikinama, kad laiko eilutė nestacionari, tai, naudodamiesi **analizininiais ar algoritminiais metodais**, bandomė rasti ir išskirti tos eilutės neatsitiktinės dalis. Tipiniai nestacionarių laiko eilučių modeliai nagrinėjami 1.14.12.3.2.2. skyrelyje.

1.14.12.3.2. skyrelio įvadinėje dalyje trumpai aprašyti kai kurie **nestacionarių laiko eilučių glodinimo metodai (slenkančio vidurkio, Brauno)**, taip pat **skirtumų metodas**, leidžiantis iš nestacionarios laiko eilutės **eliminuoti trendą**, kai tas trendas gali būti aproksimuotas kurio nors laipsnio daugianariu.

Spektrinės analizės metodais nustačius, jog laiko eilutės sudedamųjų dalių tarpe yra periodiniai svyravimai, ir suradus tų svyravimų periodus, panašiais būdais (jų aprašymas pateiktas knygoje [182]) galima eliminuoti ir periodines laiko eilutės sudedamąsias dalis.

1.14.12.3.2.1. skyrelis, kaip jau buvo minėta, yra skirtas **stacionarių laiko eilučių tipinių modelių** aprašymui.

Nagrinėjami **autoregresiniai modeliai AR(p)**, kurių bendroji formulė yra

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon(t-i) + \delta(t), \text{ slenkančio vidurkio modeliai MA(q), t. y. modeliai } \varepsilon(t) = \delta(t) + \sum_{j=1}^q \beta_j \delta(t-j), \text{ ir autoregresiniai modeliai su likučių slenkančiu vidurkiu ARMA(p,q), t. y. modeliai}$$

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon(t-i) + \delta(t) - \sum_{j=1}^q \theta_j \delta(t-j).$$

Šiame skyrelyje konkrečiai išnagrinėti: 1) Markovo procesą aprašantis modelis AR(1), Julo procesą aprašantis modelis AR(2), modeliai MA(1) ir MA(2), taip pat modelis ARMA(1,1).

Siekiant supaprastinti modelio AR(p), MA(q) ir ARMA(p,q) su didesnėmis parametru p ir q reikšmėmis nagrinėjimą, išvedami **postūmio laike operatoriai** F_+^k ir F_-^k . Šie operatoriai apibrėžiami formulėmis $F_+^k \varepsilon(t) = \varepsilon(t+k)$, $F_-^k \varepsilon(t) = \varepsilon(t-k)$.

Naudojantis operatoriais F_- ir F_+ sudaromi sudėtingesni **tiesiniai operatoriai** $A_p(F_-, \alpha)$ ir $B_q(F_-, \theta)$. Šie operatoriai apibrėžiami formulėmis $A_p(F_-, \alpha) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i F_-^i = 1 - \alpha_1 F_- - \alpha_2 F_-^2 - \alpha_3 F_-^3 - \dots - \alpha_p F_-^p$, $B_q(F_-, \theta) = 1 - \sum_{i=1}^q \theta_i F_-^i = 1 - \theta_1 F_- - \theta_2 F_-^2 - \theta_3 F_-^3 - \dots - \theta_q F_-^q$.

Operatorinėje formoje modelis AR(p) vaizduojamas formule $A_p(F_-, \alpha) \varepsilon(t) = \delta(t)$, modelis MA(q) – formule $\varepsilon(t) = B_q(F_-, \theta) \delta(t)$, o modelis ARMA(p,q) – formule $A_p(F_-, \alpha) \varepsilon(t) = B_q(F_-, \theta) \delta(t)$.

Realių stacionarių laiko eilučių matematinei analizei čia aprašytų paprastų tiesinių modelių ne visada pakanka, nes kai kurioms laiko eilutėms (pavyzdžiui, stacionarioms laiko eilutėms, aprašančioms finansų rinką) būdingi **netiesiškumo reiškiniai** (prognozės paklaidų grupavimasis į serijas, asimetrija, ilgalaikės atminties efektas ir pan.).

Susidūrus su **sąlyginiu heteroskedastiškumu**, t. y. su laiko eilučių atsitiktinių likučių sąlyginių dispersijų priklausomybe nuo egzogeninių kintamųjų, buvo sukurtas **sąlyginio heteroskedastiškumo autoregresinis modelis ARCH(p)**, kuris vėliau buvo apibendrintas į **GARCH(p,q) modelį**. Finansų matematikos kurse analizuojama ir eilė kitų modelių, matematiškai aprašančių heteroskedastiškas laiko eilutes.

1.14.12.3.2.2. skyrelis skirtas homogeninių nestacionarių laiko eilučių tipinių modelių aprašymui. Homogeninėmis nestacionariomis laiko eilutėmis vadinamos tokios laiko eilutės, kurios, eliminavus iš jų neatsitiktinę laiko eilutės dalį, tampa stacionariomis (plačiaja prasme) laiko eilutėmis.

Tokios eilutės pavyzdžiu gali būti eilutė $x(t) = \sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i + \varepsilon(t)$. Jos matematiniam modeliavimui taikomas **integruotas autoregresinis slenkančio vidurkio modelis ARIMA(p,q,k)**. Šis modelis eliminuoja iš laiko eilutės $x(t)$ neatsitiktinį dauginarį $\sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i$ ir po to sudaro likusios stacionarios laiko eilutės $\varepsilon(t)$ modelį ARMA(p,q).

Daugianario $f(t) = \sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i$ eliminavimui iš eilutės $x(t)$ naudojamosi **skirtumų apskaičiavimo**

operatorium $\Delta = 1 - F_-$: $\Delta x(t) = x(t) - x(t-1)$, $\Delta^2 x(t) = \Delta x(t) - \Delta x(t-1) = (1 - F_-)x(t) - (1 - F_-)x(t-1) = (1 - F_-) \times (x(t) - x(t-1)) = (1 - F_-)(1 - F_-)x(t) = (1 - F_-)^2 x(t)$, ..., $\Delta^n x(t) = \Delta^{n-1} x(t) - \Delta^{n-1} x(t-1) = (1 - F_-)^n x(t) = \sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i F_-^i x(t)$.

ARIMA(p,q,k) modelį $A_p(F_-, \alpha) \Delta^k x(t) = B_q(F_-, \theta) \delta(t)$, atsižvelgdami į tai, kad operatoriai $A_p(F_-, \alpha)$ ir $(1 - F_-)^k$ yra tiesiniai, o jų sandauga yra komutatyvi ir asociatyvi, galima užrašyti ir formoje $A_p(F_-, \alpha) (1 - F_-)^k x(t) = B_q(F_-, \theta) \delta(t)$.

Kartais vietoj skirtumo operatoriaus $\Delta = 1 - F_-$ naudojamosi atvirkštinis jam **sumavimo operatorium** $S = (1 - F_-)^{-k}$. Iš šios formulės išplaukia, jog $S^k = (1 - F_-)^{-k}$ ir $S^k \Delta^k x(t) \equiv x(t)$.

Tuomet modelį ARIMA(p,q,k) galima pateikti formoje $A_p(F_-, \alpha) x(t) = S^k B_q(F_-, \theta) \delta(t)$.

Identifikuojant ARIMA(p,q,k) modelius, visu pirma iškyla **parametro k reikšmės nustatymo problema**. Sprendžiant šią problemą naudojamosi skirtumų $\Delta x(t)$, $\Delta^2 x(t)$, $\Delta^3 x(t)$, ... sekos autokoreliacinės funkcijos analize.

Kadangi laiko eilutės $x(t) = \sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i + \varepsilon(t)$ ir eilučių $\Delta x(t)$, $\Delta^2 x(t)$, ..., $\Delta^{k-1} x(t)$ nariai yra stipriai

koreliuoti, o laiko eilutės $\Delta^k x(t) = \varepsilon(t)$ nariai $\varepsilon(t)$, $\varepsilon(t-1)$, $\varepsilon(t-2)$, ..., nėra stipriai koreliuoti, tai apskaičiuojant eilučių $x(t)$, $\Delta x(t)$, $\Delta^2 x(t)$, ..., $\Delta^{k-1} x(t)$, ..., $\Delta^\ell x(t)$, ... autokoreliacines funkcijas, galima pastebėti autokoreliacinės funkcijos reikšmės staigų kritimą ir nustatyti, prie kokios kintamojo ℓ

reikšmės tas kritimas įvyksta. Tokiu būdu pavyksta nustatyti daugianario $\sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i$, įeinančios į laiko

eilutės $x(t)$ sudėty, laipsnį ir modelio ARIMA(p,q,k) parametro k reikšmę.

Kadangi nagrinėjant praktikoje pasitaikančias realias laiko eilutes, parametro k reikšmė dažniausiai neviršija 3, tai parametro k reikšmės nustatymo procedūra nereikalauja ilgų ir sudėtingų skaičiavimų.

Žymiai sudėtingiau eliminuoti nestacionarios eilutės periodinę sudedamąją dalį, kai ji įeina į nagrinėjamos laiko eilutės sudėty. Kad tai aptiktume ir nustatytume laiko eilutės periodinių sudedamųjų dalių periodus T_i (juk tokių periodinių sudedamųjų dalių gali būti ne viena, o kelios), tenka analizuoti nestacionarios laiko eilutės autokoreliacinį spektrą. Pagal tai, kokių ciklinių dažnių ω_i svyravimai stipriausiai pasireiškia tame spektre, nustatomi laiko eilutės periodinių sudedamųjų dalių periodai

$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$, o tų svyravimų eliminavimui iš laiko eilutės $x(t)$ sudėties galima pasinaudoti specialiu

operatorium $\nabla_T = 1 - F_T^T$, liekanoje $\nabla_T x(t) = x(t) - x(t-T)$ nebepaliekant to, kas kartoja laiko eilutės elementuose $x(t)$ ir $x(t-T)$ su periodu T .

Kai norima kartu eliminuoti ir periodinę laiko eilutės sudedamąją dalį, turinčią periodą T , ir tos eilutės tendą, kuri galima aproksimuoti $(k-1)$ -jo laipsnio daugianariu $\sum_{i=0}^{k-i} c_i t^i$, tai taikomas kombinuotas

operatorius $\Delta^k \nabla_T^K$. Jis taikomas palaipsniui didinant k ir K , kol eilutė $\Delta^k \nabla_T^K x(t)$ netampa praktiškai stacionari.

Papildomos informacijos apie periodinių sudedamųjų dalių eliminavimą iš nestacionarių laiko eilučių galima rasti knygoje [182] ir kitoje literatūroje, nurodytoje literatūros sąrašė, pateiktame šios mokymo priemonės pirmosios dalies pabaigoje. Pavyzdžiui, knygoje [182] skaitytojas gali rasti aprašymą keturių paprastų tipinių modelių, skirtų nestacionarioms laiko eilutėms, turinčioms savo sudėtyje sezoninę sudedamąją dalį.

1.14.12.3.2.3. skyrelyje nagrinėjami regresiniai modeliai su pasiskirsčiaisiais lagais, t. y.

modeliai, kurių išėjimo funkcijos $y(t)$ yra **vėluojančio argumento funkcijos** $y(t) = c_0 + \sum_{k=0}^T \theta_k x(t-k) + \delta(t)$.

Apie vėluojančio argumento funkcijas šioje mokymo priemonėje jau buvo rašyta 1.4.10. ir 1.4.11. skyreliuose, tačiau tuose skyreliuose buvo nagrinėjami atvejai, kai **dėlsos** (t. y. vėlinimai, kurie ekonometrikoje vadinami **lagais**) buvo pastovūs dydžiai. Šiuo atveju dėsos gali būti įvairiai pasiskirsčiusios, todėl laiko eilutės $y(t)$ elementai gali priklausyti ne tik nuo $x(t)$ bei $x(t-\tau)$ reikšmių, kur τ – tam tikra konstanta, bet ir nuo $x(t-k)$ reikšmių, kur k gali būti lygus 0, 1, 2, 3, ...

Modelių, aprašančių tokias priklausomybes, parametrų c_0 , T , θ_1 , θ_2 , ..., θ_k , ..., θ_T įverčių nustatymo metodai skiriasi nuo metodų, taikomų paprastų regresinių modelių, aprašytų 1.14.12.3.1. skyrelyje, parametrų reikšmių nustatymui.

Tas metodų skirtumas atsirado dėl **dviejų priežasčių**: 1) paaiškinamųjų kintamųjų reikšmės $x(t)$, $x(t-1)$, ..., $x(t-k)$, ..., $x(t-T)$ šiuo atveju (t. y. laiko eilutėje) nėra nepriklausomos, o yra stipriai koreliuotos, todėl jas apdorojami metodais, aprašytais 1.14.12.3.1.1. skyrelyje, neišvengiamai susidurtume su tame skyrelyje jau minėtu **multikolinearumo reiškiniu**; 2) pasinaudodami informacija apie ryšius tarp endogeninių kintamųjų $y(t)$ ir egzogeninių kintamųjų $x(t)$, mes galime žymiai supaprastinti regresinius modelius su pasiskirsčiaisiais lagais, sumažindami tų modelių parametrų skaičių, pavyzdžiui, išreikšdami parametrus θ_0 , θ_1 , θ_2 , ..., θ_k , ..., θ_T per žymiai mažesnę naujų modelio parametrų a_0 , a_1 , ..., a_m skaičių $m+1$, o tai žymiai supaprastina regresinio modelio identifikavimo problemą.

Regresinio modelio su pasiskirsčiaisiais lagais svorinių koeficientų θ_0 , θ_1 , ..., θ_k , ..., θ_T seka, kurioje T gali būti net $+\infty$ (tai priklauso nuo nagrinėjamos sistemos „atminties“ ilgio), vadinama **lago struktūra**. Kai visi koeficientai θ_k ($k=0, 1, \dots, T$) yra neneigiami dydžiai, tai gana dažnai toks **regresinis**

modelis yra normalizuojamas: pereinama nuo koeficientų θ_k prie koeficientų $\omega_k = \frac{\theta_k}{\sum_{k=0}^T \theta_k}$. Tuomet

$\sum_{k=0}^T \omega_k = 1$, o koeficientų ω_k seka ω_0 , ω_1 , ω_2 , ..., ω_T vadinama **normuota lago struktūra**.

Normalizuotoje lągo struktūroje koeficientus ω_k galima laikyti tikimybėmis ir jų reikšmių nustatymo uždavinį suvesti į tikimybių pasiskirstymo dėsnio nustatymo uždavinį, kurio sprendiniui gali būti taikomi gerai išvystyti tikimybinių metodai.

Pavyzdžiui, nagrinėdami gyventojų išlaidų $y(t)$ priklausomybę nuo gyventojų pajamų $x(t)$, kurią galima išreikšti formule $y(t) = c_0 + \sum_{k=0}^T \theta_k x(t-k) + \delta(t)$, mes galime pasinaudoti hipoteze, jog

svoriniai koeficientai $\omega_k = \frac{\theta_k}{\sum_{j=0}^T \theta_j}$ šiuo atveju yra binominio skirstinio $\omega_k = C_T^k p^k (1-p)^{T-k}$

tikimybės. Įsitikinę, jog šiuo atveju tokia hipotezė nėra atmestina, mes $T+1$ parametro ω_k ($k=0, 1, 2, \dots, T$) apskaičiavimo uždavinį suvedame tik į dviejų parametrų – p ir T – nustatymo uždavinį, nes visi parametrai ω_k gali būti apskaičiuoti, žinant parametrų p ir T reikšmes.

Nesunku rasti ir koeficiento c_0 statistinį įvertį $\hat{c}_0$: juk c_0 – tai būtiniausios gyventojų išlaidos, jau nebeprisiklausančios nuo jų pajamų dydžio. Kai normalizuotoje lągo struktūroje „atminties“ ilgis T yra begalinis, tai tikslinga patikrinti, ar lągo struktūra nėra **Paskalio struktūra**. Tais atvejais, kai ši hipotezė pasiteisina, šis be galo didelio skaičiaus modelio parametrų ω_k įvertinimo uždavinys susiveda tik į dviejų parametrų – p ir M – įvertinimo uždavinį.

Tais atvejais, kai mums trūksta informacijos, kad galėtume iškelti hipotezę apie koeficientų ω_k (ar θ_k) pasiskirstymą, galima pasinaudoti Širli Almon pasiūlytu **polinominės lągo struktūros metodu**, t. y. galima priimti hipotezę, jog koeficientų θ_k reikšmės yra tam tikrės tolydžios funkcijos $f(k)$ reikšmės taškuose $k=0, 1, 2, \dots, k, \dots, T$. Kadangi dauguma tolydžių funkcijų gali būti pakankamai tiksliai aproksimuotos trečiojo (o kartais net antrojo) laipsnio **splainais**, tai galima priimti hipotezę, jog

$\theta_k = f(k) \approx \sum_{i=0}^m a_i k^i$, kur $m \leq 3$, o $k=0, 1, 2, \dots, T$. Įstatę į formulę $y(t) = c_0 + \sum_{k=0}^T \theta_k x(t-k) + \delta(t)$ vietoj θ_k

formulės $\theta_k = \sum_{i=0}^m a_i k^i$ ir pergrupavę dėmenis, gauname formulę $y(t) = c_0 + \sum_{i=0}^m a_i \sum_{j=0}^T j^i x(t-j) + \delta(t) =$

$= c_0 + \sum_{i=0}^m a_i \tilde{x}^{(i)}(\tilde{t}) + \delta(\tilde{t} + T)$, kurioje $\tilde{t} = t - T$, o $\tilde{x}^{(i)}(\tilde{t})$ – antriniai kintamieji, įsivedami naudojantis

formule $\hat{\tilde{x}}^{(i)}(\tilde{t}) = \hat{\tilde{x}}^{(i)}(\tilde{t} - T) = \sum_{j=0}^T j^i \hat{x}(t-j)$. Dabar, naudojantis statistiniais duomenimis – laiko eilute

$\hat{x}(t), \hat{x}(t-1), \dots, \hat{x}(t-T), \dots, \hat{x}(t-n)$, susidedančia iš $(n+1)$ elementų, – atitinkamai parinkus m ir T reikšmes, galima apskaičiuoti ir parametrų $c_0, a_0, a_1, \dots, a_m$ įverčius $\hat{c}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m$, kuriuos turėdami galime rasti ir koeficientų $c_0, \theta_1, \dots, \theta_T$ įverčius $\hat{c}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_T$. Dydžių m ir T reikšmės randamos bandymų metodu.

Tais atvejais, kai laiko eilutės $x(t), x(t-1), \dots, x(t-k), \dots, x(t-N)$ ir $y(t), y(t-1), \dots, y(t-k), \dots, y(t-N)$ yra pakankamai ilgos ir kai atrodo, jog nagrinėjamos sistemos „atminties“ ilgis T yra begalinis, bet tą atmintį charakterizuojantys koeficientai θ_k , didėjant k turėtų eksponentiškai mažėti, olandų ekonometrikas Koikas (L. M. Koyck) siūlo išbandyti **geometrinę lągo struktūrą**, t. y. priėmus

hipotezę, jog $\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^T \theta_k = \beta < +\infty$ ir hipotezę, jog $\omega_k = \frac{\theta_k}{\sum_{j=0}^{\infty} \theta_j} = \frac{\theta_k}{\beta} = (1-\lambda)\lambda^k$, kur $0 < \lambda < 1$, iš formulių

$y(t) = c_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k x(t-k) + \delta(t) = c_0 + \beta(1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k x(t-k) + \delta(t)$ ir $y(t-1) = c_0 + \beta(1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k x(t-k-1) +$

$+\delta(t-1)$ išsivesti formulę $y(t) = c_0(1-\lambda) + \beta(1-\lambda)x(t) + \lambda y(t-1) + \delta(t) - \lambda\delta(t-1)$, kurios identifikavimui pakanka įvertinti tik tris parametrus (c_0, β ir λ), kai tuo tarpu pradiniam modelyje jį identifikuojant, būtų prirėkę įvertinti be galo daug parametrų.

Pažymėtina, jog į Koiko modelį susiveda ir du matematinėje ekonometrikoje gerai žinomi dinaminiai modeliai: **dalinio prisitaikymo ir adaptuotų lūkesčių modeliai**.

1.14.12.3.2.4. skyrelyje aprašomas laiko eilučių matematinių modelių taikymas ekonominių rodiklių reikšmių prognozavime.

Pradžioje pateikiami trumpalaikių, vidutinės trukmės ir ilgalaikių prognozių bei tose prognozėse vartojamų pagrindinių sąvokų apibrėžimai ir trumpai apibūdinamos prielaidos, kuriomis naudojamosi prognozavimo procese, o po to pateikiami du konkretūs laiko eilutės narių būsimų reikšmių prognozavimo pavyzdžiai.

Pirmajame pavyzdėlyje prognozavimui naudojamosi modeliu ARIMA (p, q, k), kai p=1, q=0 ir k=1, o antrajame – modeliu ARIMA(1; 1; 1).

Pirmajame pavyzdėlyje jokių ypatingų problemų nekyla, tačiau antrajame pavyzdėlyje susiduriame su $\hat{x}(t;1)$ apskaičiavimo problema, nes $\hat{x}(t;1)$ apskaičiavimui prireikia $\hat{x}(t-1;1)$ žinojimo, kadangi $E[\delta(t)/x(t), x(t-1), \dots] = x(t) - \hat{x}(t-1;1)$.

Norint apskaičiuoti $\hat{x}(t-1;1)$, prireikia $\hat{x}(t-2;1)$ žinojimo ir t. t.

Su šia problema būtų galima susidoroti, jei mes turėtume begalines laiko eilutes. Tačiau realios laiko eilutės visada baigtinės. Todėl tenka priimti dar vieną prielaidą, jog prognostiniuose skaičiavimuose „baltojo triukšmo“ sąlyginius vidurkius, kai jų apskaičiavimui nebuvo užtenka informacijos, turimos nagrinėjamoje laiko eilutėje, galima pakeisti besąlyginiais to triukšmo vidurkiais ir todėl laikyti juos lygiais 0.

