

$$+ \beta(1-\lambda) \left[\sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k x(t-k) - \sum_{k=1}^{\infty} \lambda^k x(t-k) \right] + \delta(t) - \lambda \delta(t-1) = c_0(1-\lambda) + \beta(1-\lambda) \lambda^0 x(t-0) + \delta(t) - \lambda \delta(t-1),$$

iš kur išplaukia, kad $y(t) = c_0(1-\lambda) + \beta(1-\lambda)x(t) + \lambda y(t-1) + (\delta(t) - \lambda \delta(t-1))$.

Identifikuojant šį regresinį modelį, tereikia įvertinti tris parametrus: c_0 , β ir λ , kai tuo tarpu pradiniam modelyje tokių parametrų buvo be galo daug.

Šį supaprastintą modelį $y(t) = c_0(1-\lambda) + \beta(1-\lambda)x(t) + \lambda y(t-1) + (\delta(t) - \lambda \delta(t-1))$ buvo galima gauti greičiau, naudojantis mums jau žinomu postūmio operatoriumi F_- :

$$y(t) = c_0 + \beta(1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k x(t-k) + \delta(t) = c_0 + \beta(1-\lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k F_-^k(x(t)) + \delta(t) =$$

$$= c_0 + \beta(1-\lambda) \left(\sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k F_-^k \right) x(t) + \delta(t) = c_0 + \beta(1-\lambda) \frac{x(t)}{1-\lambda F_-} + \delta(t).$$

Daugindami abi šios lygybės puses iš operatoriaus $1-\lambda F_-$, gauname $(1-\lambda F_-)y(t) = (1-\lambda F_-)c_0 + \beta(1-\lambda)x(t) + (1-\lambda F_-)\delta(t)$, iš kur, pereinant nuo operatorinės formos prie algebrinės, išplaukia $y(t) - \lambda y(t-1) = (1-\lambda)c_0 + \beta(1-\lambda)x(t) + \delta(t) - \lambda \delta(t-1)$, ką jau buvome gavę anksčiau, nesinaudodami postūmio operatoriumi F_- .

Pažymėtina, kad į čia išnagrinėtą **Koiko modelį** susiveda ir du matematinėje ekonomikoje gerai žinomi dinaminiai modeliai – **dalinio prisitaikymo** ir **adaptuotų lūkesčių** (žiūr. [182]), nors, sudarant tuos modelius, Koiko prielaidomis apie geometrinę lągo struktūrą tiesiogiai ir nebuvo naudojamos. Tai rodo, jog Koiko prielaidos iš tikrųjų yra gana natūralios ir pasitvirtina eilėje realių procesų.

1.14.12.3.2.4. Laiko eilučių matematinių modelių taikymas ekonominių rodiklių reikšmių prognozavime

Kadangi ekonominiams procesams (kaip ir visiems realiems procesams) yra būdingas didesnis ar mažesnis inertiškumas, tai tos tendencijos ir tos priklausomybės, kurios egzistavo netolimoje praeityje bei pasireiškia dabar, gali išlikti (ir dažniausiai išlieka) bent jau artimiausioje ateityje, kol kokie nors nauji (iki tol neegzistavę ar iki tol nepasireiškę) faktoriai reikšmingai nepakeičia iki tol egzistavusių tendencijų ir priklausomybių. Todėl, turint matematinius modelius, aprašančius iki tol vykusius ir dabar vykstančius procesų trajektorijas bei egzistavusias ir dabar egzistuojančias priklausomybes, tais modeliais galima pasinaudoti tų trajektorijų bei priklausomybių ekstrapoliavimui (perkėlimui į ateitį). O tai labai svarbu priimant valdymo sprendimus, nes, naudojantis laiko eilučių matematiniais modeliais, galima bent jau apytikriai įvertinti labiausiai tikėtinas būsimas nevaldomųjų kintamųjų reikšmes bei jų kitimo trajektorijų artimiausias atkarpas ir iš anksto pasiruošti optimaliam reagavimui į vykstančius bei vyksiančius nuo mūsų nepriklausomus pokyčius, o naudojantis regresiniais modeliais – prognozuoti endogeninių kintamųjų būsimas kitimo trajektorijas, kurios gali susidaryti, jei mes keisime valdomuosius egzogeninius kintamuosius taip, kaip esame numatę, o nevaldomi egzogeniniai kintamieji keisis taip, kaip tai išplaukia iš aprašančių tų kintamųjų kitimą laiko eilučių modelių.

Šiame skyrelyje kalbėsime apie laiko eilučių matematinių modelių taikymą nevaldomų bei nepilnai valdomų procesų trajektorijų prognozavime. Valdomų procesų trajektorijų prognozavime taikomi ir determinuoti, ir regresiniai modeliai, o prognozuojant dalinai valdomus procesus – taip pat dar ir laiko eilučių matematiniai modeliai.

Pagal **prognozavimo horizonto** dydį, t. y. pagal tai, kiek laiko taktų į priekį mes stengiamės apžvelgti, prognozės skirstomos į trumpalaikes, vidutinės trukmės ir ilgalaikes.

Trumpalaikėmis prognozėmis vadinamos prognozės, kurių horizontas neviršija 3 laiko taktų, kitaip tariant, kai mes, turėdami laiko eilutę $\hat{x}(t-n)$, $\hat{x}(t-n+1)$, ..., $\hat{x}(t-2)$, $\hat{x}(t-1)$, $\hat{x}(t)$, prognozuojame būsimas rodiklio x reikšmes momentu, $t+1$, galbūt dar ir momentu $t+2$ ar net ir momentu $t+3$.

Vidutinės trukmės prognozėmis laikomos prognozės, kada prognozavimo horizonto dydis h yra daugiau trijų, bet neviršija 6 taktų, t. y. kada $3 < h \leq 6$.

Kai $h > 6$ tai **prognozės laikomos ilgalaikėmis**.

Kadangi, didėjant prognozavimo horizontui h , didėja ir naujų (iki tol neveikusių ir todėl neatspindėtų turimame laiko eilutės modelyje) faktorių pasireiškimo tikimybė, tai kartu mažėja prognozavimo rezultatų patikimumas. Todėl **ilgalaikėms prognozėms paprastai jau nebeužtenka vien tik turimų laiko eilučių modelių ir tenka pasitelkti ekspertus**, kurie, vadovaudamiesi turimomis žiniomis apie planuojamus bei tikėtinus pokyčius, o taip pat didelės patirties dėka išugdyta intuicija, neretai gali pateikti nemažai vertingos papildomos informacijos apie galimus būsimus naujus įvykius ir procesus, kurios nėra ir negalėjo būti tik praeitį atspindinčioje laiko eilutėje. Žinoma, ir ekspertai ne visada sugeba pakankamai tiksliai nuspėti visus būsimus įvykius bei būsimus dabar stebimus tendencijų pokyčius ir todėl ne taip jau retai apsirinka, bet egzistuoja specialūs ekspertinių įverčių apdorojimo ir verifikavimo būdai, leidžiantys sumažinti galimų grubių klaidų skaičių ir šiek tiek padidinti ekspertinės informacijos patikimumą. Apie ekspertinius įverčius ir jų taikymą, o taip pat ir apie ekspertines sistemas bus kalbama 1.16. skyriuje, specialiai tam skirtame skyrelyje. Todėl čia šios temos nenagrinėsime, o dėl to čia nenagrinėsime ir ilgalaikio prognozavimo metodų. Šiame skyrelyje apsiribosime tik trumpalaikiu ir vidutinės trukmės prognozavimu, kuriems daugumoje atvejų pakanka mūsų jau išnagrinėtų laiko eilučių ir jų modelių. Tačiau ir tokiais atvejais gali būti taikomi gana įvairūs prognozavimo metodai priklausomai nuo prognozavimo horizonto h dydžio bei nuo to, ar prognozuojamam procesui būdingos stabilios kitimo tendencijos, ar galima laukti tų ar kitų netikėtumų (staigių šuolių, atsitiktinių likučių dispersijos padidėjimo ir pan.), ar prognozuojamo proceso sudėtyje yra ar nėra sezoninių svyravimų bei ciklinių procesų, ar prognozuojamam procesui būdingi 1.14.12.3.2.1. skyrelio pabaigoje minėti ypatingi efektai (asimetrija, netiesiškumas, „ilgalaikė atmintis“ ir pan.). Parenkant prognozavimo algoritmą, atsižvelgiama ir į turimos laiko eilutės ilgį, ir į sukauptos statistinės informacijos patikimumo bei tikslumo lygį. Priimta laikyti laiko eilutes ilgomis, jei jų elementų skaičius $n > 50$, o jei $n \leq 50$, tai tokios laiko eilutės laikomos trumpomis. Trumpos laiko eilutės, pavyzdžiui, negali duoti informacijos apie jau minėtąjį „ilgalaikės atminties“ efektą, net jei jis analizuojamam procesui yra būdingas ir gali pasireikšti ateityje, iššaukdamas didesnę prognozuojamojo rodiklio faktinės reikšmės nesutapimą su prognoze, negu buvo tikėtasi, remiantis turimu tos laiko eilutės matematiniu modeliu. Kai turime ilgą laiko eilutę, kurioje sukaupta pakankamai patikima statistinė informacija, ir, analizuodami tą laiko eilutę, pastebime joje tam tikrus stabilius dėsningumus, tai galime tikėtis, kad tie dėsningumai reikšis ir ateityje (bent jau artimoje ateityje), ir tuo pasinaudoti savo prognozėse bei jų patikimumo vertinime. O jei laiko eilutė labai trumpa arba ilgoje laiko eilutėje stebime dažnai ir nereguliariai besikartojančias analizuojamų rodiklių reikšmių kitimo tendencijas, kurių priežastys mums nėra aiškios (tie besikaitaliojimai galėjo atsirasti ir dėl statistinės informacijos nepakankamumo ar jos nekokybiškumo, ir dėl analizuojamo proceso nestabilumo), tai laukti didelio prognozių tikslumo tokiais atvejais nėra pagrindo, o todėl nėra prasmės ir taikyti sudėtingus prognozavimo metodus. Tokiais atvejais tikslinga apsiriboti trumpu prognozavimo horizontu h ir taikyti supaprastintus prognozavimo metodus.