Priėmus šią prielaidą, išvedama prognozavimo formulė $\hat{x}(t;h) = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha^h}(1 - \alpha^h)\right]x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha}(1 - \alpha^h) \left[(1 - \theta) \sum_{i=1}^n \theta^{i-1} x(t-i) + \theta^n \left(x(t-n) + \frac{x(t-n+1) - x(t-n)}{1 - \alpha} \right) \right]$. Naudotis šia formule, atliekant trumpalaikio matematinio prognozavimo eksperimentus, nėra taip sudėtinga, kaip galėtų pasirodyti iš pirmo žvilgsnio, nes toje formulėje suma $\left[(1 - \theta) \sum_{i=1}^n \theta^{i-1} x(t-i) + \theta^n \left(x(t-n) + \frac{x(t-n+1) - x(t-n)}{1 - \alpha} \right) \right]$

duotajai laiko eilutei yra pastovus dydis ir todėl šios sudėtingos sumos reikšmė turimai laiko eilutei yra skaičiuojama tik vieną kartą.

Pažymėję šią pastovią sumą konstanta c_1 , gauname žymiai paprastesnę prognozavimo formulę: laiko eilutės nario $x(t+h)$ prognostinė reikšmė $\hat{x}(t;h)$ yra lygi $\left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha}(1 - \alpha^h)\right]x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha}(1 - \alpha^h)c_1 = x(t) - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha}(1 - \alpha^h)(x(t) - c_1)$.

1.14.12.3.3. skyrelyje nagrinėjama trečioji sudėtinė ekonometrikos dalis – **simultaninių ekonometrinių lygčių ir tapatybių sistemos**, taikomos sudėtingų makroekonominų procesų modeliavime ir prognozavime.

Simultaninėmis lygčių ir tapatybių sistemomis vadinamos sistemos, aprašančios kelis sąveikaujančius procesus, vykstančius lygiagrečiai, t. y. **vienu ir tuo pačiu laiku**, bet galbūt keliose vietose.

Skyrelio pradžioje pateikiamas sudėtingo ekonometrinio modelio, turinčio savo sudėtyje kelias tokias lygtis ir tapatybes, sudarymo pavyzdys. Modelis sudaromas struktūrinėje formoje, o po to jis pervedamas į redukuotąją formą, išreiškiančią modelio endogeninius kintamuosius per egzogeninius kintamuosius.

Bandant iš redukuotos formos atstatyti struktūrinę, paaiškėja, jog vienareikšmiškai to padaryti neįmanoma. Parodyta, jog šiuo atveju struktūrinės formos koeficientų įverčių apskaičiavimui taikant vieno žingsnio mažiausiųjų kvadratų metodą, galima gauti neteisingus (t. y. pastumtus ar net nesuderintus) rezultatus. Tai reiškia, jog nagrinėjamas modelis neturi **identifikuojamumo savybės** ir tokio modelio struktūrinės formos koeficientų apskaičiavimui reikia papildomos informacijos bei specialių metodų taikymo. Tačiau pačiu sudėtingu modeliu redukuotoje formoje, modeliuojant ekonominių procesų eigą, naudotis galima, nes tokio modelio redukuotos formos koeficientų įverčiai apskaičiuojami teisingai.

Šio skyrelio pabaigoje trumpai apžvelgiamos svarbiausios sudėtingų ekonometrinių modelių taikymo sritys, o 1.14.12.3.3.1. skyrelyje aprašomas dar vienas konkretus sudėtingo ekonometrinio modelio pavyzdys – **Kleino ekonometrinis modelis**. Tai makroekonominis modelis, susidedantis iš trijų ekonometrinių lygčių (vartojimo, investicijų ir darbo užmokesčio regresinių lygčių) ir trijų tapatybių, matematiškai surišančių nacionalines pajamas Y, vartojimą C, investicijas I, pelną II, darbo užmokesčių privačiame sektoriuje $W^{(1)}$, darbo užmokesčių valstybiniame sektoriuje $W^{(2)}$, kapitalą K, netiesioginius mokesčius T ir valstybines išlaidas G.

Kurdamas šį modelį, L. Kleinas (Lawrence Klein) išnagrinėjo JAV ekonomikos statistinius duomenis, charakterizuojančius 1921-1941 m. laikotarpį, kuris buvo gana sudėtingas, nes per tą laikotarpį JAV ekonomika pergyveno dvi stiprias depresijas.

Tą modelį, jį šiek tiek modifikuojant, galima taikyti ne tik JAV ekonomikai. Straipsnyje [199] skaitytojas gali susipažinti su Kleino modelio taikymu prognozuojant Altajaus krašto ekonominę raidą, o VU MIF studentų A. Gulbickos, I. Masiulaitytės, O. Vorobej, A. Komarovski ir I. Vaskelos baigiamajame darbe „Lietuvos dinaminis makroekonominis modelis“ – su panašiu (tik žymiai sudėtingesniu) modeliu, sudarytu, naudojantis statistiniais duomenimis, charakterizuojančiais Lietuvos ekonomika, ir ekonometrinėmis lygtimis bei tapatybėmis, sudarytomis modeliuojant Lenkijos ekonomika.

1.14.13. skyrelis – paskutinis 1.14. skyriaus skyrelis, kurį (kaip ir 1.14.12. skyrelį) dėl savo apimties galima vadinti poskyriu. Jis skirtas **ekologinių sistemų nagrinėjimui ir sisteminės statistinės analizės, ekonometrikos bei matematinio modeliavimo metodų taikymo ekologijoje aprašymui**.

Skyrelio pradžioje nurodomos dvi pagrindinės priežastys, paskatinusios šių eilučių autorių įtraukti į mokymo priemonės sudėtį ekologinių sistemų nagrinėjimą, ir bandoma suformuluoti **termino „ekologija“ apibrėžimą**, kuris atitiktų šiuolaikinį šio mokslo išsivystymo lygį bei sisteminį požiūrį į jį ir jo vietą mokslų sistemoje.

Konstruojant tokį apibrėžimą, iškyla klausimai: „Kas yra gyvybė?“, „Kokie požymiai skiria gyvybę nuo negyvybės?“, „Kokia gyvybės kilmė?“, „Ar įmanoma sukonstruoti gyvą organizmą iš negyvos medžiagos?“.

Ieškant atsakymų į šiuos klausimus, šio mokymo priemonės skyrelio pradžioje kalbama apie **pagrindinius gyvybės požymius**, atsižvelgiant į kurių buvimą ar nebuvimą būtų galima nuspėti, kas yra gyva, o kas – ne (pavyzdžiui, ar virusai yra gyvi), aptariamos **gyvybės mūsų planetoje atsiradimo hipotezės**, trumpai aprašoma **ląstelės sandara ir jos funkcionavimas, paveldimos genetinės informacijos perdavimo procesai**.

Ekologijos mokslas skirsto mūsų planetos gyvuosius organizmus ir jų sistemas į **šešis lygmenis**.

Pirmasis lygmuo vadinamas atskirų **individo lygmeniu**. Jam priskiriami atskiri vienaląsčiai ir daugialąsčiai organizmai (tame tarpe – ir atskiri virusai). Ekologijoje individai jau nebedekomponuojami į smulkesnes dalis: individo sandaros ir funkcionavimo nagrinėjimas paliekamas **biologijai** bei jos sparčiai besivystančiai šakai – **mikrobiologijai**.

Antrąjį lygmenį sudaro organizmų **populiacijos**. Jomis vadinamos vienos ir tos pačios rūšies individų grupės, gyvenančios tam tikrose kompaktiškose teritorijose. **Biologinę rūšį** išskiria ir apibrėžia požymis, kad tai pačiai rūšiai priklausantys individai turi tuos pačius bendrus biologinius požymius ir todėl tos pačios rūšies skirtingų lyčių individai gali tarpusavyje **kryžmintis**, sulaukdami **vaisingų palikuonių**, priklausančių tai pačiai biologinei rūšiai, dėl ko populiacija ne tik gali išlikti, bet ir didėti.

Trečiąjį lygmenį sudaro gyvųjų organizmų **bendrijos** – tam tikroje vietoje gyvenančios populiacijos, priklausančios **vienam mitybos tinklui**. Kitaip tariant, ekologinę bendriją sudaro gyvieji organizmai, gyvenantys tam tikroje kompaktiškoje teritorijoje, vadinamoje tos **bendrijos arealu**, būdami surišti vieni su kitais **mitybos santykiais**: vieni tos bendrijos individai yra kitų tos bendrijos individų maistas.

Ketvirtąjį lygmenį sudaro **ekosistemos siaurąja prasme**. Ekosistema siaurąja prasme gaunama sujungiant ekologinę bendriją su jos areale esančia visa negyva aplinka, kuri reikalinga tos bendrijos individų ir jų populiacijų egzistavimui. Ekosistemos siaurąja prasme pavyzdžiu gali būti koks nors ežeras ar koks nors miškas, paimti kartu su visa savo augalija ir gyvūnija, su visu ežere esančiu vandeniu ir dumbliu, su miško dirvožemiu ir oru, su gaunamais iš išorės ir atiduodamais išorai energijos ir medžiagų srautais.

Penktąjį lygmenį sudaro **biomai** – stambūs ekosistemų siaurąja prasme junginiai, sudarantys ekosistemas, egzistuojančias **stambiose geografinėse zonose** (pavyzdžiui, tuose ar kituose kontinentuose bei vandenynuose ar jų specifinėse dalyse), kurioms būdingos panašios geografinės ir klimatinės sąlygos. Iki šiol ekologijos ir geografijos moksle dar nenusistovėjo visuotinai pripažinta mūsų planetos biosferos skirstymo į biomas sistema. Šioje mokymo priemonėje pateikti keli populiariausi šiek tiek skirtingi mūsų planetos ekosistemos skirstymo į biomas variantai.

Šeštąjį lygmenį sudaro **visos mūsų planetos ekosistema (ekosistema plačiąja prasme)**, kitaip vadinama dar ir **biosfera**. Lyginant ją su **Žemės planeta** bei mūsų planetą supančia **stratosfera**, biosfera užima gana ploną Žemės plutos ir Žemės paviršių gaubiančios stratosferos sluoksnį, kuriame egzistuoja gyvybė. Tačiau tame sluoksnyje vyksta labai sudėtingi ir labai intensyvūs procesai, kuriuos ir nagrinėja ekologija bei įvairios biologijos mokslų šakos.

Pagrindiniai santykiai tarp gyvųjų organizmų, kuriuos nagrinėja ekologija, yra mitybos santykiai.

Mityba ekologijoje traktuojama plačiąja prasme ir makrolygyje. Ji suprantama kaip medžiagų bei energijos apykaita tarp organizmo ir jo aplinkos, tarp populiacijų ir jų aplinkos.

Mitybos procesų atžvilgiu gyvieji organizmai klasifikuojami į **tris grupes**: 1) producentus (gamintojus), 2) konsumentus (vartotojus) ir 3) reducentus (skaidytojus).

Producentais vadinami organizmai, kurie gali patys pasidaryti sau maisto (ir tuo atžvilgiu yra autotrofai) bei būti maistu kitiems organizmams. Tai – **augalai ir kai kurių rūšių bakterijos**, galinčios iš neorganinių medžiagų sintetinti organines medžiagas.

Konsumentais vadinami organizmai, kurie nesugeba iš neorganinių medžiagų patys pasigaminti organinių medžiagų ir todėl minta kitais organizmais, sudarytais iš organinių medžiagų.

Konsumentai gali būti pirminiai, antriniai, tretiniai ir t. t. vartotojai.

Pirminiai vartotojai – tai **žolėdžiai gyvūnai**. Jie vartoja augalų pagamintas organines medžiagas, kurios tiems gyvūnams yra ir gyvybės palaikymui reikalingas energijos šaltinis ir medžiagų, naudojamų organizmui reikalingų „statybinių bloku“ gamybai, šaltinis.

Antriniais vartotojais laikomi **mėsėdžiai gyvūnai**, mintantys pirminiais vartotojais – žolėdžiais gyvūnais. Kai kurie antriniai vartotojai gali būti ir pirminiais vartotojais, t. y. gali vartoti ne tik gyvulinės, bet ir augalinės kilmės maistą, kitaip tariant, gali būti **visaėdžiais gyvūnais**.

Tretiniais vartotojais vadinami **plėšrūnai**, kurie maitinasi antriniais vartotojais. Kai kurie vartotojai, būdami tretiniais vienose mitybos grandinėse, gali būti antriniais ar net pirminiais kitose grandinėse. Todėl ekologinių bendrųjų, sudarančių ekologinių sistemų branduolius, mitybos tinklai gali būti gana sudėtingi. Mokymo priemonėje pateiktas vienas mitybos tinklo fragmentas (žiūr. 329 pav) rodo, jog mitybos tinklas gali jungti gana tolimas populiacijas ir būti labai išsišakojęs, turėti daug lygių.

Mitybos tinklų sudėtingumas – ne atsitiktinis reiškinys. Jis turi savo prasmę: būtų rizikinga galėti maitintis tik vienos rūšies gyvūnais.

Reducentais vadinami organizmai, kurie skaido taip vadinamąjį **detritą** į paprastesnes medžiagas.

Detritu vadinamos įvairios atliekos: jau negyvų augalų ir gyvūnų bei jų liekanų audiniai, gyvūnų išmatos, prie jo gali būti priskirtos ir kai kurios žmonių išmetamos atliekos.

Pradžioje detritą perdirba stambesnieji **detritaėdžiai gyvūnai**, o po to jį į dar paprastesnius cheminius junginius suskaido įvairūs **grybai ir bakterijos**. Tokius junginius, tapusius mineralinėmis medžiagomis, tirpstančiomis vandenyje, jau gali įsisavinti augalų šaknys, o augalai, jungdami jas su jų lapuose fotosintezės metu susintetintais angliavandeniais, vėl perdirba tas medžiagas į organines, tinkamas pirminių vartotojų maistui. Taip užsidaro vienas medžiagų apykaitos ciklas ir prasideda naujas.

Žmogus, būdamas protingu gyvūnu, sugebėjo ne tik būti visaėdžiu vartotoju, bet, pasitelkęs chemijos mokslą, tapti taip pat ir gamintoju, ir skaidytoju (tiesa, ne savo kūne, o cheminiuose bei fizikiniuose prietaisuose), išmoko valdyti kai kuriuos biologinius procesus. **Tuo žmogus išsiskyrė iš visų kitų mūsų planetos organizmų.**

Mitybos santykiai tarp organizmų ne visada yra tokie paprasti, kaip galėtų atrodyti ką tik susipažinusiems su producentų, konsumentų ir reducentų sąvokomis: pasitaiko ir tokių organizmų, kurie prisitaikę būti ir gamintojais, ir vartotojais, o detritą kaip savo maistą gali vartoti ne tik tradiciniai skaidytojai, bet ir dvėseliene mintantys paukščiai bei kai kurie žvėrys, tokiu būdu atliekantys „sanitarų“ funkcijas; kai kurioms grybų rūšims gali būti būdinga ne tik saprofitinė, bet ir epifitinė bei parazitinė mityba, tarp visišškai skirtingų organizmų pasitaiko simbiozės ir mutualizmo reiškiniai.

Kai kurie čia išvardinti atvejai (mokymo priemonėje jie iliustruojami konkrečiais pavyzdžiais) atsirado **ekologinių sistemų evoliucijos eigoje**, organizmams susirandant bei susikuriant taip vadinamas ekologines nišas, leidžiančias jiems išgyventi žiaurios kovos už būvį sąlygomis net esant stipresnių populiacijų apsuptyje.

Ekologinė niša – tai tam tikra vieta ekologinėje sistemoje, jos struktūroje, apibrėžiama tą vietą užimančių organizmų vykdomomis funkcijomis ekosistemoje ir jų santykiais su kitomis tos ekosistemos populiacijomis, užimančiomis savo ekologines nišas. Todėl **į ekosistemą galima žiūrėti kaip į „organizmą“, kurio „ląstelės“ yra ekologinės nišos.**

Sistemotyros mokslui labai aktualu ir svarbu, kad **skirtingose ekosistemose** (siaurąja prasme) **gali susidaryti analogiškos ekologinės nišos**, o jas užėmę organizmai, net ir nebūdami artimais giminingi biologiskai (o kartais turėdami net ir labai skirtingas vidines sandaras), vykdydami savo ekologinėse nišose panašias funkcijas, evoliucijos eigoje išoriškai supanašėja. Taip, pavyzdžiui, Australijoje atsirado sterbliniai kurmiai ir sterbliniai kiškiai, išoriškai panašūs į mūsų kurmius ir kiškus.

Šis reiškinys buvo pavadintas **konvergencinės evoliucijos reiškiniu**. Nors konvergencinė evoliucija yra priešinga **divergencinei evoliucijai**, kurios metu skirtingose ekosistemose susiformuoja skirtingos giminingų organizmų populiacijos, tačiau abiejų evoliucijų „mechanizmai“ sisteminiu požiūriu yra panašūs.

Iš to, ką dabar jau žinome apie populiacijas, ekosistemas, ekologines nišas ir gyvųjų organizmų evoliuciją, kuri vyksta veikiant organizmų **mutacijos** reiškiniams, **organizmų atrankos** jų konkurencinėje kovoje už išlikimą procesams ir **paveldimos informacijos perdavimo iš kartos į kartą genetiniams „mechanizms“**, galima padaryti išvadą, jog **į populiacijas, ekologines bendrijas, taip pat ir į pačias ekosistemas reikia žiūrėti ne tik kaip į evoliucionuoti sugebančių gyvųjų organizmų, patalpintų į tam tikras gamtines aplinkas, rinkinius, bet kaip ir į pirmojo tipo sistemas – savo rūšies „supraorganizmus“, kurie taip pat sugeba evoliucionuoti.**

Mokymo priemonėje aprašomas vienas tokios evoliucijos reiškinių – **geografinių zonų augalijos vystymasis specifinės toms zonoms „klmaksinės“ augalijos link**. Tokia evoliucija būdinga ne tik augalijos kartų kaitai, bet ir kitoms **sukcesijoms**.

Ekosistemoms būdingų dėsningumų atskleidimas – vienas svarbiausiųjų ekologijos mokslo tikslų, o **dinaminės ekdoginės pusiausvyros gamtoje palaikymas ir išsaugojimas**, remiantis tais dėsningumais ir atitinkamai reguliuojant žmogaus veiklą – vienas svarbiausiųjų visos žmonijos praktinės ekologinės veiklos tikslų. Kad tokia veikla vyktų ir būtų pakankamai efektyvi, būtina **ugdyti visų visuomenės narių sisteminę ekologinę mąstymą, sisteminę mokslinį požiūrį į mus supančią aplinką, į atskiros žmogaus ir visos žmonijos veiklą joje.**

Šiame skyrelyje pateikta keleta pavyzdžių, parodančių, kaip neapgalvota žmogaus veikla gali pažeisti gamtoje nusistovėjusią pusiausvyrą ir iššaukti nepageidautinas pasekmes.

Nerimą kelia tai, kad tokių pažeidimų ne tik nemažėja, o daugėja, dėl ko kai kurios gamtoje įvykusios bei vykstančios žalingos permainos jau tapo bei gali tapti negrįžtamomis. **Išnyko bei toliau nyksta kai kurios gyvūnų ir augalų rūšys, dėl ko negrįžtamai nuskurdo ir toliau skursta mūsų planetos genofondas, vis labiau didėja atmosferos, vandens ir dirvožemio užterštumas, dėl neatsakingai ir netoliaregiškai atliekamos pramonės ir transporto priemonių veiklos bei miškų iškirtimo kaupiasi anglies dvideginio kiekis atmosferoje, o tai, daugelio rimtų mokslininkų nuomone, stiprina „šiltnamio efektą“, dėl ko gali prasidėti (o kai kurių mokslininkų nuomone – jau prasidėjo) globalinis atšilimas ir Žemės klimato kaita, ledynų tirpimas ir vandens lygio vandenynuose kilimas.**

Didelės mokslininkų grupės nuomone, **žmogaus veikla tampa svarbiu ekologiniu faktorium ir todėl jau nebeleistina, vaikantis didelių pelnų, nebeatsižvelgti į tos veiklos galimas tolimas pasekmes. Jei žmonija to nesupras ir laiku neatsipeikės, tų mokslininkų nuomone, žmonijos laukia liūdna ir, gali būti, net pražūtinga ateitis.**

Šią nuomonę stengiasi paneigti kita mokslininkų grupė, sulaukianti dosnios stambaus pramoninio kapitalo atstovų finansinės ir moralinės paramos ir pasireiškianti straipsniais populiarioje spaudoje. Pastarieji mokslininkai, remdamiesi ilgalaikių meteorologinių tyrimų duomenimis, o taip pat medžių rievių tyrimų rezultatais, teigia, jog **anglies dvideginio kiekiui atmosferoje žymiai daugiau reikšmės turi žmogaus nevaldoma vulkaninė veikla, o ne pramonės bei transporto išmetamos dujos, kad kalbos apie globalinį atšilimą ir klimato kaitą yra neatsakingai skleidžiami mitai.** Jų nuomone, įvairios ekologinės programos ir pramoninės veiklos suvaržymai, kurių reikalauja Kioto protokolas, yra tik beprasmiškos lėšų švaistymas ir techninio progreso stabdymas.

Sunku dabar pasakyti, kuri iš ką tik paminėtųjų diskutuojančių grupių yra teisėsnė.