Šiame skyrelyje, atsižvelgdamas į tai, kad jo tikslas – ne sistemingas laiko eilučių ir prognozavimo teorijos kursų dėstymas, o tik supažindinimas su laiko eilučių tipinių matematinių modelių taikymu prognozavime, kad būsimasis sisteminis analitikas ar dženeralistas sugebėtų suprasti specialistą-prognozuotoją, apsiribosiu tik keliais trumpalaikio bei vidutinės trukmės prognozavimo pavyzdžiais, kuriems pakaks tipinių modelių, išnagrinėtų ankstesniuose skyreliuose, skirtuose laiko eilutėms.

Įsivesime žymėjimus, reikalingus prognozavimo metodų matematiniam aprašymui.

Tarkime, jog mes turime statistinius duomenis apie rodiklio x reikšmę, kurią jis turėjo momentais $t, t-1, t-2, t-3, \dots, t$. y. turime laiko eilutę $x(t-j)$, kur $j=0, 1, 2, 3, \dots$. Ankstesniuose skyreliuose mes tokius duomenis žymėdavome $\hat{x}(t), \hat{x}(t-1), \hat{x}(t-2), \dots$, kad juos būtų galima atskirti nuo tikrųjų rodiklio x reikšmių momentais $t, t-1, t-2, \dots$, nes dėl matavimo paklaidų $\hat{x}(t)$ galėjo šiek tiek skirtis nuo $x(t), \hat{x}(t-1) -$ nuo $x(t-1)$ ir t. t.

Dabar (paprastumo dėlei) mes priimsime, kad statistiniai duomenys yra pakankamai tikslūs, t. y., kad į matavimo paklaidas galima neatsižvelgti. Todėl turimą statistinių duomenų laiko eilutę žymėsime tiesiog $x(t), x(t-1), x(t-2), x(t-3), \dots$, laikydami, kad $\hat{x}(t)=x(t), \hat{x}(t-1)=x(t-1)$ ir t. t.

Kadangi prognozuojant beveik neišvengiamai atsiranda **prognozavimo paklaidos**, nes bet koks modelis tik apytikriai aprašo modeliuojamą reiškinį, tuo labiau – jo charakteristikas ateityje, kurios gali keistis dar ir dėl naujai atsirandančių priežasčių, kurių anksčiau nebuvo, tai, palikdami tikrosioms rodiklio x reikšmėms momentais $t+1, t+2, \dots, (t+k), \dots$ žymėjimus $x(t+1), x(t+2), \dots, x(t+k), \dots$, prognostinėms to rodiklio reikšmėms, kurios gali ir nesutapti su tikrosiomis jo reikšmėmis, įsivesime žymėjimus $\hat{x}(t; 1), \hat{x}(t; 2), \hat{x}(t; 3), \dots, \hat{x}(t; k), \dots$. Tokie žymėjimai, rodantys, kad $\hat{x}$ turi du argumentus t ir k , pabrėžia, kad prognostinės rodiklio x reikšmės priklauso ir nuo to, kuriuo momentu vykdoma prognozė, ir nuo to, kiek nuo jo nutolęs prognozuojamas momentas.