Aišku tik viena, kad visuomeniniai ekologiniai judėjimai neturėtų pasyviai laukti, kuo baigsis ši jau ilgokai besitęsianti mokslinė diskusija, kai nėra aiškumo, ar ši diskusija tikrai tik mokslinė. Šių judėjimų ir mokslinės inteligentijos pareiga pareikalauti, jog JTO paspartintų minėtosios diskusijos eigą ir organizuotų iš rimtų mokslininkų specialią tyrimų grupę, kuri, objektyviai išnaginėjusi visą turimą informaciją, išsiaiškintų, kaip yra iš tikrųjų, ir paskelbtų atitinkamas išvadas.

Kaip ši diskusija beužsibaigtų, jau ir dabar aišku, kad neatsakingą žmogaus veiklą gamtoje jau seniai laikas civilizuotai reglamentuoti, kad valymo įrengimai, nors jų įdiegimas ir reikalauja labai didelių išlaidų, yra tikrai reikalingi, kad užterštos gamtos išvalymas vėliau kainuos dar brangiau (jei jis iš viso dar bus įmanomas).

Jau seniai laikas pradėti žiūrėti į ekologiją žymiai plačiau ir sistemiškiau. **Juk tarša, prieš kurią reikia kovoti, gali būti ne tik fizinė, bet ir dvasinė, t. y. informacinė, sklindanti iš televizorių ir kino ekranų, iš spaudos ir interneto puslapių.**

Neįmanoma sėkmingai kovoti prieš fizinę aplinkos taršą, nepašalinus vis didėjančios informacinės taršos bei jos padarinių, nes žmonių elgesys pirmoje eilėje priklauso nuo pačių žmonių, nuo jų kultūros, jų mąstymo, jų požiūrio į save bei į pasaulį, į savo vaidmenį jame, į savo atsakomybę už tai, kas ir kaip tame pasaulyje vyksta.

Informacinę žmogaus dvasios taršą turėtume laikyti moraliniu, socialiniu ir ekologiniu nusikaltimu, smukdančiu ir žlugdančiu svarbią mūsų planetos populiaciją – žmogaus populiaciją. Tradicinės moralės pakeitimas „pinigų morale“ ir „pinigų valdžia“, panaikinančia bet kokius varžtus „dideliems pinigams“, siekiantiems tapti dar didesniais pinigais, yra pražūtingas žmonių populiacijai. Todėl žmonija privalo rimtai susirūpinti pavojingomis tendencijomis, vis labiau

įsigalinčiomis šiuolaikinėje visuomenėje, kurioje **pinigai tampa didžiausia vertybe ir pradeda valdyti net jų savininkus**. Net padorus darbdavys, norėdamas išlikti negailestingose konkurencinėje kovoje, priverstas tapti grobuoniu. Išvada: **reikia keisti žmonių susikurtą grobuonišką sistemą**.

Nagrinėjant individų skaičiaus $N(t)$ populiacijoje dinamiką, 1.14.13. skyrelyje išvedama

formulė
$$N(t) = \left[\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K} \right) e^{-rt} \right]^{-1}$$
. Šioje formulėje raidė K žymi populiacijos arealo talpą

(maksimalų populiacijos individų skaičių, kuris dar galėtų prasimaitinti ir išgyventi tame areale), r – populiacijos augimo greičio charakteristiką, vaizduojančią populiacijos individų skaičiaus prieauglį, vidutiniškai tenkantį vienam populiacijos individui per laiko t vienetą, $N(0)$ – pradinį individų skaičių populiacijoje, t. y. populiacijos individų skaičių momentu, kuris priimamas lygiu $T_{\text{prad.}}=0$.

Išvestoji formulė ir ją atitinkantis grafikas, vaizduojantis dydžio $N(t)$ kitimą laikui bėgant, yra analogiški 1.4.9. ir 1.14.12.2.2. skyreliuose išvestoms formulėms ir jas atitinkantiems grafikams.

Tai dar kartą patvirtina bendrasisteminių dėsningumų ir izomorfizmų egzistavimą.

Gyvūnų populiacijos, spręsdamos išgyvenimo problemą, naudojasi dviejų tipų **šeimos strategijomis**.

Pirmosios strategijos, pavadintos **r-strategija**, pagrindinis bruožas – didelis vaikų skaičius šeimose. Tokios strategijos besilaikantys gyvūnai dažniausiai būna smulkūs, jų daug žūsta, o be to ir jų gyvenimo trukmė paprastai būna trumpa. Todėl, kad populiacija išliktų, joje šeimos turi būti pakankamai gausios. Tokios jos ir yra.

Antrosios strategijos, pavadintos **K-strategija**, pagrindinis bruožas – mažas vaikų skaičius šeimose. Tokios strategijos besilaikantys gyvūnai dažniausiai būna stambesni. Jie savo vaikų priežiūrai skiria daug laiko ir energijos. Jų gyvenimo trukmė būna ilgesnė.

Ekologiniai tyrimai rodo, jog **šeimos strategijos pasirinkimą nulemia ne tiek gyvūnų kilmė, kiek sąlygos, kuriose tie gyvūnai gyvena, ta ekologinė niša, į kurią tie gyvūnai patenka** (ar pasirenka) ir prie kurios prisitaiko.

Nagrinėjant gyvūnų populiacijas, taip pat buvo pastebėta, jog **vienos ir tos pačios populiacijos gyvūnai ne tik ir ne tiek konkuruoja dėl „gyvenamojo ploto“ ir maisto, kiek kooperuojasi tarpusavyje**. Šis teiginys buvo pavadintas **Oli principu**, t. y. šį teiginį suformulavusio amerikiečio zoologo vardu.

Oli principas svarbus ne tik ekologijai, bet ir sistemyrai bei socialiniams mokslams.

Ekologijai ir sistemyrai jis svarbus todėl, jog dar kartą patvirtina anksčiau išsakytą mintį, kad **populiacijos nėra vien tik vienos rūšies atskirų individų rinkiniai, o yra jų asociacijos – sudėtingos pirmojo tipo sistemos, savo rūšies supraorganizmai, turintys tiems supraorganizmams būdingų savybių, nepaaiškinamų vien tik iš atskiro individo pozicijų**.

Socialinių mokslų atstovams Oli pastebėtasis reiškinyss gali padėti ieškant atsakymo į klausimą: **„Ar dabar pasaulyje plintantis ir kai kurių visuomenės sluoksnių visokeriopai propaguojamas egoistinis individualizmas bei kolektyvizmo idėjos niekinimas yra natūralus žmonių populiacijos evoliucijos reiškinys, ar laikinas nuokrypis nuo normos, pasireiškiantis kaip eilinė „mada“, kaip savotiška reakcija į buvusioje Sovietų Sąjungoje propaguotą perdėtą kolektyvizmą, ar šiuolaikinės visuomenės liga, savotiškas tos visuomenės progresuojančio išsigimimo požymis?“**

1.14.13. skyrelyje nagrinėjama dar viena žmonių populiacijai labai aktuali ekologinė problema – **„demografinio sprogimo“ problema**.

Ši problema iškilo dėl **žmonių skaičiaus mūsų planetoje eksponentinio didėjimo**. Ją spręsti tampa ypatingai painu dėl to, kad kartu su bendro žmonių skaičiaus mūsų planetoje eksponentiniu didėjimu, ypatingai ryškiai pasireiškiančiu „trečio pasaulio“ šalyse, kai kuriose tautose, ypač tautose, pasiekusiose palyginti aukštą civilizacijos lygį, vyksta atvirkštinis procesas: dėl katastrofiškai sumažėjusio gimstamumo toms tautoms pradėjo grėsti išnykimas. Dėl šio priežasties kai kurių valstybių vyriausybės imasi priemonių, skatinančių šeimas turėti daugiau vaikų.

Tokių sudėtingų problemų, kuriose persipina visos mūsų planetos ekologiniai, ekonominiai, socialiniai bei nacionaliniai ryšiai bei interesai, nagrinėjimui ir sprendimui jau nebepakanka vien tik sveiko proto, intuicijos ir verbalinių modelių bei įprastų žodinių pasvarstymų, bandant nagrinėti galimus sprendimo variantus bei vertinti visus „už“ ir „prieš“. Tokių problemų ir tokių sistemų nepavyksta aprašyti ir analiziniais matematiniais modeliais. Blieka tik viena – bandyti kurti tokių sudėtingų situacijų imitacinius modelius, eksperimentuoti su jais, pasitelkiant statistinius duomenis, kompiuterinę techniką ir įvairių sričių ekspertus.

Šio skyrelio pabaigoje trumpai aprašomi tokių modelių kūrimo ir eksperimentavimu su jais bandymai, kartu paaiškinant, kodėl tokių tyrimų taikymas labai perspektyvus dalykas.

Rekomenduoju skaitytojui įdėmiai perskaityti tokio modeliavimo ir tokių eksperimentų pradininko Dž. Foresterio samprotavimus, pateiktus šiame skyrelyje, išgilinant į juos ir į Dž. Foresterio siūlomo **sisteminės dinamikos metodo** esmę bei į tas išvadas, kurios ten padarytos. Tai labai pravers studijuojant antrąją šios mokymo priemonės dalį, kuomet skaitytojui pačiam teks praktiškai susidurti su panašiais modeliais: pačiam dalyvauti tokių modelių kūrime, eksperimentuoti su jais, interpretuoti tokių eksperimentų rezultatus.

Net ir tuo atveju, kai tokie modeliai dar palyginti paprasti ir todėl dar labai artutiniai, atsižvelgiantys tik į kai kuriuos svarbesnius faktorius, eksperimentai su tokiais modeliais leidžia eksperimentatoriams ir modelių kūrėjams gauti per trumpą laiką žymiai daugiau labai naudingos informacijos apie labai sudėtingos sistemos funkcionavimą negu būtų galima gauti, naudojantis tais sistemų analizės metodais, kurie buvo taikomi anksčiau.

Labai sudėtingų sistemų imitacinių modelių kūrimas ir eksperimentai su jais ypatingai naudinga ir perspektyvi veiklos sritis dar ir todėl, kad **leidžia per gana trumpą laiką sukaupti tiek patirties sudėtingų sistemų ir procesų analizėje ir valdyme, kiek jos anksčiau būdavo įmanoma sukaupti tik dirbant su tokiomis sistemomis bei tokiose sistemose keliolika metų.**

Rekomenduočiau skaitytojui susipažinti ir su šio skyrelio pabaigoje paminėtais studentų bandymais kurti tokių sudėtingų sistemų ir procesų modelius. Tai ne tik parodys, kaip tokie modeliai kuriami, bet ir padės įsitikinti, kad ir paprasti „mirtingieji“ sugeba kurti sudėtingus ir naudingus dalykus.

Išsiaiškinamos sąvokos

Abė kriterijus

Abė metodas

absoliučiai integruojama funkcija

absoliuti praleidžiamoji galia

absoliutus integruojamumas

adaptacija

adaptaciniai prognozavimo metodai

adaptuotų lūkesčių modelis

adeninas

adityvinė gamybinė funkcija

adityvinė naudingumo funkcija

adjunktas

administracinės valdymo sistemos aparatas

administracinė valdymo sistema

agregavimo metodas

agreguotas faktorius

agreguotas produktas

akseleracija

akseleracijos faktorius

akseleracijos koeficientas

akseleracijos principas

algoritmas

algoritminiai modeliai

altruizmas

aminorūgštis

amortizacija

amortizaciniai atskaitymai

analizė

analizės metodai

analiziniai MAS teorijos metodai

analizinio ir imitacinio modeliavimo metodo sintezė

analizinis MAS funkcionavimo modelis

analizinis modeliavimas

analoginė evoliucija

analoginis modeliavimas

analogiškos ekologinės nišos

angliavandeniai

angliavandeniliai

anglies apytakos ratas (anglies ciklas)

anglies dioksidas (anglies dvideginis)
 anglies dioksido kaupimasis Žemės atmosferoje
 antriniai vartotojai
 antrinis investicijų efektas
 antrojo tipo sistema
 antrojo tipo vienodo naudingumo kreivė
 aperiodinė pseudoatsitiktinių skaičių sekos atkarpa
 apibendrintas mažiausiųjų kvadratas metodas
 aplinka
 aplinkosauga
 apribojimai, atsirandantys dėl kaštų ribotumo
 apribojimai, atsirandantys dėl paklausos ribotumo
 apribojimai optimizavimo uždaviniuose
 apriorinis ekonometrinio modelio kūrimo etapas
 aptarnautų klientų dalis (procentais)
 aptarnautų klientų numeravimo skaitliukas
 aptarnautų klientų skaičius $N^{(apt)}$
 arealas ekologijoje
 ARCH(p) modeliai
 ARIMA(0; 1; 1) modelis
 ARIMA(1; 1; 1) modelis
 ARIMA(2; 0; 1) modelis
 ARIMA(p; q; k) modeliai
 AR(1) modelis
 AR(2) modelis
 AR(p) modeliai
 artutiniai modeliai
 asimetrija
 asimetrinis atsakomybės principas
 Atgimimas
 atmosfera
 atranka
 atrankos vaidmuo gyvūnų evoliucijoje
 atsakomybės principas
 atsitiktinės fluktuacijos
 atsitiktiniai evoliuciniai faktoriai
 atsitiktiniai faktoriai
 atsitiktiniai šuoliniai faktoriai
 atsitiktinės savybės
 atsitiktinis procesas
 atsitiktinis regresinis likutis
 atsitiktinis fluktuacijos eliminavimas
 atsitiktinių įvykių sekos generavimas
 atsitiktinių įvykių sekos imitavimas
 atsitiktinių skaičių lentelės
 atsitiktinių skaičių seka
 atskirų individų lygmuo
 atvykusių klientų numeravimo skaitliukas
 atvykusių klientų skaičius $N^{(a)}$
 atvira sistema
 atvirkštinės funkcijos metodas
 atvirkštinė Furjė transformacija
 atvirkštinė Leontjevo matrica
 atvirkštinės matricos metodas
 augalai
 auganti fondograža
 aukciono modelis
 „auksinė taisyklė“
 aukso standartas
 autokoreliacija

autokoreliacijos funkcija
autokoreliacijos koeficientas
autokoreliacinės funkcijos argumentas
autokoreliacinės funkcijos argumento slenkanti reikšmė
autokoreliacinės funkcijos išraiška per jos spektrinį tankį
autokoreliacinės funkcijos modelis
autokoreliacinės funkcijos spektrinis tankis
autokovariacija
autokovariacijos funkcija
autokovariacinė matrica
automatizuota darbo vieta (ADV)
automatizuota imitacinio modeliavimo sistema (AIMS)
autoregresiniai modeliai AR(p)
autoregresiniai slenkančio vidurkio modeliai ARMA(p; q)
autoregresinis modelis AR(1)
autoregresinis modelis AR(2)
autotrofai
azijietiška monarchija
azotą fiksuojančios bakterijos
azotinės bazės
azotinės trąšos
azoto apytakos ratas (azoto ciklas)

bakteriofagai
bakterijos
balansinės lygtys
„baltasis triukšmas“
„baltojo triukšmo“ elementai $\delta(t)$
„baltojo triukšmo“ sąlyginis vidurkis $E[\delta(t-j)/x(t), x(t-1), x(t-2), \dots]$
„baltojo triukšmo“ vidurkis $E[\delta(t)]$
baltymai: funkciniai; struktūriniai
baltymų sintezė
baltymų struktūra
bankinis kapitalas
batipelaginė zona
bazinis vartojimas
bedarbystė
bedarbystės atsiradimo priežastys
bedarbystės lygis
bedarbystės naudingumas darbdaviams
Beisik (Basic) kalba
bendras aptarnautų klientų skaičius $N^{(apt)}$
bendras atvykusių klientų skaičius $N^{(atv)}$
bendrasis lygties sprendinys
bendras išvykusių neaptarnautų klientų skaičius $N^{(iš)}$
bendras mažiausias kartotinis (BMK)
bendrasisteminis reiškiny
bendrasis vidinis produktas (BVP)
bendras stovėjusių eilėje klientų skaičius $N^{(st)}$
bendrieji ekonominiai modeliai
bendrijos ekologijoje
bendro aptarnautų klientų skaičiaus skaitliukas
bendro atvykusių klientų skaičiaus skaitliukas
bendro išvykusių klientų skaičiaus skaitliukas
bendroji efektyvioji paklausa
bendroji ekonomika
bendroji galutinio vartojimo suma
bendroji Kobo ir Duglaso gamybinės funkcijos forma
bendroji visos pridėtinės vertės suma
bendra klientų eilėje prastovėto laiko suma

bendrosios pusiausvyros modelis
bendro stovėjusių eilėje klientų skaičiaus skaitliukas
benitratinė daržininkystė
bentosas
binominė ląsto struktūra
biomas
biosfera
Bokso ir Kokso metodas
Bokso ir Kokso transformacijos
bolševikų partija
bolševikinis režimas
bolševikinis „socializmas“
Brauno metodas
būsimasis įvykis
būsimųjų įvykių grandinė (BĪG)
būtina ir pakankama AR(2) modelio stacionarumo sąlyga
būtinieji gyvybės požymiai
butstrep metodas
butstrep (savirankos) metodo taikymai

celiuliozė
celiuliozės apvalkalas
CERN
CES funkcija
chaotiško sumaišymo metodas
charakteringoji lygtis
chi kvadrato (χ^2) skirstinys
chlorofilas
chloroplastai
chromosoma
ciklas
cikliniai faktoriai
citoplazma
citozinas

Čebyšovo nelygybė
Čepmeno ir Kolmogorovo lygtis

dalykinio žaidimo režimas imitaciniame modeliavime
dalykinis žaidimas
dalinė autokoreliacinė funkcija
dalinio prisitaikymo modelis
dalinis grupinis vidurkis
dalinis lygties sprendinys
darbo jėga
darbo jėgos augimo santykinis tempas
darbo jėgos ekonominė eksploatacija
darbo jėgos ekonominės eksploatacijos lygis
darbo jėgos kaina
darbo jėgos migracija
darbo jėgos pilnas užimtumas
darbo jėgos rinka
darbo jėgos užimtumas
darbo jėgos užimtumo lygis
„darbo laukai“ kompiuterinėje programoje
darbo našumas
darbo našumo rodiklis
darbo užmokesčio privačiame sektoriuje regresinė lygtis
darbo užmokestis privačiame sektoriuje
darbo užmokestis valstybiniame sektoriuje

„dar ne gyvybė“
 daugialypės koreliacijos koeficientas
 daugiamačio izotropinio vektoriaus metodas
 daugiaproduktė vartojimo sistema
 delta funkcija $\delta(t)$
 demografija
 demografinė statistika
 „demografinis sprogymas“
 „demografinių duobių“ ciklai
 demokratija
 demokratinė valstybės santvarka
 demosas
 dempingas
 denitrifikuojančios bakterijos
 deoksirbonukleininė rūgštis (DNR)
 deoksiribozė
 despotizmas
 „dešimties procentų“ taisyklė
 detalių partija
 determinacijos koeficientas
 determinacijos koeficiento pakoreguota formulė
 determinacijos koeficiento statistinis įvertis
 determinantas
 detritas
 didieji Juglaro komerciniai ciklai
 „Didžioji depresija“
 „didžiojo prizo“ neišlošimo efektas
 didžiųjų skaičių dėsnis
 dinaminė nacionalinių pajamų kitimo lygtis
 dinaminis ekonominis modelis
 dinaminis Foresterio modelis
 „Dynamo“ kalba
 direktyvinis planavimas
 diskrečių atsitiktinių ir pseudoatsitiktinių skaičių, pasiskirsčiusių su duotomis tikimybėmis, generavimas
 diskretus gamybos procesas
 diskretūs skirstiniai
 diskretus spektras
 diskretus tolydus n -ženklų dešimtainių trupmenų skirstinys atkarpoje $[0; 1)$
 diskriminacinė darbo jėgos rinka
 dispersija
 dispersijos apskaičiavimo formulė
 dispersijos pakoreguota formulė
 dispersinė analizė
 divergencija
 divergencinė evoliucija
 DNR
 DNR „kopėčios“
 dualumas
 dualūs modeliai
 dukterinė ląstelė
 duomenys
 duomenų agregavimas
 dviejų žingsnių MKM
 dviproduktė vartojimo sistema
 dvisektorinis modelis

 efektyvios paklausos principas
 EGARCH (p; q) modeliai
 egoistinis individualizmas
 egoizmas

„egzaminuojančioji imtis“
 „egzotiški“ Jonkos algoritmai
 eilėje stovėjimo trukmės įverčiai $\bar{\tau}_0^{(e)}$, $\bar{\tau}_1^{(e)}$, $\bar{\tau}_2^{(e)}$
 eilės ilgio skaitliukas
 eilės ilgis
 einamasis gamybos planavimas
 einamasis įvykis
 einamasis planas
 ekologija
 ekologinė bendrija
 „ekologinė niša“
 ekologinė pusiausvyra
 „ekologinė sąmonė“
 ekologinės hipotezės
 ekologinė sistema (ekosistema)
 ekologinės konvencijos
 ekologinės problemos
 ekologinės pusiausvyros pažeidimai
 ekologinė žemdirbystė
 ekologiniai ciklai
 ekologiniai įstatymai
 ekologiniai lygmenys
 ekologiniai procesai
 „ekologinis mąstymas“
 ekologinis ūkis
 ekologinių bendrijų kaita
 ekologinių bendrijų lygmuo
 ekologinių sistemų evoliucija
 ekologiškai švari produkcija
 ekonometrija (ekonometrijos apibrėžimas)
 ekonometrinės lygtys
 ekonometrinės tapatybės
 ekonometrinio modelio atsitiktinės likutinės komponentės
 ekonometrinio modelio identifikavimo etapas
 ekonometrinio modelio identifikuojamumas
 ekonometrinio modelio identifikuojamumo požymiai
 ekonometrinio modelio identifikuojamumo problema
 ekonometrinio modelio kalibravimas
 ekonometrinio modelio koeficientų optimalių reikšmių nustatymo metodai
 ekonometrinio modelio parametrizavimo etapas
 ekonometrinio modelio redukuotoji forma
 ekonometrinio modelio specifikavimo etapas
 ekonometrinio modelio struktūrinė forma
 ekonometrinio modelio sudarymo etapai
 ekonometrinio modelio taikymo etapas
 ekonometrinio modelio verifikavimo etapas
 ekonometrinių modelių linearizavimo metodai
 ekonomika
 ekonomikos augimo makromodeliai
 ekonomikos dėsniai
 ekonomikos empirinė analizė
 ekonomikos reguliavimas
 ekonomikos teorija
 ekonominė kontrolė
 ekonominė krizė
 „ekonominė niša“
 ekonominė pusiausvyra
 ekonominės formacijos
 ekonominė sistema
 ekonominė situacija

ekonominės pusiausvyros taškas
 ekonominė statistika
 ekonominiai procesai
 ekonominiai reiškiniai
 ekonominiai rodikliai
 ekonominiai santykiai
 ekonominio aktyvumo ciklai
 ekonominio augimo fazė ekonominiame cikle
 „ekonominis imperializmas“
 ekonominis reguliavimas
 ekonominių krizių periodiškumas
 ekonominių krizių priežastys
 ekosistema
 ekosistema plačiąja prasme
 ekosistema siaurąja prasme
 ekosistemų lygmuo
 ekranas
 eksperimentų planavimas
 ekspertas
 eksponentiniai pasivertę slenkančio vidurkio metodas
 eksponentinio skirstinio generavimas
 eksponentinis skirstinys
 eksportas
 ekzogeniniai kintamieji
 eliminavimo metodai
 „elitinė“ darbo jėga
 „elitinė“ darbo jėgos rinka
 emerdžencija
 empirinė autokoreliacinė funkcija
 empirinė dispersija
 empirinės dalinės autokoreliacinės funkcijos
 empirinių skirstinių generavimas
 endogeniniai kintamieji
 endogeninių kintamųjų reikšmių intervalinis prognozavimas
 endogeninių kintamųjų reikšmių taškinis prognozavimas
 endoplazminis tinklas
 energijos pasiskirstymo spektras
 energijos pasiskirstymo spektrinis tankis
 energijos pernašos procesai mitybos piramidėse
 epifitas
 epifitinė mityba
 ergodiškas procesas
 ergodiškumas
 Erlango skirstiniai
 Erlango skirstinio tankio formulė, jos išvedimas
 Erlango skirstinių taikymai
 Erlango srautas ir jo gavimas iš Puasono srauto
 Erou ir Hurvico modelis
 estuarijos
 etologinė izoliacija
 eufetinė zona
 euristinė taisyklė
 eutrofikacija
 „eutrofinis vanduo“
 evoliuciniai likutiniai faktoriai

 faktoriai
 fenotipas
 fermentai
 FIGARCH (p; q) modeliai

finalinė sistemos pusiausvyra
 finalinės tikimybių reikšmės
 finansinis imperializmas
 finansinis kapitalizmas
 fitoplanktonas
 fizinė geografija
 fizinė tarša
 fizinis kompiuterinis darbo laikas
 fizinis modeliavimas
 fizinis statistinis modeliavimas
 fluktuacija
 fondograža
 Foresterio dinaminio modelio informaciniai ryšiai
 Foresterio dinaminio modelio informacinis tinklas
 Foresterio dinaminio modelio lygiai (talpos)
 Foresterio dinaminio modelio pagalbiniai blokai
 Foresterio dinaminio modelio pagrindiniai blokai
 Foresterio dinaminio modelio srautai
 Foresterio dinaminio modelio tempai
 Foresterio dinaminio modelio vėlinimo blokai
 fosilijos
 fotosintezė
 funkciniai baltymai
 Furjė atvirkštinė transformacija
 Furjė eilutė
 Furjė eilutės koeficientų apskaičiavimo formulės
 Furjė eilutės kompleksinė eksponentinė forma
 Furjė eilutės pagrindinis ciklinis dažnis
 Furjė eilutės „trigonometrinė“ forma
 Furjė integralas
 Furjė langų metodas
 Furjė tiesioginė transformacija
 Furjė transformacijos

 galimi scenarijai
 galimų scenarijų imitavimas
 galutinis vartojimas
 gama funkcija
 gama funkcijos savybės
 gama skirstinio generavimo algoritmas
 gama skirstinys
 gametos: moteriškoji ir vyriškoji
 gamyba
 gamybinė funkcija CES
 gamybinė funkcija su pilnu resursų pakeičiamumu
 gamybinė operacija
 gamybinės funkcijos CES parametrų statistinis įvertinimas
 gamybinė veikla
 gamybiniai procesai
 gamybinis ciklas
 gamybinis pajėgumas
 gamybos aprūpinimas fondais
 gamybos aprūpinimo fondais rodiklis
 gamybos baras
 gamybos efektyvumas
 gamybos kaštai
 gamybos kaštų funkcija
 gamybos mikroekonominis modeliavimas
 gamybos optimizavimas
 gamybos planas

gamybos planavimas
 gamybos proporcijos
 gamybos techninio ir energetinio aprūpinimo lygio rodiklis
 gamybos techninio ir energetinio aprūpinimo lygis
 gamybos technologija
 gamintina produkcija
 gamintinos produkcijos kiekis
 gamintojai (producentai)
 GARCH(p; q) modeliai
 Gauso ir Zeidelio metodas
 Gėja
 genas
 genetika
 genetinė informacija
 genetinės informacijos perdavimas
 genetinės informacijos perdavimas lytiniu būdu
 genetinės informacijos saugykla
 genetinis kodas
 genofondas
 genotipas
 genų inžinerija
 geologija
 geologinės eros
 geometrinė lago struktūra
 geometrinė progresija
 geometrinio skirstinio generavimas
 geometrinis skirstinys
 gerovės lygis
 gimstamumas
 gimstamumo autoreguliacija
 gimstamumo reguliavimas
 gimstamumo rodiklis
 Gini (Džinio) koeficientas
 gyvasis organizmas
 gyvybė
 gyvybės atsiradimo hipotezės
 „gyvybės ciklai“
 gyvybės požymiai
 „gyvieji cheminiai junginiai“
 gyvoji gamta
 globalinis atšilimas
 globalinis sisteminis požiūris į gamtą
 globalioji ekologija
 glodinimo metodai
 glodžioji funkcija
 Goldžio aparatas
 Gondvana
 GPSS
 grybai
 griežtai stacionari laiko eilutė
 grynasis pelnas
 grynoji autokoreliacija
 grįžtamieji ryšiai
 grįžtamieji ryšiai gamtoje
 grįžtamųjų ryšių kilpos
 grupinis vidurkis
 grupinių vidurkių dispersija
 guaminas

 HARCH (p) modelis

harmonikos
 harmoniniai svyravimai
 Harodo ir Domaro makromodelis
 heteroskedastiškumas
 hibridiniai modeliai
 hipergeometrinio skirstinio generavimas
 hipergeometrinis skirstinys
 hipotezė
 hipotezės kėlimas
 hipotezių tikrinimas
 hipotezių tikrinimo metodai
 homogeninė nestacionari laiko eilutė
 homogeninės funkcijos
 homoskedastiškumas
 hormonai
 humusas

 identifikatorius
 identifikavimas
 identifikuojamumas
 identiškumas
 „ilgalaikė“ gamybinė funkcija
 ilgalaikės atminties efektas
 ilgalaikės prognozės
 ilgalaikiai faktoriai
 imitacinio modeliavimo sistema (IMS)
 imitacinio modelio panaudojimas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavime
 imitacinis modeliavimas
 imitacinis modelis
 imitacinių modelių kūrimo ir eksperimentavimo su jais automatizavimas
 imituojamasis laikas
 imituojamojo laiko skaitliukas
 imperializmas
 imperija
 importas
 importo koeficientai
 importo koeficientų matrica
 impulsas
 imties apimtis
 imtis
 indeksas
 indikatoriai q_1 , q_2 ir q_3 laiko eilutės formulėje
 indikatoriaus q_1 reikšmės nustatymo metodai
 indikatoriaus q_2 reikšmės nustatymo metodai
 indikatoriaus q_3 reikšmės nustatymo metodai
 individas
 individualizmas
 individų lygmuo ekologijoje
 individų skaičiaus populiacijoje kitimo formulė
 informacija
 informacinė ekonometrikos bazė
 informacinė RNR molekulė
 informacinės ekologijos reikalingumas
 informacinė tarša
 informaciniai kanalai
 informacinis ekonometrinio modelio sudarymo etapas
 infrastruktūra
 instinktas
 „instinktyviojo altruizmo“ pavyzdžiai
 integralinė formulė

integralinės charakteristikos
 integralinė tikimybinio skirstinio funkcija
 integralo diferencijavimo formulė
 integruoti autoregresiniai slenkančio vidurkio modeliai ARIMA (p; q; k)
 intervalas: atviras uždaras, pusiau atviras
 intervalinė integralinė charakteristika
 intervalinis prognozavimas
 investicijos
 investicijų koeficientas
 investicijų koeficiento kitimo charakteringieji intervalai
 investicijų koeficiento kitimo charakteringųjų intervalų nustatymo uždavinys
 investicijų lygis
 investicijų multiplikatorius
 investicijų regresinė lygtis
 investicijų sumos priklausomybė nuo verslininkų lūkesčių
 I/O analizė (in put – out put analysis)
 išgyvenimo strategijos
 išorinis modeliavimas
 išorinis modelis
 iteracija
 iteraciniai metodai ir jų taikymai
 iteracinis ciklas
 įverčiai
 įvykiai
 įvykio įrašymas į BĮG
 įvykio iškvietimas iš BĮG
 įvykio iškvietimo iš BĮG tvarka
 įvykių tipai
 izokostė
 izokvantė
 izomorfški matematiniai modeliai
 izomorfizmas
 izonaudė
 izonaudės: pirmojo tipo, antrojo tipo
 izonaudžių ir biudžetinės tiesės metodas

jakobianas
 Jakobi metodas
 „jau gyvybė“
 Julo procesas
 Julo proceso matematinis modelis
 Jungtinių Tautų Organizacija (JTO)

kaina
 kainos priklausomybė nuo paklausos
 kainos priklausomybė nuo pasiūlos
 kainų teorija
 kalendorinis planavimas
 kalibravimas
 kalibravimo problemos
 kanalas
 kanalo vidutinis apkrovimas
 kapitalas K
 kapitalistinė ekonomika
 kapitalizmo vystymosi stadijos
 kapitalo augimo greitis
 kapitalo kaupimas
 kapitalo kaupimo norma
 kapitalo paslaugų kaina
 kapitalo renta

kapitalo rentos dydis
 karinė diktatūra
 karinis imperializmas
 karteliniai susitarimai
 kartelis
 kartotinis
 kaštai
 kaštų funkcija
 katalizatorius
 katalizė
 kaupimo norma
 kauzalinis modelis
 Keinso makroekonominė teorija
 Keinso makroekonominės teorijos skirtumai nuo klasikinės mikroekonominės teorijos
 keleivinio transporto judėjimo imitavimas
 kelių generatorių taikymas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavimui
 Kioto protokolas
 kirpėjų atidirbto laiko skaitliukas
 kirpėjo vidutinis apkrovimas
 kirpėjų rikiavimo LKG tvarka
 kirpyklos funkcionavimo imitacinis modelis
 kirpyklos funkcionavimo imitavimas
 kirpyklos funkcionavimo statistinės charakteristikos
 kirpyklos funkcionavimo statistinių charakteristikų apskaičiavimo formulės ir algoritmai
 kistonai
 Kleino makroekonometrinis modelis
 Klemenso teiginys
 kliento aptarnavimo vidutinė trukmė $\bar{\tau}^{(a)}$
 kliento laukimo eilėje vidutinės trukmės $\bar{\tau}_0^{(e)}$, $\bar{\tau}_1^{(e)}$, $\bar{\tau}_2^{(e)}$
 klientų, stovinčių eilėje grandinė (KSEG)
 „klmaksinė“ augalija
 klimaksinė būseną
 klonas
 klonavimas
 Kobo ir Duglaso gamybinė funkcija
 Kobo ir Duglaso gamybinės funkcijos linearizavimas
 Kobo ir Duglaso gamybinės funkcijos parametrų reikšmių statistinis įvertinimas
 Kobo ir Duglaso modernizuotoji gamybinė funkcija
 kodas
 kodonas
 Koiko modelis
 Koiko parametrai β ir λ
 Koiko prielaidos ir jų patvirtinimas
 Koiko struktūra
 Kokso ir Bokso metodas
 Kokso ir Bokso transformacijos
 kolektyvizmas
 Kolmogorovo algebrinių lygčių sistema
 Kolmogorovo diferencialinių lygčių sistema
 Kolmogorovo kriterijus
 kolūkis (kolchozas)
 „komandinė“ ekonomika
 komercinių laisvių suvaržymas
 kompiuterinė sistema
 kompiuterinis statistinis modeliavimas
 kompiuterio darbo fizinis laikas
 kompiuterio imituojamas laikas
 kompleksinė ekonominė analizė
 kompromisas

kompromisas mainuose
 komunistinė ideologija
 komunistų partija
 komunizmas
 koncepcinis modelis
 Kondratjevo ilgųjų bangų ciklai
 konjunktūra
 konjunktūriniai ciklai
 konjunktūriniai faktoriai
 konservatorių partija
 konservatizmas
 konsumentai (vartotojai)
 konvencija
 konvergavimas
 konvergencinė evoliucija
 kooperacija
 kooperatyvas
 koralai
 koralų rifai
 koreliacija
 koreliacijos koeficientas
 koreliacinė analizė
 koreliacinės analizės metodai
 koreliacinės analizės metodai „atsitiktinumui“ tikrinti
 koreliacinis ryšys
 koreliacinis santykis
 korelograma
 kosminiai spinduliai
 kovariacija
 kovariacinė matrica
 Kramerio formulės
 kreivė „kainos – vartojimas“
 kreivė „pajamos – vartojimas“
 krilingas
 kritinė populiacijos masė
 K-strategija
 Kultūra
 Kuznetso statybos ciklai
 kvadratinis nuokrypis
 kvadrato vidurio metodas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavime
 kvadratų metodas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavime

lagas
 lago struktūra
 Lagranžo funkcija
 Lagranžo funkcijos maksimizavimo (minimizavimo) metodai
 laiko eilutė
 laiko eilutės analizė
 laiko eilutės autokoreliacija
 laiko eilutės autokoreliacinė funkcija
 laiko eilutės autokoreliacinės spektras
 laiko eilutės elementai
 laiko eilutės galimos sudedamosios dalys
 laiko eilutės genezės „mechanizmai“
 laiko eilutės glodinimo metodai
 laiko eilutės neatsitiktinės sudedamosios dalys
 laiko eilutės spektras
 laiko eilutės stacionarumas: griežtąja prasme, plačiąja prasme
 laiko eilutės struktūra
 laiko eilučių ir paprastų imčių skirtumai

laiko eilučių modelių taikymas prognozavime
 laisvoji rinka
 laisvų kirpėjų grandinė (LKG)
 Laplaso transformacija
 ląstelė
 ląstelės branduolys
 ląstelės membrana
 ląstelės sandara
 ląstelės valdymo centras
 ląstelinė gyvybės forma
 ląstelinė kūno sandara
 latentiniai virusai
 Laurazija
 Lavloko gyvybės teorija
 LDDP
 Lebegio integralas
 Lebruso investicijų ciklai
 lentelinis metodas
 Leontjevo atvirkštinė matrica
 Leontjevo matrica
 Leontjevo modelis
 Leontjevo multiplikatorius
 LGARCH(p, q) modeliai
 Lietuvos dinaminis makroekonometrinis modelis
 Lietuvos inteligentijos vaidmuo
 lygiagretus programavimas
 lygmenys (ekologijoje)
 lygusis endoplazminis tinklas
 likinys (reziduumas)
 likinių (reziduumų) algoritmas
 likutiniai procesai
 linkio taškas
 lipidai
 lizosoma
 logistinė kreivė
 logonormalaus skirstinio generavimo algoritmas
 logonormalinis skirstinys
 Lorencio (Lorenco) kreivė
 lošimas
 lošimo imitavimas

 MA(1) ir MA(2) modelių savybės
 makrobalansas
 makrobalanso lygtis
 makrobalanso multiplikatorius
 makroekonomika
 makroekonominio augimo pagrindinė lygtis
 makroekonominio augimo pusiausvyrinė trajektorija
 makrolygis ekonometrikoje
 makvis
 marginalinė kaupimo norma
 marginalinė pakeitimo norma (MRS)
 marginaliniai gamybos kaštai
 marginalinis darbo našumas
 marginalinis kapitalinių įdėjimų rentabilumas
 marginalinis kaupimo koeficientas
 marginalinio naudingumo mažėjimo dėsnis
 marginalinis naudingumas
 marginalinių naudingumų santykis (MRS)
 Markovo procesas

Markovo proceso matematinis modelis
 Markvardto metodas
 MAS būsenų finalinės tikimybės
 MAS būsenų momentinės tikimybės
 MAS funkcionavimo analizinis modelis
 MAS funkcionavimo imitacinis modelis
 MAS įėjimo srautas
 MAS įėjimo srauto vidutinis intensyvumas
 masinio aptarnavimo sistema (MAS)
 masinio aptarnavimo sistemos būsenos
 masinio aptarnavimo sistemų teorija
 MAS išėjimo srautas
 MAS išėjimo srauto vidutinis intensyvumas
 MAS kanalai
 MAS kanalų vidutinis apkrovimas
 MAS klientai
 MAS praleidžiamoji galia
 matematinė ekonomika
 matematinės ekonomikos formulių simboliniai koeficientai
 matematinės ekonomikos formulių simbolių koeficientų reikšmių apskaičiavimas
 matematinės ekonomikos modeliai
 matematinės statistikos metodai
 matematinė statistika
 matematinė viltis
 matematiniai ekosistemų modeliai
 matematiniai eksperimentai su imitaciniais modeliais
 matematiniai makroekonomikos modeliai
 matematiniai mikroekonomikos modeliai
 matematiniai pseudoatsitiktinių skaičių sekų generatoriai
 matematinio modeliavimo metodai
 matematinis skaitmeninis modeliavimas
 matematinų eksperimentų planavimas
 matematinų eksperimentų taikymai
 materialinių vertybių gamyba
 materialinių vertybių mainai
 materialinių vertybių paskirstymas
 matricinė algebra
 matricinė lygybių sistema
 matricinė lygtis
 matricinis kainų multiplikatorius
 matricinis multiplikatorius
 mažėjanti fondograža
 mažiausiasis kartotinis
 mažiausiųjų kvadratų metodai (MKM):
 vieno žingsnio,
 dviejų žingsnių,
 trijų žingsnių
 mažieji Kitzino gamybinių atsargų ciklai
 mechaninė organizmų izoliacija
 medžiagų apykaitos procesai
 melsvabakterės
 membrana
 membraninė struktūra
 metabolizmas
 metodas
 metodologija
 mezolygis ekonometrikoje
 mezopelaginė zona
 mėsėdžiai gyvūnai
 mikrobalansas

mikrobilanso lygtis
 mikrobiologija
 mikroekonomika
 makroekonominė gamybos teorija
 makroekonominė rinkos teorija
 makroekonominės analizės prielaidos
 „Mikro GPSS“
 makrolygis ekonometrikoje
 minimali kritinė populiacijos masė
 mišraus tipo gamybinė funkcija
 mišraus tipo modeliai ARMA(p, q)
 mišraus tipo naudingumo funkcija
 mišrieji kongruentiškieji pseudoatsitiktinių skaičių sekų generatoriai
 mitybos piramidės
 mitybos santykiai
 mitybos tinklai
 mitochondrijos
 modeliavimas
 modeliavimo protokolas
 modeliavimo protokolo eilutės formatas
 modeliavimo protokolo eilutės formatų tipai
 modeliavimo protokolo fragmentas
 modelinė endogeninio kintamojo reikšmė
 modelio forma
 modelio identifikavimas
 modelio identifikavimo uždavinio sprendimo metodai
 modelio kalibravimas
 modelio specifikavimas
 modelio specifikavimo sprendimo metodai
 modelio tipas
 modelio verifikavimas
 modelio dualumas
 monarchija
 monopolija
 Monte-Karlo metodas
 motininė ląstelė
 motyvacija
 motyvacinis modelis
 MRS mažėjimo dėsnis
 multikolinearumas
 multiplikacinis kongruentiškas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generatorius
 multiplikatyvaus daviklio metodas
 multiplikatyvinė naudingumo funkcijos forma
 multiplikatorius
 musonai
 musoniniai miškai
 mutacija
 mutacijų vaidmuo gyvosios gamtos evoliucijoje
 mutaciniai pokyčiai
 mutualizmas

 nacionalinės pajamos
 nacionalinių pajamų kitimo lygtis
 nacistinė ideologija
 namų ūkiai
 namų ūkių paklausos funkcijos
 naudingumas (vartojimo)
 naudingumo funkcija
 naudingumo kriterijus
 naudingumo maksimizavimo uždavinys

naudingumo matavimas
 naudingumo teorija
 naudos indeksas
 negyvoji gamta
 neigiamas grįžtamasis ryšys
 neląstelinės sandaros mikroorganizmai
 nelytinis ląstelių dauginimasis
 neoklasikinė gamybinė funkcija
 neoklasikinė makroekonominė teorija
 neoklasikinė naudingumo funkcija
 neoklasikinis ekonomikos augimo makromodelis
 neperiodinės funkcijos fragmento Furjė eilutė
 neperiodinės funkcijos fragmento spektras
 nepusiausvyriniai charakteringos lygties sprendiniai
 nestacionari laiko eilutė
 nestacionarios laiko eilutės glodinimas
 nestacionarios laiko eilutės glodinimo metodai
 nesuderintas statistinis įvertis
 netiesinė regresijos funkcija
 netiesinis mažiausiųjų kvadratų metodas
 netiesinis modelis
 netiesioginiai mokesčiai
 netiesioginiai tiesinių lygčių sistemos sprendimo metodai
 Neumano algoritmas
 Neumano metodas
 nitratai
 nitratų pertekliaus problema
 normalioji darbo jėgos rinka
 normaliojo skirstinio generavimo algoritmai
 normaliųjų lygčių sistema
 normalusis skirstinys
 normuota ląstelių struktūra
 nukleino rūgštis
 nukleotidai
 nukleotidų bazių seka
 nuosavybės santykiai
 n-ženklų tolygiai pasiskirsčiusių atkarpoje $[0; 1)$ skaičių generavimo algoritmai