Taigi, žymėjimai $\hat{x}(t; 1), \hat{x}(t; 2), \dots, \hat{x}(t; k), \dots$ rodo, kad prognozė vykdoma momentu t ir prognozuojama vienu, dviem, ..., k žingsnių pirmyn.

Kai norime pažymėti, kad prognozė vykdoma momentu $t-s$, tai naudojames žymėjimais $\hat{x}(t-s; 1), \hat{x}(t-s; 2), \dots, \hat{x}(t-s; k), \dots, \hat{x}(t-s; k+s), \dots$

Nors žymenys $\hat{x}(t; k)$ ir $\hat{x}(t-s; k+s)$ vaizduoja prognostines rodiklio x reikšmes tam pačiam momentui $t+k$, tačiau dydžiai $\hat{x}(t; k)$ ir $\hat{x}(t-s; k+s)$ gali skirtis, nes žymuo $\hat{x}(t; s)$ reiškia prognostinę rodiklio x reikšmę momentui $t+k$, nustatytą momentu t , kai mums buvo žinomos faktiškosios rodiklio reikšmės momentais $t, t-1, t-2, t-3, \dots, t-s, t-s-1, t-s-2, \dots$, o žymuo $\hat{x}(t-s; k+s)$ reiškia to paties rodiklio x prognozę tam pačiam momentui $t+k$, tačiau įvykdytą momentu $t-s$, kuomet prognozuotojui buvo žinomos rodiklio x reikšmės tik momentams $t-s, t-s-1, t-s-2, \dots$, o to rodiklio reikšmės momentais $t-s+1, t-s+2, \dots, t-2, t-1, t$ buvo dar nežinomos.

Prognozuodami būsimas rodiklio x reikšmes, laikysime, kad tos reikšmės turi būti lygios atitinkamoms sąlyginėms to rodiklio matematinėms viltims, t. y., kad $\hat{x}(t; j) = E[x(t+j)/x(t), x(t-1), x(t-2) \dots]$ visoms j reikšmėms $j=1, 2, \dots$

Todėl $\hat{x}(t-s; k+s) = E[x(t+k)/x(t-s), x(t-s-1), x(t-s-2) \dots]$ reikšmė, kai $s \neq 0$, gali skirtis nuo $x(t; k) = E[x(t+k)/x(t), x(t-1), \dots]$ reikšmės, nors momentai $t+k$, kuriems prognozuojamos to paties rodiklio x reikšmės, ir sutampa.

Tokia prielaida, jog $\hat{x}(t; j) = E[x(t+j)/x(t), x(t-1), \dots]$, priimama todėl, kad ji, kaip tai įrodoma prognozavimo teorijoje, leidžia pasiekti mažiausią vidutinį kvadratinį tiesinio prognozavimo rezultato $\hat{x}(t; j)$ nuokrypį $\sigma = \sqrt{E[(\hat{x}(t; j) - x(t+j))^2]}$ nuo faktiškosios to rodiklio reikšmės $x(t+j)$.

Savaime suprantama, kad $E[x(t-j)/x(t), x(t-1), \dots, x(t-j+1), x(t-j), x(t-j-1), \dots] = x(t-j)$ visoms $j=0, 1, 2, \dots$ reikšmėms, nes, jei mes žinome eilutės $x(t)$ elementų reikšmes $x(t), x(t-1), \dots, x(t-j+1), x(t-j), x(t-j-1), \dots$, tai mes, aišku, žinome ir $x(t-j)$ reikšmę, o todėl tos reikšmės sąlyginė matematinė viltis sutampa su ta mums jau žinoma rodiklio x reikšme $x(t-j)$.

Laikydami, kad „baltojo triukšmo“ elementų $\delta(t)$ matematinis besąlyginis vidurkis $E[\delta(t)] = 0$ visoms t reikšmėms, kaip tai buvo nurodyta, įsivedant „baltojo triukšmo“ sąvoką, taip pat laikydami, kad „baltojo triukšmo“ elementų reikšmės skirtingais laiko momentais yra nekoreliuotos tarpusavyje, gausime, jog būsimojo „baltojo triukšmo“ sąlyginės viltys, būdamos lygios besąlyginėms, bus lygios 0, t. y. gausime, jog $E[\delta(t+j)/x(t), x(t-1), \dots] = 0$ visoms teigiamoms j reikšmėms $j=1, 2, 3, \dots$.