Odumų ekologinės idėjos
 „oekologija“
 „oligotrofinis vanduo“
 Oli principas
 Oli principo reikšmė sociologijai
 operacija
 operatyvinis planavimas
 operatoriai Δ , ∇ , F_- , F_+ , A_p , B_q , S
 optimalaus valdymo strategijos
 optimalių planų tiesė
 optimalių planų tiesės ir biudžetinės tiesės susikirtimo taškas
 optimali vartojimo strategija
 optimalumo kriterijai
 optimalumo rodikliai
 optimalus gamybos planas
 optimalus valdymas
 optimalus vartojimo planas
 optimizavimas
 optimizavimo metodai
 optimumas
 organas
 organizmas

organizminė sistema
organizmų atranka
organizmų atrankos vaidmuo evoliucijoje
organizmų bendrijos
organizmų įvairovė
organizmų įvairovės apsauga
organizmų įvairovės skurdinimas
organizmų įvairovės vertingumas ir reikalingumas
organizmų izoliacija
organoidai
Oskaro Milašiaus pranašystė
ozonas
„ozono skylė“
ozono sluoksnio vaidmuo

paaškinamieji kintamieji
pagrindinis Furjė eilutės ciklinis dažnis
pagrindinis gyvybės požymis
pajamos
pajamų mokestis
pajamų teorija
pakankamai patikimos informacijos surinkimo problema
pakankamai pilnos informacijos surinkimo problema
pakankami gyvybės požymiai
pakeitimo elastingumas
pakeitimo elastingumo formulė
paklausa
paklausos ekonometrinė lygtis
paklausos funkcija
paklausos priklausomybė nuo laiko
paklausos priklausomybė nuo produkcijos kainos
Pangėja
Pantalaso vandenynas
paleontologija
paleontologijos ir ekologijos ryšys
palūkanos
palūkanų norma
palūkanų procentas
papildomas suvartojimas
papildomos investicijos
papildomos valstybinės investicijos
papildomų valstybinių investicijų vaidmuo
paprastoji iteracija
parazitas
parazitinė mityba
parengiamasis ekonometrinio modelio sudarymo etapas
Pareto dėsnio ir 10% taisyklės analogija
pasaulinė ekonomika
Pasaulio Bankas
Pasaulio Banko modelis RMSM – X
pasiūla
pasiūlos ekonometrinė lygtis
pasiūlos funkcija
pasiūlos priklausomybė nuo produkcijos kainos
Paskalio struktūra
paslauga
paslaugos naudingumas
pastovi fondograža
pastumtas statistinis įvertis
paveldimoji informacija

paveldimos informacijos perdavimo „mechanizmai“
 paveldimumas
 paveldimumo vaidmuo gyvosios gamtos evoliucijoje
 pelnas
 pelno absoliutaus maksimumo radimo algoritmas
 pelno absoliutus maksimumas
 pelno funkcija
 pelno maksimizavimo principas
 pelno maksimizavimo uždavinys
 pelno maksimizavimo kriterijus
 pelno sąlyginio maksimumo radimo algoritmas
 pelno sąlyginis maksimumas
 perėjimų grafas
 perėjimų tikimybės
 periodas T
 periodinės funkcijos: harmoninė, neharmoninė
 periodinės harmoninės funkcijos Furjė eilutė
 periodinės neharmoninės funkcijos Furjė eilutė
 periodinio proceso eliminavimas iš laiko eilutės
 periodinis procesas
 periodo ilgis
 perkamoji galia
 perprodukcijos krizės
 perspektyvinis planavimas
 pilnas vidinis produkto suvartojimas
 pilnos sąnaudos
 pilnųjų sąnaudų koeficientų matrica
 pinigai
 pinigų vaidmuo ekonomikoje
 „pinigų valdžia“ ir jos pasekmės
 pirminiai vartotojai
 pirminis investicijų efektas
 pirmojo tipo sistemos ekologijoje
 pirmojo tipo sistemos ekonomikoje
 pirmojo tipo vienodo naudingumo kreivės
 planas
 planavimas
 planinė ekonomika
 planktonas
 polinkio vartoti koeficientas
 polinominė ląstelių struktūra
 polinominės ląstelių struktūros metodas
 polipeptidinė grandinė
 politika
 politinė kontrolė
 politinės partijos
 populiacija
 populiacijos aplinkos talpa
 populiacijos augimo autoregulavimas
 populiacijos augimo trajektorija
 populiacijos augimo greičio formulė
 populiacijos augimo greičio svyravimai
 populiacijos augimo greitis
 populiacijos dydžio kitimo grafikų tipai: „J-forma“, „S-forma“
 populiacijos išgyvenimo strategijos: „K-strategija“, „r-strategija“
 populiacijos išsaugojimo „programos“
 populiacijų lygmuo ekologijoje
 porinė koreliacija
 porinės koreliacijos koeficientas
 postūmio laike operatoriai: F_- , F_+ , F_-^k , F_+^k

POWERSIM

praleidžiamoji galia
pramoninis kapitalizmas
prediktorius
pridėtinės vertės mokestis (PVM)
pridėtinė vertė
privati nuosavybė
procesas
proceso fragmentas
proceso fragmento periodinis pratęsimas
proceso fragmento spektras
proceso priešistorė
proceso prognozavimo metodai
proceso prognozė
proceso spektras
proceso spektrinis tankis
procesų izomorfiškumas
producentai (gamintojai)
produkcija
produkcijos eksportas
produkcijos importas
produkcijos kaina
produkcijos kainos priklausomybė nuo jos naudingumo
produkcijos naudingumas
produkcijos savikaina
produkcijos vieneto pridėtinė vertė
produktyvi matrica
produktyvumas
prognostinė proceso reikšmė
prognostinės rodiklių reikšmės ir jų žymėjimas
prognozavimas
prognozavimo horizontas
prognozavimo metodai
prognozavimo paklaidos ir jų atsiradimo priežastys
prognozės paklaidų grupavimas į serijas
progresas
progresija
progresyvinio pajamų mokesčio vaidmuo
progresyvinio pelno mokesčio vaidmuo
progresyvinis pajamų mokestis
progresyvinis pelno mokestis
proletariatas
proletariato diktatūra
proletariato diktatūros doktrinos klaidingumas
pseudoatsitiktiniai skaičiai
pseudoatsitiktinių skaičių pasiskirstymo „atsitiktinumo“ tikrinimo metodai
pseudoatsitiktinių skaičių pasiskirstymo intervale $[0;1)$ tolygumo tikrinimo metodai
pseudoatsitiktinių skaičių sekos
pseudoatsitiktinių skaičių sekos periodas
pseudoatsitiktinių skaičių sekos pradinė aperiodinė atkarpa
pseudoatsitiktinių skaičių sekų generatoriai
pseudoatsitiktinių skaičių sekų generatoriaus kokybės tikrinimo metodai
pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavimo algoritmai
puasoniniai įvykiai
puasoninių įvykių sekų generavimas
Puasono formulė
Puasono skirstinio generavimas
Puasono skirstinys
Puasono srautas
„pusapskritimo skirstinio“ generavimas:

taikant atvirkštinės funkcijos metodą
 taikant Neumano metodą
 pusiau euristinė taisyklė
 pusiausvyra
 pusiausvyrinė būseną
 pusiausvyrinė kaina
 pusiausvyrinės nacionalinės pajamos
 pusiausvyrinių gamybos apimčių apskaičiavimo modeliai
 pusiausvyrinių kainų apskaičiavimų modeliai

 radiacija
 Raso skirstinio generavimo algoritmas
 Raso skirstinys
 rasistinė ideologija
 reali endogeninio kintamojo reikšmė
 realizavimas
 recesija
 recesijos fazė ekonominiame cikle
 reducentai (skaidytojai)
 redukcija
 redukuotoji ekonometrinio modelio forma
 regresija
 regresijos funkcija
 regresijos funkcijų linearizavimo metodai
 regresijos lygtis
 regresijos likutis
 regresijos linija
 regresinė analizė
 regresinės analizės metodai
 regresinės analizės taikymo pavyzdžiai
 regresiniai modeliai
 regresiniai modeliai su pasiskirsčiusiais laigais
 reguliarių įvykių srautas
 reiškinio ekonominės esmės analizė
 rekurencija
 rekurentinė formulė
 rekursija
 Relėjo skirstinys
 renta
 rentabilumas
 rentabilumo maksimizavimo principas
 rentabilumo maksimizavimo principo pasirinkimo sąlyga
 rentabilumo maksimizavimo uždavinio sprendimo algoritmas
 rentabilumo maksimumas
 rentabilumo maksimumo kriterijus
 replika
 replikacija
 reprodukcija
 reprodukcinė organizmų izoliacija
 resursai
 resurso panaudojimo marginalinis produktyvumas
 rezonansas
 rezonanso taikymai
 riba tarp „negyvybės“ ir „gyvybės“
 ribonukleininė rūgštis (RNR)
 ribosoma
 ribozė
 riebalai
 Rymano ir Lebege teorema
 rinka

rinkos dėsniai
rinkos ekonomika
rinkos modeliai
rinkos monopolizavimas
RNR
Romos klubas
r-strategija
rūšis

Sąjūdis
sąlyga
sąlyginė dispersija
sąlyginė matematinė viltis
sąlyginis heteroskedastiškumas
sąlyginis maksimumas
sąlyginis minimumas
sąlyginis optimumas
sąlyginis vidurkis
Samuelsono ir Hikso modelio prielaidos
Samuelsono ir Hikso modelis
sandaugos vidurio išskyrimo metodo taikymas pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavimui
saprofitai
saprofitinė mityba
sąstingio laikotarpis Sovietų Sąjungos istorijoje
savana
savikaina
savikainos minimizavimo uždavinys
savirankos metodas (butstrep metodas)
seksdukcija
serijų metodas „atsitiktinumo“ tikrinimui
sezoniniai faktoriai
sezoninių laiko eilučių tipiniai modeliai
silpnai stacionari laiko eilutė
simbiozė
simetrija
simetrinė funkcija
simultanas
simultaninės funkcijos
simultaniųjų ekonometrinių lygčių sistema
sintezė
sintezės metodai
sistema
sisteminė analizė
sisteminės analizės metodai ekonomikoje
sisteminė dinamika
sisteminis dinaminis modeliavimas
skaitytojai (reducentai)
skaičių sekos atsitiktinumo kriterijai
skaitliukas
skaitliukas – sumatorius
skaitmeninis modeliavimas
skirtumų apskaičiavimo operatorius $\Delta \square 1 - F_{\square}$
skirtumų metodas
skrebas
slenkančio vidurkio metodas
slenkančio vidurkio modeliai MA(q)
slenkančių „Furjė langų“ metodas
slenkstinė reikšmė
socialinė politika
socialinė statistika

socialistinė ekonomika
 „socialistinė“ ekonomika
 socialistinė santvarka
 „socialistinė“ santvarka
 socialistinė visuomenės nuosavybė
 „socialistinė“ visuomenės „nuosavybė“
 socializmas
 socializmo bruožai
 socialdemokratų partija
 sovietinė administracinė ekonominė sistema
 sovietinė ekonomika
 sovietinė politinė santvarka
 sovietinė santvarka
 sovietinis kolektyvizmas
 sovietinis „socializmas“
 Sovietų Sąjunga
 Sovietų Sąjungos subyrėjimo priežastys
 specialūs pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavimo metodai
 specifika
 specifikacija
 specifikavimas
 specifikavimo etapas ekonometrinio modelio sudarymo procese
 specifikavimo uždavinio sprendimo specifiškumas
 spektras
 spektrinė analizė
 spektrinio tankio išraiška per autokoreliacinę funkciją
 spektrinis tankis
 spektro linijos spektre
 spermatozoidai
 splainas
 splainavimas
 srautai ir jų vaizdavimas Foresterio modeliuose
 srautų tempai
 stacionari laiko eilutė
 stacionari stochastinė sistema
 stacionarių laiko eilučių netiesiniai modeliai
 standartas
 standartinio normalaus skirstinio generavimo metodai
 standartinis diskretaus skirstinio generavimo algoritmas
 standartinis normalusis skirstinys
 statistika
 statistinė analizė
 statistinės analizės metodai
 statistinės analizės metodų taikymai ekologijoje
 statistinės analizės metodų taikymai ekonomikoje
 statistiniai duomenys
 statistiniai įverčiai
 statistinio ir imitacinio modeliavimo sąvokų palyginimas
 statistinis imitacinis modeliavimas
 statistinis modeliavimas
 statistinių duomenų generavimas
 statistinių įverčių apskaičiavimas
 stepė
 stepių ekosistemos
 stochastika
 stochastinė funkcija
 stochastinė sistema
 stochastiniai faktoriai
 stochastinis modelis
 stochastinis procesas

stochastinių procesų ir stochastinių sistemų imitacinis modeliavimas
stratosfera
struktūra
struktūrinė ekonometrinio modelio forma
struktūrinės ekonometrinio modelio formos koeficientų statistinių įverčių apskaičiavimo specifika
struktūriniai baltymai
subalansuota ekonomika
subalansuotas tarpšakinis gamybos planas
subtropikai
suderintas statistinis įvertis
sugebėjimas daugintis – gyvybės specifinis požymis
sukcesija
sumavimo metodas
sumavimo metodo taikymas normaliai pasiskirsčiusių pseudoatsitiktinių skaičių sekų generavimui
sumavimo operatorius S
supaprastintas prognozavimo algoritmo variantas
supraorganizmas
sutartinė kaina
svyravimai – bendrasisteminis reiškiny
svyravimų „aidas“ ir jo susidarymo pavyzdžiai
svyravimų „aido“ ekonomikoje pavyzdys
svyravimų ekonomikoje susidarymo „mechanizmai“

šaka (ekonomikos)
šakinė ekonomika
šakiniai ekonomikos modeliai
šakiniai ekonomikos mokslai
šeimos strategijos: „K-strategija“, „r-strategija“
Širli Almon metodas
„šiltnamio efektas“
šiurkštusis endoplazminis tinklas

taiga
taikomieji ekonometrijos tikslai
taimeris
tarpdisciplininės problemos
tarpinės sąnaudos
tarpinio tarpšakinio vartojimo formavimosi imitavimas
tarpinio vartojimo produktai
tarpinis vartojimas
tarpšakinė ekonominė analizė
tarpšakiniai ekonomikos mokslai
tarpšakinio balanso lygčių sistema produkcijai (output)
tarpšakinio balanso lygčių sistema sąnaudoms (input)
tarpšakinio balanso sudarymo uždavinio matematinis modelis
tarpšakinis balansas
tarpšakinis gamybos planas
tarpšakinių ryšių analizė
taškinė diferencialinė charakteristika
taškinė prognozė
taškinio prognozavimo metodai
technologija
technologinis maršrutas
teigiamas grįžtamasis ryšys
Teilo metodas
Teiloro eilutė
Teiloro ir Furjė eilučių skirtumai
teleologinė metodologija
tempai ir jų modeliavimas Foresterio modeliuose
terminalinė metodologija

Tetidės jūra
 TGARCH(p, q) modeliai
 tiesinė adityvinė gamybinė funkcija
 tiesinė adityvinė vartojimo naudingumo funkcija
 tiesinių lygčių sistema
 tiesinių lygčių sistemos sprendimo iteraciniai metodai ir jų taikymo sritys
 tiesinių lygčių sistemos sprendimo tiesioginiai metodai
 tiesioginė Leontjevo matrica
 tiesioginių sąnaudų koeficientai
 tiesioginių sąnaudų koeficientų matrica
 tikimybiniai skirstiniai
 tikimybinių skirstinio integralinė funkcija
 tikimybinių skirstinio integralinės funkcijos savybės
 tikimybinių skirstinio parametrai
 tikimybinių skirstinio parametrų statistinių įverčių apskaičiavimas
 tikimybinių skirstinio tankio funkcija
 tikimybių teorija
 tikslo funkcija
 timinas
 tipinės struktūros
 tipiniai nestacionarių laiko eilučių modeliai
 tipiniai stacionarių laiko eilučių modeliai
 tolydumas
 tolydus gamybos procesas
 tolydus spektras
 tolygiai pasiskirsčiusių atkarpoje $[0;1]$ atsitiktinių skaičių seka
 tolygiai pasiskirsčiusių atkarpoje $[0;1]$ atsistiktinių skaičių sekos generavimas
 tolygiai pasiskirsčiusių atkarpoje $[0;1]$ pseudoatsitiktinių skaičių seka
 tolygiai pasiskirsčiusių atkarpoje $[0;1]$ pseudoatsitiktinių skaičių sekos generavimas
 totalitarinė santvarka
 totalitarizmas
 transdukcija
 transformacija
 transkripcija
 transliacija
 transliatorius
 transportas
 transportinė RNR
 tarnsporto priemonių „paketo“ susidarymo reiškiniai
 transporto priemonių „paketo“ susidarymo priežastys: 1) tikrovėje; 2) modeliavimo procese
 trendas
 trendą vaizduojantis daugianaris
 trendo eliminavimo iš laiko eilutės algoritmas
 trendo funkcija
 trendo laipsnio nustatymo algoritmas
 tretiniai vartotojai
 trijų žingsnių MKM
 „trikampio“ skirstinio generavimas atvirkštinės funkcijos ir Neumano metodais
 tripletas
 tropikai
 trumpalaikė gamybinė funkcija
 trumpalaikė prognozė
 trumpalaikio prognozavimo metodai
 tundra
 tvermės dėsniai

 ūkinė būklė
 ūkinė nauda
 ūkinė raida
 ūkinė veikla

ūkinės veiklos elementarūs subjektai
 ūkinės veiklos subjektai
 ūkininkavimo būdai ir metodai
 uracilas

 vadyba
 vadybininkas
 vadovas
 vadovavimas
 vadovo asmeninės atsakomybės už vadovavimo kokybę ir rezultatus principas
 Valraso procesas
 valstybė
 valstybės ekonominė politika
 valstybės išlaidos
 valstybės pajamos
 valstybės užsakymai
 valstybės vaidmuo ekonomikoje
 valstybinio vartojimo augimo tempai
 valstybinio vartojimo vaidmuo ekonomikoje
 valstybinis ekonomikos reguliavimas
 valstybinis planas
 valstybinis planavimas kapitalistinėse valstybėse
 valstybinis planavimas Sovietų Sąjungoje
 valstybinis vartojimas
 vandens apykaitos ratas
 vandens užterštumo lygis
 „vandens žydėjimas“
 vartojimas
 vartojimo modeliavimas
 vartojimo naudingumas
 vartojimo naudingumo funkcijos
 vartojimo naudingumo kreivės
 vartojimo paklausa
 vartojimo planas
 vartojimo procesas
 vartojimo proporcijos
 vartojimo regresinė lygtis
 vartojimo teorija
 vartotojai (konsumentai)
 vartotojų ir gamintojų santykiai
 Vėberio linija
 Veidžo metodas
 Veibulo skirstinio generavimo algoritmas
 Veibulo skirstinys
 vėluojančio argumento funkcija
 vėluojančio argumento lygtis
 veivletas
 veivletinė analizė
 veivletinė spektro analizė
 veivletinė transformacija
 verbalinis modelis
 verifikavimas
 verifikavimo etapas ekonometrinio modelio sudaryme
 „versiai“ (R. Sikorskio)
 vertybės
 vertybinė orientacija
 vertybių hierarchija
 vertybių skalė
 vidinė vartojimo paklausa
 vidinis modeliavimas

vidinis modelis
vidinis produkto suvartojimas
vidutinė aptarnavimo trukmė
vidutinė kirpyklos praleidžiamoji galia
vidutinė sistemoje buvimo trukmė
vidutinės trukmės prognozė
vidutinės trukmės prognozių sudarymo metodai
vidutinė vieno kliento aptarnavimo trukmė
vidutiniai gamybos kaštai
vidutinis eilės ilgis
vidutinis laukimo eilėje laikas
vidutinis užimtų MAS kanalų skaičius
vidutinių gamybos kaštų minimizavimas
vienodo marginalinio naudingumo kreivė
vienodo naudingumo kreivės: pirmojo tipo, antrojo tipo
vienpartinė politinė santvarka
vienu metu atvykusių ir dar nepradėtų aptarnauti klientų skaitliukas
virulentiniai virusai
virusai
viruso sandara
visaėdžiai gyvūnai
visų klientų prastovėto eilėse laiko skaitliukas
visuomenė
visuomenės gerovė
visuomenės gerovės lygis
visuomenės perkamoji galia
visuomenės pilietiškumo ugdymas
visuomenės savivalda
visuomeninė nuosavybė
visuomeninės organizacijos
visuomeniniai ekologiniai judėjimai
vitalizmas
vitalizmo hipotezė
Voleso linija
„voratinklinis modelis“

Zeidelio metodas
zoogeografinės sritys
zooplanktonas

„žaliųjų“ judėjimas
žymėjimai
žymėjimų sistema – antrojo tipo sistema
žingsninio agregavimo metodas
žmonių populiacija
žmonių populiacijos išskirtinumas
žmonių skaičiaus Žemėje didėjimo formulė
žmonių skaičiaus Žemėje eksponentinio didėjimo priežastys
žmonių skaičiaus Žemėje reguliavimo problema
žolėdžiai gyvūnai – pirminiai vartotojai

UŽDUOTYS

1.14.1. Raskite konkrečių imitacinio modeliavimo pavyzdžių, kuriuose nesinaudojama statistiniu modeliavimu.

1.14.2. Raskite konkrečių statistinio modeliavimo pavyzdžių, kurie negalėtų būti pavadinti imitaciniu modeliavimu.

1.14.3. Raskite tokių matematinio modeliavimo pavyzdžių, kuriuose yra ir imitacija ir statistinis modeliavimas.

1.14.4. Paaiškinkite ryšį tarp Čebyšovo nelygybės ir statistinio modeliavimo. Kaip galima matematiškai pagrįsti statistinio modeliavimo idėją? Kaip nustatyti statistinio modeliavimo seansų skaičių, kuris reikalingas, kad gautume patikimas vidurkių reikšmes?