Tuo tarpu, kai $j=0, -1, -2, -3, \dots$, sąlyginiai matematiniai vidurkiai $E[\delta(t+j)/x(t), x(t-1), \dots]$ jau ne būtinai sutaps su besąlyginiais ir jau ne būtinai bus lygūs 0, nes, žinodami prognozuojamas ir faktiškąsias rodiklio x reikšmes dabartiniu momentu t bei praėjusiais momentais $t-1, t-2, \dots$, mes galime nustatyti faktiškąsias $\delta(t)$ reikšmes ir apskaičiuoti jų matematinį vidurkį. Todėl **priimama, jog $E[\delta(t-j)/x(t), x(t-1), x(t-2), \dots] = x(t-j) - \hat{x}(t-j-1; 1)$ visoms neneigiamoms j reikšmėms $j=0, 1, 2, \dots$** .

Tai reiškia, kad $E[\delta(t)/x(t), x(t-1), \dots] = x(t) - \hat{x}(t-1; 1)$; $E[\delta(t-1)/x(t), x(t-1), \dots] = x(t-1) - \hat{x}(t-2; 1)$ ir t. t.

Tokia prielaida yra gana natūrali, nes skirtumas $x(t-j) - \hat{x}(t-j-1; 1)$ kaip tik ir yra lygus faktiškai prognozavimo paklaidai, nustatoma momentu $t-j$, kada paaiškėja faktiškoji rodiklio x reikšmė $x(t-j)$, ir ta paklaida, jei prognozuojamoji to rodiklio reikšmė $\hat{x}(t-j-1; 1)$ buvo nustatyta naudojantis formule $\hat{x}(t-j-1; 1) = E[x(t-j)/x(t-j-1), x(t-j-2), \dots]$, turėtų būti lygi $\delta(t-j)$, nes tokios prognozės rezultato nuokrypį nuo faktiškosios rodiklio reikšmės kaip tik ir iššaukia „baltojo triukšmo“ egzistavimas.

Dabar jau galime pereiti prie tipinių AR(p), MA(q), ARMA(p, q) ir ARIMA(p, q, k) modelių taikymo prognozavime. Kadangi modeliai AR(p), MA(q) ir ARMA(p, q) yra daliniai modelių ARIMA(p, q, k) atvejai, tai čia apsiribosiu dviejų ARIMA(p, q, k) tipo modelių pavyzdžiais.

1. Tarkime, jog turime modelį ARIMA (1, 0, 1) operatorinėje formoje $(1 - \alpha F_-)(1 - F_-)x(t) = \delta(t)$, t. y. modelį $[1 - (1 + \alpha)F_- + \alpha F_-^2]x(t) = \delta(t)$, kurį pervedę į algebrinę formą gauname $x(t) = (1 + \alpha)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \delta(t)$.

Kadangi iš to modelio išplaukia, jog $x(t+1) = (1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1) + \delta(t+1)$, tai $\hat{x}(t; 1) = E[x(t+1)/x(t), x(t-1), \dots] = (1 + \alpha)E[x(t)/x(t), x(t-1), \dots] - \alpha E[x(t-1)/x(t), x(t-1), \dots] + E[\delta(t+1)/x(t), x(t-1), \dots] = (1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1) + 0 = (1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1)$.

Analogiškai gauname, jog $\hat{x}(t; 2) = E[x(t+2)/x(t), x(t-1), x(t-2), \dots] = (1 + \alpha)E[x(t+1)/x(t), x(t-1), x(t-2), \dots] - \alpha E[x(t)/x(t), x(t-1), \dots] + E[\delta(t+2)/x(t), x(t-1), \dots] = (1 + \alpha)\hat{x}(t; 1) - \alpha x(t)$; $\hat{x}(t; 3) = (1 + \alpha)\hat{x}(t; 2) - \alpha \hat{x}(t; 1)$; ..., $\hat{x}(t; h) = (1 + \alpha)\hat{x}(t; h-1) - \alpha \hat{x}(t; h-2)$.

Iš šių formulių išplaukia, jog $\hat{x}(t; 2) = (1 + \alpha)\hat{x}(t; 1) - \alpha x(t) = (1 + \alpha)[(1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1)] - \alpha x(t) = [(1 + \alpha)^2 - \alpha]x(t) - \alpha(1 + \alpha)x(t-1)$;

$$\hat{x}(t; 3) = (1 + \alpha) \hat{x}(t; 2) - \alpha \hat{x}(t; 1) = (1 + \alpha) \left\{ \left[(1 + \alpha)^2 - \alpha \right] x(t) - \alpha(1 + \alpha)x(t-1) \right\} - \alpha \times \\ \times \left[(1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1) \right] = \left[(1 + \alpha)^3 - 2\alpha(1 + \alpha) \right] x(t) - \left[\alpha(1 + \alpha)^2 - \alpha^2 \right] x(t-1) \text{ ir t. t.}$$

Tęsdami skaičiavimus toliau, galime išreikšti $\hat{x}(t; 4)$, $\hat{x}(t; 5)$ ir t. t. reikšmes per $x(t)$ ir $x(t-1)$ bei koeficiento α reikšmes.

Pavyzdžiui, jei $\alpha=0,6$, tai $\hat{x}(t; 1)=1,6x(t)-0,6x(t-1)$, $\hat{x}(t; 2)=1,6[1,6x(t)-0,6x(t-1)]-0,6x(t)=1,96x(t)-0,96x(t-1)$, $\hat{x}(t; 3)=1,6[1,96x(t)-0,96x(t-1)]-0,6[1,6x(t)-0,6x(t-1)]=2,176x(t)-1,176x(t-1)$ ir t. t.

Tuo atveju, jei pradiniai duomenys būtų buvę $x(t)=0,5$, $x(t-1)=0,45$, tai gautume, jog $\hat{x}(t; 1)=0,53$; $\hat{x}(t; 2)=0,548$; $\hat{x}(t; 3)=0,5588$ ir t. t.

2. Dabar išnagrinėsime šiek tiek sudėtingesnę atvejį, kai duotąją laiko eilutę $x(t)$ aprašo modelis $ARIMA(1;1;1)$, t. y. modelis $(1-\alpha F_1)(1-F_1)x(t)=(1-\theta F_1)\delta(t)$.

Tuomet gauname, jog $x(t)=(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)+\delta(t)-\theta\delta(t-1)$ ir $x(t+1)=(1+\alpha)x(t)-\alpha x(t-1)+\delta(t+1)-\theta\delta(t)$, $x(t+2)=(1+\alpha)x(t+1)-\alpha x(t)+\delta(t+2)-\theta\delta(t+1)$ ir t. t.

Todėl $\hat{x}(t; 1)=(1+\alpha)x(t)-\alpha x(t-1)+0-\theta[x(t)-\hat{x}(t-1; 1)]=(1+\alpha-\theta)x(t)-\alpha x(t-1)+\theta\hat{x}(t-1; 1)$; $\hat{x}(t; 2)=(1+\alpha)\hat{x}(t; 1)-\alpha x(t)+0-0$; $\hat{x}(t; 3)=(1+\alpha)\hat{x}(t; 2)-\alpha\hat{x}(t; 1); \dots$; $\hat{x}(t; h)=(1+\alpha)\hat{x}(t; h-1)-\alpha\hat{x}(t; h-2)$, kur $h=3, 4, 5, \dots$

Pradžioje apskaičiuosime $\hat{x}(t; 1)=(1+\alpha-\theta)x(t)-\alpha x(t-1)+\theta\hat{x}(t-1; 1)$, apskaičiuodami $\hat{x}(t-1; 1)$.

$$\hat{x}(t-1; 1)=E[x(t)/x(t-1), x(t-2), \dots]=(1+\alpha)E[x(t-1)/x(t-1), x(t-2), x(t-3), \dots]- \\ -\alpha E[x(t-2)/x(t-1), x(t-2), x(t-3), \dots]+E[\delta(t)/x(t-1), x(t-2), \dots]-\theta E[\delta(t-1)/x(t-1), x(t-2), \dots]= \\ = (1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)+0-\theta[x(t-1)-\hat{x}(t-2; 1)]=(1+\alpha-\theta)x(t-1)-\alpha x(t-2)+\theta\hat{x}(t-2; 1).$$

Analogiškai gausime, jog $\hat{x}(t-2; 1)=(1+\alpha)x(t-2)-\alpha x(t-3)+0-\theta[x(t-2)-\hat{x}(t-3; 1)]=(1+\alpha-\theta)x(t-2)-\alpha x(t-3)+\theta\hat{x}(t-3; 1)$.