1.14.5. Raskite determinuoto ir statistinio fizinio modeliavimo pavyzdžių.

1.14.6. Raskite matematinio analoginio modeliavimo pavyzdžių. Palyginkite analoginio ir skaitmeninio modeliavimo privalumus ir trūkumus. Ką jums teko girdėti ar skaityti apie analogines ir hibridines ESM?

1.14.7. Pasiūlykite koki nors 1.14. skyriuje neaprašytą tolygiai pasiskirsčiusių atsitiktinių skaičių generavimo metodą, palygindami jį su kitais Jums žinomais metodais.

1.14.8. Pasiūlykite koki nors 1.14. skyriuje neaprašytą tolygiai pasiskirsčiusių pseudoatsitiktinių skaičių matematinio generavimo metodą, palygindami jį su kitais Jums žinomais metodais.

1.14.9*. Kaip galima patikrinti pseudoatsitiktinių skaičių seką, ar ji pakankamai „atsitiktinė“? O kaip patikrinti, ar pseudoatsitiktiniai skaičiai pasiskirstę pakankamai tolygiai?

1.14.10*. Nurodykite kokio nors pseudoatsitiktinių skaičių generatoriaus generuojamų skaičių sekos periodo ilgį. Kaip jis nustatomas? Ar gali pseudoatsitiktinių skaičių generatorius generuoti nesikartojančių skaičių seką, ilgesnę, negu tam generatoriui būdingas periodas? Kodėl?

1.14.11. Sudarykite pseudoatsitiktinių tolygiai pasiskirsčiusių skaičių generavimo programą. Kokius standartinius pseudoatsitiktinių skaičių generatorius Jums teko sutikti ESM matematinės įrangos sistemose? Kuo tie generatoriai skiriasi nuo Jūsų sudaryto?

1.14.12. Generuokite atsitiktinių įvykių A_i (kur $i=1, 2, 3, \dots$) seką, jei tų įvykių tikimybės yra $p_i = \frac{1}{2^i}$. Ar pasikeistų rezultatas, jei i galėtų didėti tik iki n , kur n – baigtinis skaičius?

1.14.13. Generuokite sveikų neneigiamų skaičių m atsitiktinę seką, kurioje tie skaičiai būtų pasiskirstę pagal Puasono dėsnį: $p(m/\lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$, kur $\lambda=0,5$.

Užrašykite tikimybės, kad per duotąjį laiko intervalą, kurio trukmė lygi Δt , įvyks lygiai m (ne daugiau ir ne mažiau) atsitiktinių įvykių, priklausančių Puasono srautui, formulę. Generuokite tokių įvykių srautą ir panagrinėkite, kaip pasiskirstę laiko intervalai τ tarp gretimų įvykių. Kokiam skirstiniui priklauso atsitiktiniai dydžiai τ ? Įrodykite savo teiginį.

1.14.14. Imituokite baltų ir juodų rutulių iš urnos traukimo procesą, kai ištraukti rutuliai kiekvieną kartą grąžinami į urną, t. y., generuokite sveikų neneigiamų skaičių seką, kurioje skaičiai pasiskirstę pagal binominį dėsnį.

1.14.15. Imituokite baltų ir juodų rutulių iš urnos traukimo procesą, kada ištraukti rutuliai į urną negrąžinami, t. y., generuokite skaičių seką, kurioje skaičiai pasiskirstę pagal hipergeometrinį dėsnį. Sudarykite Poja proceso imitacinį modelį.

1.14.16. Pasinaudodami atvirkštinės funkcijos metodu, generuokite pseudoatsitiktinių skaičių seką, kurioje skaičiai būtų pasiskirstę pagal Relėjaus dėsnį, kurio parametras $\sigma=0,2$.

1.14.17. Generuokite pseudoatsitiktinių skaičių seką, kurioje skaičiai pasiskirstę pagal Veibulo dėsnį su to pasiskirstymo parametru reikšmėmis $\eta=2$, $\sigma=1$.

1.14.18. Generuokite pseudoatsitiktinių skaičių seką, kurioje tie skaičiai pasiskirstę pagal standartinį normalųjį dėsnį ($\mu=0$, $\sigma=1$).

Kaip pasikeis generavimo algoritmas, kai $\mu=a \neq 0$ ir $\sigma=b > 1$?

Kokie sunkumai kyla, bandant generuoti normaliai pasiskirsčiusių skaičių seką, naudojantis atvirkštinės funkcijos metodu?

Pagrįskite matematiškai sumavimo algoritmą normaliai pasiskirsčiusių skaičių sekoms gauti. Ar galima generuoti normaliai pasiskirsčiusių skaičių seką, naudojantis Neumano metodu?

1.14.19. Generuokite dvimatį normalųjį pasiskirstymą. Kokiais būdais tai galima padaryti?

1.14.20. Generuokite Erlango įvykių srautą, kai $k=3$. Kaip keisis Erlango skirstinio tankio kreivė, didėjant k ?

1.14.21. Imituokite masinio aptarnavimo sistemos funkcionavimą (žiūr. 1.14.11. skyrelio tekstą, kur aprašyta kirpyklos funkcionavimo imitavimo užduotis), kai kirpėjų skaičius $k=3$, $\bar{\tau}=6$ min., $p(1)=0,72$, $p(2)=0,22$, $p(3)=0,05$, $p(4)=0,01$, $\hat{m}=10$, $p_1=0,3$, $p_2=0,5$, $p_3=0,2$, $\bar{\tau}_1=18$ min., $\bar{\tau}_2=15$ min., $\bar{\tau}_3=20$ min.

Išnagrinėkite, kaip pasikeistų imitavimo rezultatai, jei aptarnavimo trukmių τ_1 , τ_2 , τ_3 eksponentinius skirstinius su vidurkiais $\bar{\tau}_1=18$ min., $\bar{\tau}_2=15$ min., $\bar{\tau}_3=20$ min., pakeistume geriau

atspindinčiais realų tų trukmių τ_1, τ_2, τ_3 pasiskirstymą normaliais skirstiniais $N(\bar{\tau}, \sigma)$ su tais pačiais vidurkiais $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3$ ir su kvadratiniais nuokrypiais $\sigma_1=2,5\text{min.}$, $\sigma_2=2\text{min.}$, $\sigma_3=3\text{min.}$?

Ar galima surasti visas išvardintas užduotyje kirpyklos statistines charakteristikas, naudojantis tik analiziniais metodais?

Kokią išvadą galima padaryti apie analizinių ir statistinio modeliavimo metodų taikymą masinio aptarnavimo sistemų nagrinėjime? Kaip ir kada šie metodai papildo vienas kitą?

1.14.22*. Viena smulkiaserijinės ir vienetinės gamybos operatyviniame planavime naudojamų modelių [205] sudaro:

1) turimų įrenginių parko vektorius $\bar{p}=(p_1, p_2, \dots, p_f, \dots, p_m)$, kur f – įrenginių tipo numeris ir tuo pačiu metu vektoriaus $\bar{p}$ koordinatės p_f numeris, m – įrenginių skirtingų grupių (tipų) skaičius, p_f – įrengimų vienetų skaičius grupėje f , rodantis, kiek vienetų (vienas kitą pakeičiančių) f tipo įrenginių turi baras (cechas, įmonė).

Pavyzdžiui, jei kokio nors gamybinio baro turimų įrenginių parko vektorius $\bar{p}=(p_1, p_2, p_3, p_4)=(2; 1; 1; 1)$, tai reiškia, jog bare yra 2 pirmojo tipo įrenginiai ir po vieną antrojo, trečiojo ir ketvirtojo tipo įrenginį;

2) įrenginių panaudojimo matrica $F=\|f_{ij}\|$, kur i – gaminamų detalių tipo identifikatorius (klasifikacinis numeris) ir tuo pačiu metu matricos F eilutės numeris ($i=1, 2, \dots, n$), n – gaminamų detalių skirtingų tipų (klasių) skaičius ir tuo pačiu matricos F eilučių skaičius, j – gamybinės operacijos numeris detalės technologiniame maršrute ir tuo pačiu metu matricos F stulpelio numeris ($j=1, 2, \dots, r$), r_i – gamybinių operacijų skaičius detalės i technologiniame maršrute ir tuo pačiu metu užpildytų numeriais matricos F langelių skaičius eilutėje, turinčioje numerį, lygų i , $r=\max_i r_i$ – matricos F stulpelių skaičius, f_{ij} – įrenginio f , naudojamo operacijoje j , identifikatorius (numeris) ir tuo pačiu metu matricos

F langelio (i,j) turinys; pavyzdžiui, $F=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & - \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ reiškia, jog pirmosios detalės technologinį

maršrutą sudaro keturios operacijos, iš kurių pirmojoje naudojamas pirmojo, antrojoje – antrojo, trečiojoje – trečiojo ir ketvirtojoje – ketvirtojo tipo įrenginys; antrosios detalės technologinį maršrutą sudaro trys operacijos, iš kurių pirmojoje naudojamas pirmojo, antrojoje – trečiojo, trečiojoje – antrojo tipo įrenginys; trečiosios detalės technologinį maršrutą sudaro keturios operacijos, iš kurių pirmojoje naudojamas antrojo tipo įrenginys ir t. t.

3) Operacijų j_i vidutinių trukmių $\bar{t}_{ij}$ matrica $T=\|\bar{t}_{ij}\|$ turinti tą pačią struktūrą kaip ir matrica F ir rodanti, kiek vidutiniškai trunka detalių i partijos, susidedančios iš d_i detalių, apdorojimo operacija j_i ;

pavyzdžiui, $T=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & - \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ reiškia, jog pirmojo tipo detalių partijos gamybos pirmoji operacija

trunka vidutiniškai 3 val., antroji – 2 val., trečioji – 2 val., ketvirtoji – 1 val., antrojo tipo detalių partijos gamybos pirmoji operacija vidutiniškai trunka 4 val., antroji – 1 val. ir t. t.

Tarkime, jog mums žinoma, kad operacijų j_i tikroji trukmė t_{ij} pasiskirsčiusi normaliai su aritmetiniais vidurkiais $\bar{t}_{ij}$ ir vidutiniais kvadratiniais nuokrypiais σ_{ij} , sudarančiais 10% nuo $\bar{t}_{ij}$ reikšmių.

Tarkime taip pat, jog įrenginių gedimai yra tokie atsitiktiniai įvykiai, kurie pasiskirstę pagal Puasono dėsnį $p_{(k,t)}=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$, kur $p(k,t)$ – tikimybė, kad per t valandų įvyks lygiai k gedimų, λ – Puasono pasiskirstymo parametras, lygus vidutiniam gedimų tankiui (t. y. vidutiniam gedimų skaičiui per 1 val.).

Tarkime, jog mums žinomos gedimų tankio $\lambda_f^{(g)}$ reikšmės: $\lambda_1^{(g)}=0,1 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_2^{(g)}=0,05 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_3^{(g)}=0,1 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_4^{(g)}=0,2 \text{ val}^{-1}$.

Tarkime taip pat, jog, įrenginiui sugedus, gamybinė operacija nutraukiama (pertraukiama) ir įrenginys tuoj pat pradedamas remontuoti. Remonto trukmė – taip pat atsitiktinis dydis, pasiskirstęs

pagal eksponentinę dėsnį su tankiu $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, kur $\lambda_t^{(r)}$ turi tokias reikšmes: $\lambda_1^{(r)} = 2 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_2^{(r)} = 1 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_3^{(r)} = 0,5 \text{ val}^{-1}$, $\lambda_4^{(r)} = 4 \text{ val}^{-1}$.

Imituokite gamybinį procesą, pasinaudodami duotu vektoriumi $\bar{P}$, duotomis matricomis F ir T , o taip pat duotomis skirstinių charakteristikomis ir žinodami, kad detalių gamyba vykdoma šia tvarka: pirmoje eilėje paleidžiama į gamybą pirmojo tipo detalių partija; tuo pačiu metu, jei antrasis pirmojo tipo įrengimas nesugedęs, paleidžiama į gamybą antrojo tipo detalių partija; kadangi trečiojo tipo detalės pradedamos gaminti antrojo tipo įrenginiu, tai tuo pačiu metu pradedamos gaminti ir šio tipo detalės; ketvirtojo tipo detalių partija pradedama gaminti tada, kada atsilaisvina pirmojo tipo įrenginys, toliau gamyba tęsiama, laikantis taisyklės, kad pirmenybė suteikiama toms detalėms, kurių numeris mažesnis, tačiau jei kokių nors detalių partijos gamyba jau pradėta, tai ji tęsiama, iki bus pagamintos visos tos partijos detalės; visas gamybinis procesas baigiamas tada, kada visos keturios detalių partijos baigiamos gaminti.

Imitavimo protokole parodykite, kada kokia operacija prasidėjo ir kada baigėsi, kada sugedo koks nors įrenginys ir kiek tęsėsi jo remontas, kada buvo pagamintos visos detalės.

Pakartoję gamybinio proceso imitavimą pakankamai daug kartų, raskite gamybinio proceso trukmės, įrengimų prastovų, detalių pragulėjimo, nebaigtos gamybos, įrengimų gedimų ir jų remonto trukmės vidurkius.

Kaip pasikeis šie vidurkiai, jei eksperimentų skaičių padvigubinsite?

Kokią tendenciją vidurkių kitime galima pastebėti, toliau didinant eksperimentų skaičių? Ar galima tvirtinti, jog vidurkių reikšmės konverguoja?

Pasiūlykite, kaip galima rasti tą eksperimentų skaičių, kuris užtikrintų pakankamą (iš anksto duotą) ieškomų vidurkių tikslumą.

1.14.23*. Pabandykite sudaryti programą, kuri pati automatiškai surastų tą 1.14.22. užduotyje minėtą minimalų eksperimentų skaičių, leidžiantį pasiekti duotus vidurkių tikslumo lygius.

Pabandykite keisti detalių gamybos tvarką (eiliškumą), t. y. pakeisti kalendorinį gamybos planą, ir stebėkite, kaip keisis gamybos trukmė ir kiti ją charakterizuojantys vidurkiai?

Pasinaudodami [206], raskite optimalų kalendorinį gamybos planą, atitinkantį determinuotą modelį, ir patikrinkite, ar jis liks optimalus ir tuo atveju, kai pradės veikti stochastiniai faktoriai ir todėl pradės keistis operacijų trukmė.

Pasiūlykite metodą, kaip rasti optimalų kalendorinį planą nepilnai determinuotomis sąlygomis. Kuriam tikslui labiau tinka statistinis modeliavimas: tiesioginei optimalaus plano paieškai ar galimų optimalaus kalendorinio plano variantų patikrinimui?

1.14.24*. Kaip, Jūsų nuomone, galima būtų panaudoti imitacinį modeliavimą operatyvaus gamybos planavimo euristicinių ir pusiau euristicinių taisyklių [206] efektyvumo patikrinimui ir įvertinimui?

Susipažinkite su kalendorinio planavimo modeliu [207] ir jo panaudojimo rezultatais, tiriant kalendorinio planavimo metodus ir taisykles.

Sudarykite algoritmą ir programą, pritaikytą kalendorinio planavimo uždavinių sprendimui dialoginiame režime, imituojant gamybinius procesus.

Pasinaudodami šia programa, pakartokite kai kuriuos eksperimentus, aprašytus [207], ir patikrinkite ten gautas išvadas. Pasiūlykite tolesnį kalendorinio planavimo metodų tyrimo ir tobulinimo planą.

1.14.25*. Pasiūlykite, kaip galima būtų patobulinti ir panaudoti imitacinį darbo centrų sąveikos modelį [113].

Ar galima imitacinį modeliavimą panaudoti vadovų automatizuotose darbo vietose (ADV), vertinant galimus sprendimų variantus? Kas šiandien trukdo platesniam imitacinio modeliavimo panaudojimui operatyviniame diskrečių gamybinių procesų valdyme?

1.14.26. Ką Jūs žinote apie kompiuterines sistemas su daugeliu lygiagrečiai veikiančių procesorių ir apie lygiagretų programavimą? Ką ši kompiuterinės technikos ir programavimo vystymosi kryptis gali duoti imitaciniam modeliavimui? Ką naujo ji galėtų duoti sprendžiant kalendorinio planavimo uždavinius?

1.14.27*. Pasirinkite kokią nors realią masinio aptarnavimo sistemą (parduotuve, biblioteką, kirpyklą, banką, ligoninę, telefonų stotį, autobusų ar troleibusų maršrutą ir pan.), pasinaudodami knygoje [153] aprašyta metodika ir pavyzdžiais, surinkite statistinius duomenis apie jos funkcionavimą ir apdorokite juos. Nustatykite, kokie teoretiniai skirstiniai geriausiai aprašo atsitiktinius procesus, vykstančius pasirinktoje MAS. Sudarykite tos MAS funkcionavimo imitacinį modelį, įvykdysite su tuo modeliu eilę matematinių eksperimentų ir patikrinkite, ar eksperimentų rezultatai pakankamai gerai atitinka tikrovę. Reikalui esant, koreguokite sudarytą imitacinį modelį. Naudodamiesi sudarytu modeliu, įvykdysite MAS funkcionavimo sisteminę analizę ir pasiūlykite, kaip būtų galima tą funkcionavimą patobulinti.

1.14.28. Susipažinkite su knygos [163] turiniu ir ten aprašytais sudėtingų įrenginių statistinės analizės ir jų sintezės (projektavimo) metodais. Kokią, Jūsų nuomone, matematinę (programinę) įrangą privalėtų turėti radiotechninių įrengimų konstruktoriaus bei tos srities mokslinio darbuotojo automatizuotos darbo vietos (ADV)?

1.14.29. Kuo skiriasi ir ką turi bendro mikroekonomika ir makroekonomika? Sudarykite mikroekonominio ir makroekonominio matematinių modelių pavyzdžius.

1.14.30. Kuo užsiiminėja ekonometrika? Pateikite ekonometrinio modelio ir jo sudarymo pavyzdį ir pailiustruokite ekonometrinį metodų taikymą konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.31. Raskite optimalų vartojimo planą, atitinkantį neoklasikinę vartojimo funkciją $U = Y_1^{\alpha_1} Y_2^{\alpha_2}$, kai $\alpha_1=0,4$, $\alpha_2=0,6$, ir biudžetinę tiesę $p_1 Y_1 + p_2 Y_2 = IN$, kai $p_1=20$ Lt/vnt, $p_2=30$ Lt/vnt, o vartotojo mėnesinės pajamos, skirtos vartojimui, sudaro 520 Lt.

Kaip šiuo atveju atrodo antrojo tipo vienodo naudingumo kreivių šeima (nubrėžkite 3÷4 priklausančias tai šeimai kreives) ir optimalių planų tiesę (nubrėžkite kartu su minėtomis kreivėmis ir tą tiesę)? Apskaičiuokite produkcijos marginalinius naudingumus ir marginalinę pakeitimo normą optimumo taške ir šalia jo. Patikrinkite, ar šiuo atveju galioja marginalinio naudingumo ir marginalinės pakeitimo normos mažėjimo dėsniai.

Raskite pirmojo tipo vienodo marginalinio naudingumo „kreivę“, atitinkančią neoklasikinę vartojimo naudingumo funkciją, ir nubrėžkite ją. Kodėl pirmojo tipo vienodo naudingumo „kreivė“ yra tik viena, o antrojo tipo vienodo naudingumo kreivių yra be galo daug?

1.14.32. Raskite optimalų vartojimo planą, atitinkantį adityvinę vartojimo naudingumo funkciją $U=4Y_1+5Y_2$ ir biudžetinę tiesę $20Y_1+30Y_2=520$. Atsakykite ir šiuo atveju į klausimus, suformuluotus užduotyje 1.14.31, atlikite visus reikalingus apskaičiavimus ir nubrėžkite visus reikalaujamus brėžinius. Kaip pasikeistų optimalus planas ir optimalių planų tiesė, jei pasikeistų naudingumo funkcija, tapdama $U=2Y_1+5Y_2$? Kaip pasikeistų optimalus vartojimo planas, jei pasikeistų produkcijos kainos, tapdamos $p_1=30$ Lt/vnt ir $p_2=20$ Lt/vnt?

1.14.33. Išspręskite užduoties 1.14.31. uždavinį, kai naudingumo funkcija priklauso vieno produkto papildymo kitu tipui ir aprašoma lygybe $U = \min\left(\frac{Y_1}{b_1}, \frac{Y_2}{b_2}\right)$, kur $b_1=0,4$, $b_2=0,6$. Ar produkcijos marginaliniai naudingumai ir marginalinė pakeitimo norma šiuo atveju yra pastovūs dydžiai ar yra nevienodi įvairiuose šių antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivių“ taškuose?

1.14.34. Mišriąją vartojimo naudingumo funkciją aprašo sistema
$$\begin{cases} Y_1 \geq 0,4u_1 + 0,2u_2, \\ Y_2 \geq 0,6u_1 + 0,8u_2, \\ U = u_1 + u_2. \end{cases}$$
 Kokį

maksimalų naudingumą gali šiuo atveju turėti kiekvienas iš šių trijų rinkinių: 1) $Y_1=1$, $Y_2=4$; 2) $Y_1=2$, $Y_2=3$; 3) $Y_1=1,5$, $Y_2=3,5$? Kokia turėtų būti Y_1 reikšmė, kai $Y_2=3,8$, kad šio – ketvirtojo – rinkinio naudingumas būtų lygus trečiojo rinkinio naudingumui? Kokia turėtų būti Y_1 reikšmė, kai $Y_2=8$, kad šio – penktojo – rinkinio naudingumas būtų lygus pirmojo rinkinio naudingumui? Kokia turėtų būti Y_2 reikšmė, kai $Y_1=7$, kad šio – šeštojo – rinkinio naudingumas būtų lygus antrojo rinkinio naudingumui? Nubrėžkite antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivę“, priklausančią nagrinėjamai jų šeimai ir kertančią tašką ($Y_1=1,5$, $Y_2=3,5$), atitinkantį trečiąją produkcijos rinkinį.

1.14.35. Mišriąją vartojimo naudingumo funkciją aprašo sistema
$$\begin{cases} Y_1 \geq 0,6u_1 + 0,2u_2, \\ Y_2 \geq 0,3u_1 + 0,8u_2, \\ U = u_1 + u_2. \end{cases}$$
 Kokį

maksimalų naudingumą gali turėti kiekvienas iš šių trijų rinkinių: 1) $Y_1=1$, $Y_2=4$; 2) $Y_1=3$, $Y_2=1,5$; 3) $Y_1=2$, $Y_2=2,75$? Įrodykite, kad šiuos tris rinkinius atitinkantys trys plokštumos (Y_1 , Y_2) taškai priklauso vienai ir tai pačiai antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivei“. Raskite dar tris naujus tai pačiai „kreivei“ priklausančius taškus ir nubrėžkite pačią tą „kreivę“ (laužtę).

1.14.36. Išspręskite užduoties 1.14.31. uždavinį tuo atveju, kai vartojimo naudingumo funkciją aprašo sistema
$$\begin{cases} Y_1 \geq c_1 u_1 + d_1 u_2, \\ Y_2 \geq c_2 u_1 + d_2 u_2, \\ U = u_1 + u_2, \end{cases}$$
 kur $c_1=0,8$, $c_2=0,4$, $d_1=0,2$, $d_2=0,6$, o biudžetinė tiesė išlieka ta pati,

kaip ir 1.14.31. užduotyje. Kaip pasikeistų optimalus vartojimo planas, jei biudžetinės tiesės lygtis būtų $10Y_1+40Y_2=500$? Raskite tokias produkcijos kainas, kad egzistuotų ne vienas, o daug optimalių vartojimo planų. Kokios turėtų būti koeficientų c_1 , c_2 , d_1 , d_2 reikšmės (t. y., kokias sąlygas tos reikšmės turėtų tenkinti), kad antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivės“, atitinkančios naudingumo funkciją

$U=u_1+u_2$, kur u_1 ir u_2 tenkina nelygybes $c_1u_1+d_1u_2 \leq Y_1$ ir $c_2u_1+d_2u_2 \leq Y_2$, taptų antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivėmis“, atitinkančiomis naudingumo funkciją $U = \min\left(\frac{Y_1}{b_1}, \frac{Y_2}{b_2}\right)$, priklausančią

vieno produkto papildymo kitu tipui? Ar galima būtų rasti tokias koeficientų c_1, c_2, d_1 ir d_2 reikšmes, kad mišriosios antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivės“ sutaptų su tiesių $U=a_1Y_1+a_2Y_2$ atkarpomis ir koordinačių ašimis? Nurodykite, kokias sąlygas turi tenkinti koeficientai c_1, c_2, d_1 ir d_2 , kad egzistuotų turinčios ekonominę prasmę mišriosios antrojo tipo vienodo naudingumo kreivės.

1.14.37. Dviproduktinėje sistemoje vartojimo naudingumo funkcijos grafiškai vaizduojamos pirmojo ir antrojo tipo vienodo naudingumo „kreivėmis“. Kaip galėtų būti grafiškai atvaizduotos vartojimo naudingumo funkcijos trijų produktų sistemoje atvejais 1) $U=a_1Y_1+a_2Y_2+a_3Y_3$,

$$2) U = Y_1^{\alpha_1} Y_2^{\alpha_2} Y_3^{\alpha_3}, 3) U = \min\left(\frac{Y_1}{b_1}, \frac{Y_2}{b_2}, \frac{Y_3}{b_3}\right), 4) \begin{cases} U = u_1 + u_2 + u_3, \\ Y_1 \geq c_1u_1 + d_1u_2 + f_1u_3, \\ Y_2 \geq c_2u_1 + d_2u_2 + f_2u_3, \\ Y_3 \geq c_3u_1 + d_3u_2 + f_3u_3 \end{cases} ?$$

Kaip atrodytų vartojimo naudingumo funkcijų grafiniai atvaizdai tuo atveju, kai vartojimo sistemoje būtų n produktų?

1.14.38. Sudarykite programą kompiuteriui, skirtą naudingumo funkcijų grafikų braižymo automatizavimui, leidžiančią keisti parametrų a_i, b_i, c_i bei d_i reikšmes.

1.14.39. Sudarykite programą marginalinio naudingumo apskaičiavimui ir, naudodamiesi ta programa bei surinktais realiais duomenimis, apskaičiuokite dviejų – trijų rūšių produkcijos marginalinį naudingumą.

1.14.40. Sudarykite programą, analogišką programai MICRO2, pateiktai knygoje [48], ir, naudodamiesi ta programa, patikrinkite uždavinių, išspręstų naudojantis MICRO2, sprendinius, ne tik išspausdindami skaičiavimo rezultatus bet ir kompiuteriu nubraižydami atitinkamus grafikus.

1.14.41. Raskite optimalų gamybos planą, atitinkantį neoklasikinę gamybos funkciją $Y = X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2}$, kai $\alpha_1=0,4, \alpha_2=0,6$, ir gamybos kaštų funkciją $q_1X_1+q_2X_2=C$, kai $q_1=2000$ Lt/vnt, $q_2=3000$ Lt/vnt, o gamybos išskirti kaštai yra lygūs 52000 Lt. Kokį pelną duos gamyba, jei pagamintos produkcijos kaina $p=5500$ Lt/vnt?

Kaip šiuo atveju atrodo izokvančių ir izokosčių šeima? Apskaičiuokite resursų marginalinius produktyvumus ir marginalinę pakeitimo normą optimumo taške.

1.14.42. Raskite optimalų gamybos planą, atitinkantį adityvinę gamybinę funkciją $Y=0,4X_1+0,5X_2$ 1.14.41. užduoties sąlygomis. Kaip pasikeistų optimalus gamybos planas, jei pasikeistų resursų kainos, tapdamos $q_1=3000$ Lt/vnt ir $q_2=2000$ Lt/vnt? Kokią sąlygą turėtų tenkinti koeficientų $\alpha_1, \alpha_2, q_1, q_2$ reikšmės, kad gamybos planavimo optimizavimo uždavinys turėtų daug sprendinių?

1.14.43. Išspręskite užduoties 1.14.41. uždavinį, kai gamybinė funkcija priklauso resursų papildomumo tipui ir aprašoma lygybe $Y = \min\left(\frac{X_1}{b_1}, \frac{X_2}{b_2}\right)$, kur $b_1=0,4, b_2=0,6$. Ar resursų

marginaliniai produktyvumai ir marginalinė pakeitimo norma yra pastovūs dydžiai ar yra skirtingi skirtinguose izokvančių taškuose?

1.14.44. Išspręskite užduoties 1.14.41. uždavinį, kai gamybinę funkciją aprašo lygybė $Y=y_1+y_2$, kurioje kintamieji y_1 ir y_2 tenkina apribojimų sistemą $\begin{cases} X_1 \geq c_1y_1 + d_1y_2, \\ X_2 \geq c_2y_1 + d_2y_2, \end{cases}$ kai $c_1=0,8, c_2=0,4, d_1=0,2,$

$d_2=0,6$, gamybos kaštų funkcija aprašoma lygtimi $q_1X_1+q_2X_2=C$, kurioje $q_1=1000$ Lt/vnt, $q_2=4000$ Lt/vnt, o $C=50000$ Lt. Kaip pasikeistų optimalus sprendinys, jei izokostės lygtis taptų tokia pat, kaip 1.14.41. užduotyje. Ar galima parinkti tokias koeficientų $c_1, d_1, c_2, d_2, q_1, q_2$ reikšmes, kad optimizavimo uždavinys turėtų daug sprendinių?

1.14.45. Raskite optimalius gamybos kaštus C , kuriuos reikėtų išleisti gamybos resursams, norint gauti pelną $\Pi=2000$ Lt, jei gamybinė funkcija yra $Y = X_1^{0,2} X_2^{0,3}$, produkcijos vieneto kaina $p=1200$ Lt/vnt, o gamybos kaštų funkcija yra $C=20X_1+30X_2+5000$. Ar pasikeistų uždavinio sprendinys, jei gamybos kaštų funkcija taptų funkcija $C=30X_1+20X_2+5000$? Kodėl?

Apskaičiuokite vidutinius ir marginalinius gamybos kaštus. Sudarykite abiems atvejams vidutinių ir marginalinių gamybos kaštų priklausomybės nuo optimalaus pagamintos produkcijos kiekio $Y^{(opt)}$ grafikus, apskaičiuodami taško E (žiūr. 313 pav.) koordinates. Ar funkcija, išreiškianti vidutinių gamybos kaštų priklausomybę nuo gamybos apimtys, visada turi minimumo tašką? Kodėl? Kaip

pasikeistų situacija, jei gamybinė funkcija būtų $Y = X_1^{0,4} X_2^{0,6}$? Pavaizduokite vidutinių ir marginalinių gamybos kaštų priklausomybę nuo gamybos apimtys grafiškai šiuo atveju, laikydami, kad gamyba planuojama optimaliai. Kur būtų funkcijos, išreiškiančios vidutinių gamybos kaštų priklausomybę nuo gamybos optimalios apimtys, minimumo taškas, kai gamybinės funkcijos $Y = X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2}$ rodiklių α_1 ir α_2 suma būtų didesnė už 1?

1.14.46. Sudarykite programą kompiuteriui, skirtą įvairių gamybinių funkcijų grafikų, tame tarpe ir CES bei Kobo ir Duglaso (paprastų ir apibendrintų, atsižvelgiant į techninį progresą) funkcijų, braižymui. Nubraižykite ir palyginkite skirtingų gamybinių funkcijų grafikus.

1.14.47. Išsiaiškinkite, kada voratinklinis modelis veda prie pusiausvyrinių kainų susidarymo, o kada galėtų vesti prie atvirkštinių procesų – destabilizavimo. Kokios, Jūsų nuomone, galėtų būti kainų augančių svyravimų atsiradimo priežastys?

1.14.48. Sudarykite programą, analogišką programai MICRO4, pateiktai knygoje [48], skirtą voratinklinio rinkos modelio analizei ir procesų, vykstančių rinkoje, grafikų braižymui. Palyginkite savo skaičiavimų rezultatus su knygoje [48] pateiktą analogiškų skaičiavimų rezultatais.

1.14.49. Išsiaiškinkite, kaip buvo gauti aukciono imitavimo rezultatai, pateikti 110-joje lentelėje. papildykite tą lentelę apskaičiuodami tos lentelės stulpelių turinį specialiai praleistose 6÷24 eilutėse. Patikrinkite, ar teisingai apskaičiuotas tos lentelės stulpelių turinys 25÷27 eilutėse. Kodėl dydžiai, charakterizuojantys aukcioną, keitėsi ne monotoniškai, o svyruodami? Paaiškinkite svyravimų priežastis „matematiškai“ ir „ekonominiu požiūriu“.

1.14.50. Sudarykite programą, analogišką programai MICRO5, pateiktai knygoje [48], ir pakartokite toje knygoje įvykdytą bendrosios pusiausvyros modelio funkcionavimo imitavimą. Palyginkite gautus rezultatus su toje knygoje pateiktais rezultatais.

1.14.51. Sudarykite programą, skirtą dvisektorinio rinkos modelio funkcionavimo imitavimui, analogišką programai MICRO6, pateiktai knygoje [48]. Palyginkite Jūsų gautus imitavimo rezultatus su toje knygoje pateiktais rezultatais.

1.14.52. Sudarykite programą, skirtą nacionalinių pajamų apskaičiavimui, analogišką programai MACRO1, pateiktai knygoje [48]. Palyginkite toje knygoje grafiškai pavaizduotus programos MACRO1 darbo rezultatus su savo gautais rezultatais.

1.14.53. Išnagrinėkite ekonominio augimo procesą, aprašytą 1.14.12.2.2. skyrelyje, pakeisdami tame skyrelyje pateiktame pavyzdyje Kobo-Duglaso funkciją $Y = K^{0,5} L^{0,5}$ į gamybinę funkciją $Y = K^{0,6} L^{0,4}$. Kaip pasikeis ekonominio augimo procesas ir jį vaizduojantys grafikai (žiūr. 318 ir 319 pav.)? Kaip pasikeistų grafikai, jei gamybinė funkcija taptų $Y = K^{0,4} L^{0,6}$? Kokias išvadas galite padaryti iš gautų rezultatų palyginimo?

1.14.54. Sudarykite programą kompiuteriui, skirtą ekonomikos augimo proceso imitavimui, analogišką programai MACRO2, pateiktai knygoje [48]. Palyginkite gautus imitavimo rezultatus su toje knygoje pateiktais rezultatais.

1.14.55. Išnagrinėkite biznio ciklų modelį, aprašytą 1.14.12.2.3. skyrelyje. Kaip pasikeistų nagrinėjamas procesas, jei dinaminėje nacionalinių pajamų $Y(t)$ kitimo lygtyje $Y(t) = (c+v) \cdot Y(t-1) - v \cdot Y(t-2) + b$ koeficientų c , v ir b reikšmės pasikeistų, lyginant su tame skyrelyje išnagrinėtos lygties koeficientų reikšmėmis, ir taptų $c=0,7$, $v=1,1$, $b=25$, o pradinės sąlygos išliktų tos pačios?

1.14.56. Sudarykite procesų $Y(t) = (c+v) \cdot Y(t-1) - v \cdot Y(t-2) + G(t) + b$ ir $G(t) = (1+r)G(t-1)$ imitacinį modelį, kai $Y(0)=50$, $Y(1)=55$, $c=0,75$, $v=0,8$, $b=20$, $G(0)=10$, $r=0,05$, ir apskaičiuokite $Y(t)$ kitimo trajektoriją.

1.14.57. Sudarykite programą, skirtą ciklų, susidarančių ekonominiuose procesuose, imitavimui ir analizei, analogišką programai MACRO3, pateiktai knygoje [48]. Pakartokite eksperimentus, padarytus naudojantis programa MACRO3, ir palyginkite savo gautus rezultatus su knygoje [48] pateiktais rezultatais.

1.14.58. Pasinaudodami 1.14.12.2.4. skyrelyje aprašytais iteraciniais metodais, raskite subalansuotas X_1 ir X_2 reikšmes, kai $n=2$, $a_{11}=0,2$, $a_{21}=0,3$, $a_{12}=0,5$, $a_{22}=0,5$, $F_1=2$, $F_2=10$. Apskaičiavimus įvykdykite naudodamiesi įvairiais metodais.

1.14.59. Sudarykite programą, skirtą tarpšakinio balanso apskaičiavimui, naudojantis tiesioginiu metodu, ir jo pasiekimo proceso imitavimui įvairiais iteraciniais metodais. Palyginkite savo programos taikymo rezultatus su analogiškų programų, aprašytų ir pateiktų knygoje [48], taikymo rezultatais, taip pat pateiktų toje knygoje.

1.14.60. Sudarykite programą, skirtą pusiausvyrinių kainų daugiašakėje ekonomikoje nusistovėjimo proceso imitavimui ir palyginkite gautus imitavimo rezultatus su knygoje [48] pateiktais analogiško imitavimo rezultatais.

1.14.61. Sudarykite agregavimo programą, analogišką programai AGG, pateiktai knygoje [48]. Palyginkite savo programos ir AGG darbą.

1.14.62. Trumpai apibūdinkite sudėtinės ekonometrikos mokslo dalis ir jos ryšius su kitais metodais, iliustruodami savo teiginius konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.63. Trumpai apibūdinkite ekonometrinio modelio sudarymo etapus ir problemas, kurias tenka spręsti, siekiant tų etapų tikslų.

1.14.64. Ką vadina ekonometrinio modelio specifikuojimu, kokie sunkumai iškyla specifikuojant ekonometrinį modelį? Pateikite keletą ekonometrinių modelių specifikuojimo pavyzdžių.

1.14.65. Apibūdinkite ekonometrinio modelio identifikuojamumo problemą, jos esmę ir jos reikšmę ekonometrikoje. Pateikite identifikuojamų ir neidentifikuojamų ekonometrinių modelių pavyzdžių.

1.14.66. Ką vadina ekonometrinio modelio identifikavimu ir kokiais metodais naudojamosi, identifikuojant ekonometrinį modelį. Pateikite ekonometrinio modelio identifikavimo pavyzdį.

1.14.67. Apibūdinkite mažiausiųjų kvadratų metodą ir pailiustruokite to metodo taikymą konkrečiu pavyzdžiu. Pailiustruokite, kaip taikomas tiesinis paprastas mažiausiųjų kvadratų metodas paprastoje algebrinėje ir matricinėje formose.

1.14.68. Kodėl kartais, identifikuojant regresijos funkcijas, jau nebepakanka paprasto mažiausiųjų kvadratų metodo? Kuo skiriasi apibendrintas mažiausiųjų kvadratų metodas nuo paprasto MKM? Kokie apibendrinto MKM taikymo ypatumai?

1.14.69. Kada ir kam naudojami dviejų ir trijų žingsnių MKM? Pailiustruokite dviejų ir trijų žingsnių MKM taikymą konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.70. Ką vadina ekonometrinio modelio verifikavimu? Kokiais metodais verifikuojami ekonometriniai modeliai? Pailiustruokite savo atsakymą konkrečiais ekonometrinių modelių verifikavimo pavyzdžiais.

1.14.71. Ką vadina kovariacija ir koreliacija, kaip apskaičiuojamas porinis koreliacijos koeficientas ir koreliacinis santykis? Kaip koreliacinis santykis ir koreliacijos koeficientas surišti su determinacijos koeficientu? Kokį vaidmenį ekonometrikoje vaidina koreliacinė analizė? Pateikite konkrečių koreliacinės analizės pavyzdžių.

1.14.72. Pateikite konkrečių determinacijos koeficiento apskaičiavimo pavyzdžių ir sudaryto regresinio modelio tikslumo vertinimo pavyzdžių. Kokiais būdais galima aptikti ir įvertinti analizuojamos statistinės priklausomybės netiesiškumą? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.73. Trumpai apibūdinkite Jums žinomas koreliacinių ryšių matematinės charakteristikas ir jų taikymą daugiamatėje parametrinėje ir neparimetrinėje statistinėje analizėje, papildydami tai, kas buvo pateikta 1.11.15. skyrelyje. Kokius ranginės koreliacijos metodus Jūs žinote? Kaip apskaičiuojami ranginės koreliacijos ir konkordacijos koeficientai? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.74. Ką vadina dispersine analize, kaip ji vykdoma ir koks jos vaidmuo ekonometrikoje? Pateikite konkretų dispersinės analizės pavyzdį, analizuojant sudarytos regresinės funkcijos specifikuojimo ir identifikavimo tikslumą.

1.14.75. Ką vadina multikolinearumu ir kaip tas reiškinyis atsiliepia sudaromo ekonometrinio modelio kokybei? Kaip sprendžiama multikolinearumo problema? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.76. Ką vadina ekonometrinio modelio kalibravimu? Kodėl atsiranda ekonometrinio modelio kalibravimo reikiamybė? Pateikite konkretų ekonominio modelio kalibravimo pavyzdį.

1.14.77. Sudarykite tiesinės regresinės analizės programą kompiuteriui, analogišką programai MACRO4, pateiktai knygoje [48]. Pabandykite, naudodamiesi savo sudarytąja programa, išspręsti tuos uždavinius, kurie buvo sprendžiami, naudojantis MACRO4. Palyginkite rezultatus, pateiktus knygoje [48] su savo gautais rezultatais.

1.14.78. Apibūdinkite ekonometrinių modelių linearizavimo metodus ir pateikite tų metodų taikymo pavyzdžių. Apibūdinkite Bokso ir Kokso metodą. Ar visada pavyksta linearizuoti ekonometrinius modelius?

1.14.79. Sudarykite programą kompiuteriui, skirtą Kobo ir Duglaso gamybinių funkcijų identifikavimui, analogišką programai MACRO5, pateiktai knygoje [48]. Pabandykite, naudodamiesi savo programa, gauti tuos rezultatus, kurie buvo gauti, naudojantis MACRO5, ir pateikti knygoje [48].