Tęsdami gausime, kad bet kurioms $j=1, 2, 3, \dots$ reikšmėms galioja formulė $\hat{x}(t-j; 1)=(1+\alpha-\theta)x(t-j)-\alpha x(t-j-1)+\theta\hat{x}(t-j-1; 1)$.

Laikydami eilutės $x(t)=(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)+\delta(t)-\theta\delta(t-1)$ atsitiktinį likutį $\varepsilon(t)=\delta(t)-\theta\delta(t-1)$ stacionariu procesu, iš to proceso stacionarumo sąlygos gausime, jog $|\theta|<1$.

Tarkime, jog mums duotoji laiko eilutė $x(t)$, $x(t-1)$, $x(t-2), \dots$ yra be galo ilga, t. y. kad mums duotos visų šios eilutės narių $x(t)$, $x(t-1)$, $x(t-2), \dots$ reikšmės (kitais tariant, duota formulė arba algoritmas, leidžiantys apskaičiuoti tikslią eilutės nario reikšmę bet kuriam praeities momentui).

$$\begin{aligned} \text{Tuomet } \hat{x}(t; 1) &= (1+\alpha-\theta)x(t)-\alpha x(t-1)+\theta\hat{x}(t-1; 1) = (1+\alpha-\theta)x(t)-\alpha x(t-1)+ \\ &+ \theta[(1+\alpha-\theta)x(t-1)-\alpha x(t-2)+\theta[(1+\alpha-\theta)x(t-2)-\alpha x(t-3)+\theta[(1+\alpha-\theta)x(t-3)-\alpha x(t-4)+ \\ &+ \theta[(1+\alpha-\theta)x(t-4)-\alpha x(t-5)] \dots]] = (1+\alpha-\theta)x(t) + (1+\alpha-\theta)\sum_{i=1}^{\infty} \theta^i x(t-i) - \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i x(t-1-i) = \\ &= (1+\alpha-\theta)x(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \theta^i x(t-i) + \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \theta^i x(t-i) - \theta \sum_{i=1}^{\infty} \theta^i x(t-1) - \alpha \sum_{j=1}^{\infty} \theta^{j-1} x(t-j) = (1+\alpha-\theta)x(t) + \\ &+ \theta(1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i) + \alpha \theta \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-1) - \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i) = (1+\alpha-\theta)x(t) + \\ &+ [\theta(1-\theta) + \alpha\theta - \alpha] \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i) = (1+\alpha-\theta)x(t) + (1-\theta)(\theta-\alpha) \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i). \end{aligned}$$

Kadangi $|\theta|<1$, ir eilutės $x(t)$ narių reikšmės baigtiniai skaičiai, tai suma $\sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i)$

konverguoja. Todėl dydis $(1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i)$ – baigtinis dydis, turintis eksponencialiai pasverto slenkančio vidurkio prasmę. Pažymėsime tą baigtinį dydį žymeniu C , priimdami, kad

$$C = (1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i). \text{ Tuomet } \hat{x}(t; 1) = (1+\alpha-\theta)x(t) + (\theta-\alpha)C.$$

$$\begin{aligned} \text{Dabar jau galima apskaičiuoti } \hat{x}(t; 2) &= (1+\alpha)\hat{x}(t; 1) - \alpha x(t) = (1+\alpha) \left[(1+\alpha - \theta)x(t) + (\theta - \alpha)C \right] - \\ &- \alpha x(t) = (1+\alpha) \left\{ \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha)C \right\} - \alpha x(t) = \left[1 + \alpha - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2) - \alpha \right] x(t) + \\ &+ \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2)C = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2)C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Analogiškai apskaičiuojame } \hat{x}(t; 3) &= (1+\alpha)\hat{x}(t; 2) - \alpha \hat{x}(t; 1) = (1+\alpha) \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2) \right] x(t) + \\ &+ \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 + \alpha) (1 - \alpha^2)C - \alpha \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha) \right] x(t) + \alpha \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha)C = \left[1 + \alpha - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2) (1 + \alpha) - \right. \\ &- \alpha + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} \alpha (1 - \alpha) \left. \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} C \left[(1 + \alpha) (1 - \alpha^2) - \alpha (1 - \alpha) \right] = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^2 + \alpha - \alpha^3 - \alpha + \alpha^3) \right] \times \\ &\times x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} C \left[1 + \alpha - \alpha^2 - \alpha^3 - \alpha + \alpha^2 \right] = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^3) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^3)C. \end{aligned}$$

Kaip nesunku pastebėti, egzistuoja tam tikras dėsningumas, leidžiantis užrašyti $\hat{x}(t; k)$ apskaičiavimo formulę bet kuriai $k=1, 2, 3, \dots$ reikšmei, t. y., kad $\hat{x}(t; k) = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^k) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^k)C$. Įrodysime šią formulę matematinės indukcijos metodu.