1.14.80. Ką vadina netiesiniu mažiausiųjų kvadratų metodu ir kaip jis taikomas? Su kokiais sunkumais susiduriama taikant netiesinį mažiausiųjų kvadratų metodą? Trumpai tariant apibūdinkite Levenbergo ir Markvardto metodą bei jo taikymo ypatumus, identifikuojant netiesinius ekonometrinius modelius.

1.14.81. Sudarykite programą CES tipo gamybinės funkcijos identifikavimui, analogišką programai MACRO6, pateiktai knygoje [48]. Pabandykite pakartoti skaičiavimus, kurių rezultatai

pateikti toje knygoje [48] kaip programos MACRO6 taikymo rezultatai, ir palyginkite rezultatus su toje knygoje pateiktais rezultatais?

1.14.82. Kuo, Jūsų nuomone, skiriasi programa CES&K nuo programos MACRO6? Ar galėtumėte pakartoti skaičiavimus, įvykdytus naudojantis programa CES&K, ir gauti rezultatus, pateiktus knygoje [48]?

1.14.83. Pateikite regresinės analizės taikymų prognozavime pavyzdžių. Pailiustruokite, kaip vykdoma taškinė ir intervalinė prognozė, naudojantis regresinės analizės metodais. Kokią reikšmę statistinės prognozės turi ekonominių sistemų ir organizacijų valdyme? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.84. Ką vadina laiko eilutėmis? Pateikite laiko eilučių pavyzdžių ir pabandykite nustatyti, ar jos stacionarios ar ne, ar turi tendą bei periodinę sudedamąją dalį, ar ne.

1.14.85. Kokias laiko eilutes vadina stacionariomis bei griežtai stacionariomis. Pateikite stacionarių ir nestacionarių laiko eilučių pavyzdžių. Kuo skiriasi regresinė analizė ir laiko eilučių statistinė analizė?

1.14.86. Apibūdinkite pagrindinės stacionarių laiko eilučių charakteristikos: autokovariacinę ir autokoreliacinę funkcijas ir spektrinę tankį. Aprašykite tų charakteristikų statistinių įverčių apskaičiavimo būdus iliustruodami juos pavyzdžiais.

1.14.87. Kokiais metodais tikrinamos hipotezės, kad laiko eilutės vidurkis yra pastovus? Kaip naudojamos serijų ir Abė kriterijais? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.88. Aprašykite laiko eilutės neatsitiktinės dalies išskyrimo analizinius ir algoritminius metodus. Atlikite tokių metodų palyginimą ir pateikite jų taikymo pavyzdžių.

1.14.89. Išvardinkite laiko eilučių glodinimo metodus. Pateikite slenkančio vidurkio metodo taikymo laiko eilučių glodiniame ir svorinių koeficientų apskaičiavimo pavyzdžių. Aprašykite Brauno metodą ir jo taikymo ypatumus.

1.14.90. Aprašykite aproksimuojančio daigianario laipsnio nustatymą, apskaičiuojant laiko eilutės pirmos, antros ir t. t. eilės skirtumus. Pateikite postūmio F_- ir F_+ bei skirtumo radimo Δ operatorių taikymo pavyzdžių, apskaičiuojant laiko eilutės skirtumus ir eliminuojant iš jos sudėties polinominį tendą.

1.14.91. Apibūdinkite tipinius stacionarių laiko eilučių modelius $AR(p)$, $MA(q)$ ir $ARMA(p,q)$, pateikdami jų formules ir išvardindami pagrindines jų savybes. Pateikite modelių $AR(1)$, $AR(2)$, $MA(1)$, $MA(2)$, $ARMA(1,1)$, $ARMA(2,1)$ ir pan. charakteristikų apskaičiavimo pavyzdžių.

1.14.92. Pateikite tipinių modelių $AR(p)$, $MA(q)$ ir $ARMA(p,q)$ sudarymo, identifikavimo ir taikymo pavyzdžių.

1.14.93. Aprašykite ARCH, GARCH ir t. t. modelius, jų sudarymo priežastis ir taikymo sritis.

1.14.94. Aprašykite $ARIMA(p,q,k)$ modelius operatorinėje ir algebrinėje formose. Pateikite ARIMA modelių sudarymo, jų charakteristikų apskaičiavimo ir jų taikymo pavyzdžiai.

1.14.95. Pateikite laiko eilučių, turinčių savo sudėtyje sezoninę komponentę, tipinių modelių ir operatoriaus ∇_T bei jų taikymo pavyzdžių.

1.14.96. Pateikite regresinių modelių su pasiskirsčiusiais lagais pavyzdžių. Aprašykite jų parametrizavimo bei identifikavimo specifines problemas. Apžvelkite regresinių modelių su pasiskirsčiusiais lagais identifikavimo metodus.

1.14.97. Ką vadina lago struktūra ir kaip atliekamas jos normavimas? Pateikite normuotos lago struktūros tikimybinę interpretaciją ir regresinių modelių, turinčių normuotą lago struktūrą, taikymo pavyzdžių.

1.14.98. Apibūdinkite polinominę lago struktūrą ir jos taikymus. Pateikite regresinio modelio su pasiskirsčiusiais lagais suvedimo į standartinį regresinį modelį, naudojantis Šarli Almon metodu, pavyzdį.

1.14.99. Aprašykite geometrinę lago struktūrą ir jos taikymus. Apibūdinkite Koiko metodą ir jo ypatumus. Kaip pasireiškia geometrinės lago struktūros universalumas ir kokios jo priežastys? Kodėl egzistuoja dalinio prisitaikymo ir adaptyvių lūkesčių modelių ryšys su Koiko modeliu?

1.14.100. Aprašykite laiko eilučių ir jų modelių taikymą prognozavime, nurodydami to taikymo pagrindines prielaidas ir pateikdami jų matematinę išraišką.

1.14.101. Pateikite ARIMA tipo modelių taikymo prognozavime pavyzdžių.

1.14.102. Aprašykite adaptacinius prognozavimo metodus ir jų taikymo ypatumus bei Teilo ir Veidžo metodus.

1.14.103. Pateikite sudėtingų ekonometrinių modelių, sudarytų iš ekonometrinių lygčių ir tapatybių, pavyzdžių. Aprašykite tokių modelių struktūrinę ir redukuotąją formas bei jų pavaizdavimą, naudodamiesi paprastos ir matricinės algebros kalba.

1.14.104. Pateikite ekonometrinio modelio pervedimo iš struktūrinės formos į redukuotąją formą, naudojantis paprasta ir matricine algebra, pavyzdžių. Kaip atliekamas ekonometrinių modelių redukuotoje formoje identifikavimas?

1.14.105. Apibūdinkite ekonometrinių modelių struktūrinės formos identifikavimo metodus, iliustruodami tau pavyzdžiais. Pateikite dviejų ir trijų žingsnių MKM taikymo pavyzdžius.

1.14.106. Aprašykite Kleino modelį ir jo lygčių sudarymą. Pateikite tų lygčių ekonominį pagrindimą.

1.14.107. Sudarykite programą, skirtą Kleino modelio identifikavimui, analogišką programai MACRO7, pateiktai knygoje [48], ir pabandykite pakartoti skaičiavimus, kurių rezultatai pateikti toje knygoje. Palyginkite tuos rezultatus su savo rezultatais.

1.14.108. Apibūdinkite sudėtingų ekonometrinių modelių taikymo sritis ir pateikite tokio taikymo pavyzdžių. Kodėl populiarūs ir perspektyvūs imitacinio modeliavimo taikymai ekonometrinėje analizėje ir ekonometrikos taikymai sudėtingų imitacinių modelių kūrime?

1.14.109. Susipažinkite su sudėtingais ekonometriniais ir imitaciniais modeliais, kuriuos turi mūsų universiteto Matematinės statistikos katedra, ir išmokite eksperimentuoti su jais.

1.14.110. Apibūdinkite ekologijos mokslo objektą ir paskirtį. Išvardinkite tuos ekologijos mokslo metodologijos bruožus, kurie yra giminingi sistemos tyros metodologijos bruožams.

1.14.111. Pateikite populiacijų, bendrijų, ekosistemų ir biomų pavyzdžių. Ar skiriasi biogeografinių bei zoogeografinių sričių, nagrinėjamų fiziniame geografinėje, ir biomų, nagrinėjamų ekologijoje, sąvokos? Kodėl?

1.14.112. Trumpai apibūdinkite Palearktinę, Nearktinę, Neotropinę, Etiopinę, Australinę ir Indijos – Malajų zoogeografines sritis. Kokios zoogeografinės sritys jungiamos į zoogeografinę sritį, pavadintą Holarktinę sritimi? Kodėl? Ar atitinka zoogeografinių sričių ribos biomų ribas?

1.14.113. Ką Jūs esate girdėję apie Pangėją ir Pantalaso vandenyną, Lauraziją, Gondvaną ir Tetidės jūrą? Išvardinkite pagrindines Žemės plutos plokštes. Kokį ryšį visa tai turi su ekologija?

1.14.114. Išvardinkite pagrindinius požymius, skiriančius „gyvybę“ nuo „negyvybės“. Kurie iš tų požymių yra būtini, kurie pakankami? Ar galėtų, Jūsų manymu, kur nors egzistuoti gyvybės formos, skirtingos nuo gyvybės formų mūsų planetoje? Kaip reiktų apibrėžti gyvybės sąvoką kosmologine prasme?

1.14.115. Kuo skiriasi bakterijos sandara nuo gyvūno ar augalo ląstelės sandaros? Ką bendro galima rasti gyvūno ir augalo ląstelėje, bakterijoje ir viruse ir nerastume kristale?

1.14.116. Ką Jūs esate girdėję apie Žemės geologines eras ir periodus? Sudarykite brėžinėli, vaizduojantį geologinių erų ir periodų išsidėstymą bei jų trukmę milijonais metų ir nurodykite, kada kokie organizmai atsirado.

1.14.117. Apibūdinkite savais žodžiais ekologinės nišos sąvoką. Kaip ir kodėl, Jūsų nuomone, susiformuoja ekologinės nišos? Ar ekologinė niša yra ekosistemos struktūros ar sudėties vienetas? Kokią išvadą galima padaryti iš konvergencinės evoliucijos reiškinio egzistavimo? Kodėl tą reiškinį kartais vadina dar ir analogine evoliucija? Pateikite konvergencinės evoliucijos pavyzdžių, nepamiršdami šioje mokymo priemonėje. Ar galima būtų kalbėti apie „ekonominių nišų“ egzistavimą ekonominėse sistemose? Atsakymą argumentuokite.

1.14.118. Pateikite geografinės ir reprodukcinės gyvųjų organizmų izoliacijos pavyzdžių. Ką vadina mechanine, o ką – etologine izoliacija? Kuri iš šių reprodukcinės izoliacijos rūšių labiau reikšminga augalams, o kuri – gyvūnams? Ką Jūs esate girdėję apie Voleso ir Vėberio linijas?

1.14.119. Pateikite pavyzdžių, kaip veikia paveldimos informacijos perdavimo mechanizmai įvairiuose organizmuose ląsteliniame lygyje. Kokius procesus vadina replikacija, transkripcija ir translacija? Kas yra seksdukcija ir transdukcija ir kuo tie procesai skiriasi vienas nuo kito? Kuo užsiima genų inžinerija? Pailiustruokite genų inžinerijos pasiekimus konkrečiais pavyzdžiais. Ką vadina klonu ir klonavimu? Pateikite keletą klonavimo pavyzdžių.

1.14.120. Kokį mokslą vadina paleontologija, kas yra to mokslo objektas ir kokia to mokslo paskirtis? Apibūdinkite paleontologijos ir ekologijos ryšį, o taip pat paleontologijos ir geologijos ryšį. Kaip paleontologai nustato fosilijų amžių?

1.14.121. Trumpai apibūdinkite gyvybės pasiskirstymą Žemėje ir jo dėsnumus. Kaip biologai vykdo to pasiskirstymo tyrimus? Kokius statistinius metodus jie taiko? Kaip sudaromos imtys, naudojantis kvadratu? Ką vadina ženklinimo metodu ir kaip jis taikomas? Pateikite konkrečių ženklinimo metodo taikymo pavyzdžių.

1.14.122. Sudarykite kokio nors mitybos tinklo, nesutampančio su pateiktu 323 pav., pavyzdį. Kokie organizmai Jūsų pateiktame tinkle yra gamintojai? Kiek Jūsų tinkle yra vartojimo lygių? Ar visi vartotojai priklauso tik vienam lygiui? Kodėl ekosistema, turinti sudėtingą mitybos tinklą, yra stabilesnė?

1.14.123. Išvardinkite kuo daugiau Jums žinomų reducentų rūšių, nurodydami, koku detritu jie minta ir kokią „produkciją“ skaidymo metu jie gamina. Ką vadina saprofitais, ką epifitais, o ką – parazitais? Pateikite saprofitų, parazitų ir epifitų pavyzdžių.

1.14.124. Ką vadina simbioze? Pateikite simbiozės pavyzdžių. Ar skiriasi simbiozė ir mutualizmas? Kodėl? Atsakymą iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.125. Ar turi, Jūsų nuomone, ką nors bendro 10% taisyklė ir teiginys, kad apie 10% visų gimusių vaikų išskiria nuo kitų šiek tiek aukštesniu intelektu? Ar turi ką nors bendro 10% taisyklė su dar Pareto pastebėtu reiškiniu, kad turtas visuomenėje pasiskirsto labai netolygiai: didžiąją dalį turto užvaldo nedidelė grupė labai turtingų žmonių? Atsakymus argumentuokite.

1.14.126. Sudarykite schemą, vaizduojančią vandens apytakos ratą gyvojoje ir negyvojoje gamtoje. Kokią reikšmę gyvajai gamtai turi tokia vandens savybė, kad jo tankis yra didžiausias prie +4° C ir kad, mažėjant jo temperatūrai žemiau +4° C, jo tūris didėja, o ne mažėja, kaip daugumai medžiagų? Išvardinkite kitas vandens savybes, svarbias gyvajai gamtai, iliustruodami konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.127. Sudarykite schemą, vaizduojančią anglies apytakos ratą. Ar tas ratas pilnai uždaras? Atsakymą iliustruokite pavyzdžiais. Iš kur, kaip ir kada atsirado kreida? Ar ir dabar vyksta kreidos klotų susidarymo procesai? Kaip atsiliepia anglies ciklui ugnikalnių veiklos Žemės plutoje silpnėjimas?

1.14.128. Sudarykite schemą, vaizduojančią azoto ciklą. Kam gyviesiems organizmams reikalingas azotas? Išvardinkite bakterijų, dalyvaujančių azoto cikle, rūšis, nurodydami jų vaidmenį. Ar azoto ciklas yra pilnai uždaras? Atsakymą iliustruokite pavyzdžiais. Ką vadina „eutrofikacija“? Pateikite „eutrofikacijos“ pavyzdžių. Kokį vandenį vadina eutrofiniu ir kuo jis skiriasi nuo oligotrofinio vandens?

1.14.129. Sudarykite schemą, vaizduojančią deguonies ciklą. Kam gyviems organizmams reikalingas deguonis? Ar deguonies ciklas yra pilnai uždaras? Atsakymą iliustruokite pavyzdžiais. Ką vadina „planetos plaučiais“? Ar gali kilti „deguonies krizė“ mūsų planetoje? Ką Jūs esate girdėję apie „ozono skyles“? Kokios jų atsiradimo priežastys ir kokios gali būti jų atsiradimo pasekmės? Kokie procesai gali papildyti ozono sluoksnį Žemės atmosferoje? Pateikite greitos ir lėtos oksidacijos pavyzdžių.

1.14.130. Apibūdinkite dirvožemio vaidmenį gyvojoje gamtoje. Išvardinkite šešias pagrindines dirvožemio komponentes. Ką vadina humusu? Nurodykite kalkinio, neutralaus ir rūgštaus dirvožemio pH ir šių rūšių dirvožemio savybes.

1.14.131. Aprašykite dėsningumus, būdingus populiacijos individų skaičiaus kitimui, sudarydami to kitimo modelius. Sudarykite imitacinį modelį
$$\frac{dN(t)}{dt} = r(t)N(t) \left[1 - \frac{N(t)}{K(0) - \alpha N(t - \tau)} \right]$$
 ir, eksperimentuodami su juo, nustatykite, kaip priklauso populiacijos augimo trajektorija $N(t)$ nuo α , τ ir $r(t)$. Sudarykite $N(t)$ grafikus kelioms skirtingoms $\alpha = \text{const}$, $\tau = \text{const}$ ir $r = \text{const}$ reikšmėms.

1.14.132. Aprašykite, kaip vyksta populiacijų augimo reguliavimas gamtoje, iliustruodami konkrečiais pavyzdžiais. Kaip Jūs paaiškintumėte lemingų „savižudybes“? Pateikite kenkėjų biologinės reguliacijos pavyzdžių, palygindami ją su kenkėjų „chemine reguliacija“.

1.14.133. Pateikite gyvūnų – r –strategų ir K –strategų pavyzdžių. Kuo paaiškintumėte, kad smulkūs gyvūnai dažniausiai būna r –strategai, o stambūs – K –strategai? Nuo ko priklauso šeimos strategijos pasirinkimas? Ar jis gali keistis, pasikeitus sąlygoms?

1.14.134. Kokius populiacijos dydžio kitimo grafikus vadina „S–formas“, o kokius – „J–formas“ kreivėmis? Pateikite konkrečius tokių grafikų pavyzdžius. Dėl kokių priežasčių gaunamos skirtingų formų kreivės? Palyginkite tas kreives su kreivėmis, aprašančiomis kai kuriuos ekonominius procesus, o taip pat procesus, vykstančius virpesių kontūre, esant tam tikroms sąlygoms (žiūr. 1.11.10. skyrelį). Kokias išvadas galima padaryti iš to palyginimo? Kodėl žmonių populiacijos augimo kreivė, pavaizduota 326 pav., skiriasi nuo „S“ formos ir „J“ formos kreivių? Kokios to skirtumo priežastys? Kokios išvados iš to išplaukia?

1.14.135. Ką vadina sukcesijomis ir ekosistemos klimaksine būseną? Pateikite pavyzdžių, patvirtinančių E.Klementso teiginį, kad kiekvienoje geografinėje zonoje augalai keičia vienas kitą tam tikra tvarka, vystydamiesi specifinės tai zonai klimaksinės augalijos link. Ar visada pasiekama klimaksinė būseną? Kodėl?

1.14.136. Kuo skiriasi populiacijos evoliucijos ir ekosistemos evoliucijos sąvokos? Apibūdinkite populiacijos ir ekosistemos evoliucijų mechanizmus ir jų funkcionavimą. Kuo paaiškinama augalų ir gyvūnų įvairovė? Kodėl evoliucija neprivedė prie to, kad išliktų tik kelios „tobuliausios“ rūšys?

1.14.137. Pateikite augalų ir gyvūnų prisitaikymo prie aplinkos sąlygų pavyzdžių, paimtų iš skirtingų biotų ir iš skirtingų ekosistemų. Kuo skiriasi augalai ir gyvūnai vieni nuo kitų? Ar visada paprasta atskirti gyvūną nuo augalo? Atsakymus iliustruokite konkrečiais pavyzdžiais.

1.14.138. Apibūdinkite žmogaus įtaką ekosistemoms. Kaip keitėsi žmogaus požiūris į gamtą? Pateikite neigiamų ir teigiamų žmogaus poveikių ekosistemoms pavyzdžių.

1.14.139. Apibūdinkite ekologinių, ekonominių ir socialinių problemų ryšius, iliustruodami savo aiškinimus konkrečiais pavyzdžiais. Kokios išvados išplaukia iš tų ryšių egzistavimo.

1.14.140. Susipažinkite su Dž. Foresterio knygoje [9] pateiktu pasaulio dinaminio modelio aprašymu. Naudodamiesi tuo aprašymu bei imitacinio modeliavimo sistema POWERSIM [208], sudarykite imitacinio modeliavimo programą ir pakartokite keletą įdomesnių. Jūsų nuomone, matematinių eksperimentų su tuo modeliu. Gautus rezultatus palyginkite su rezultatais, pateiktais minėtoje Dž. Foresterio knygoje.

1.14.141. Susipažinkite su modelio RMSM–X aprašymu [209] ir išmokite naudotis jau sudaryta to modelio kompiuterine programa. Įvertinkite RMSM–X modelį, nurodydami jo privalumus ir trūkumus.

1.14.142. Susipažinkite su studentų V. Dranseikaitės ir B. Beresnevės diplominiais darbais [202, 204, 201] ir jų gautais rezultatais. Kaip, Jūsų nuomone, būtų tikslinga ir galima papildyti bei pratęsti tuos darbus?

1.14.143. Susipažinkite su studentų A. Gulbickos, I. Masiulaitytės, O. Vorobej, A. Komarovski ir I. Vaskelos bakalauro darbu „Lietuvos dinaminis makroekonometrinis modelis – 1“ [202]. Kokius sektorius tas modelis aprėpia ir kuo šį modelį reikėtų papildyti?

1.14.144. Susipažinkite su Dž. Foresterio knyga [8] ir sudarykite toje knygoje aprašyto kompleksinio mažmeninės prekybos, didmeninės prekybos ir gamybos dinaminio modelio funkcionavimo imitavimo programą. Kokius matematinius eksperimentus galima atlikti, naudojantis ta programa?

1.14.145. Palyginkite imitacinio modeliavimo sistemos POWERSIM [208] ir GPSS [161]. Kuo jos skiriasi?

1.14.146. Ar galėtų imitacinio modeliavimo taikymas būti naudingas, norint padidinti didelių įmonių ir valstybių bei jų regionų valdymo efektyvumą? Pagrįskite savo atsakymą. Nurodykite pagrindines priežastis dėl kurių imitacinis modeliavimas ir matematiniai eksperimentai įmonių ir valstybių valdyme dar nėra plačiai taikomi.