Mes jau matėme, kad ši formulė galioja, kai $k=1, 2, 3$. Tarkime, kad ji galioja visoms k reikšmėms, kai $k \leq n$, ir įrodysime ją tuo atveju, kai $k=n+1$:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t; n+1) &= (1+\alpha)\hat{x}(t; n) - \alpha \hat{x}(t; n-1) = (1+\alpha) \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^n) \right] x(t) + (1+\alpha) \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^n)C - \\ &- \alpha \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^{n-1}) \right] x(t) - \alpha \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^{n-1})C = \left[1 + \alpha - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^n) (1 + \alpha) - \alpha + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^{n-1}) \alpha \right] \times \\ &\times x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} C \left[(1 - \alpha^n) (1 + \alpha) - (1 - \alpha^{n-1}) \alpha \right] = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^n + \alpha - \alpha^{n+1} - \alpha + \alpha^n) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} \times \\ &\times (1 - \alpha^n + \alpha - \alpha^{n+1} - \alpha + \alpha^n)C = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^{n+1}) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^{n+1})C, \text{ ką ir reikėjo įrodyti.} \end{aligned}$$

Todėl visoms $h=1, 2, 3, \dots$ reikšmėms galioja formulė $\hat{x}(t; h) = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) \bar{x}_\theta(t-1)$, kurioje $\bar{x}_\theta(t-1) = (1-\theta) \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i) = C$ yra be galo ilgos laiko eilutės $x(t)$

eksponeencialiai pasvertas parametro θ atžvilgiu slenkantis vidurkis, paimtas nuo begaliniai nutolusios praeities iki momento $t-1$. Su analogišku vidurkiu mes jau buvome susidūrę 1.14.12.3.2. skyrelyje, kalbėdami apie Brauno metodą ir jo taikymą nestacionarių laiko eilučių glodinimui.

Iš $\hat{x}(t; h)$ apskaičiavimo formulės matyti, kad $\hat{x}(t; h)$ yra tiesinės interpoliacijos tarp $x(t)$ ir $\bar{x}_\theta(t-1)$, paimtų su svoriais $1-\lambda$ ir λ , kur $\lambda = \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h)$, rezultatas.

Formule $\hat{x}(t; h) = (1-\lambda)x(t) + \lambda \bar{x}_\theta(t-1)$, kur $\lambda = \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h)$ ir $\bar{x}_\theta(t-1) = (1-\theta) \times \sum_{i=1}^{\infty} \theta^{i-1} x(t-i)$, galima naudotis, prognozuojant laiko eilutės $x(t)$, aprašomos ARIMA(1, 1, 1) modeliu,

būsimas reikšmės, kai prognozavimo pradžioje turime be galo ilgą laiko eilutę (t. y. laiko eilutę, turinčią begalinę „atmintį“) arba algoritmą, leidžiantį tiksliai apskaičiuoti eilutės $x(t)$ elementų $x(t-i)$ reikšmes bet kurioms $i=0, 1, 2, 3, \dots$ reikšmėms.

Tačiau realios laiko eilutės visada turi tik baigtinį narių skaičių ir tik labai retais atvejais turime algoritmą, leidžiantį apskaičiuoti bet kurio, kiek nori nutolusio į praeitį, eilutės nario $x(t-j)$ reikšmę.

Kaip turėtų veikti prognozavimo algoritmas, kai laiko eilutės narių skaičius yra baigtinis, t. y. kai paskutinis (atitinkantis anksčiausią laiko momentą) eilutės $x(t)$, $x(t-1)$, $x(t-2)$, ..., $x(t-n)$ narys yra $x(t-n)$, kur n yra baigtinis skaičius ($0 < n < \infty$)?

Juk tuomet, apskaičiuodami $\hat{x}(t; 1)$ reikšmę, sumą $\hat{x}(t; 1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) - \alpha x(t-1) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-2) - \alpha x(t-3) + \dots]]$ jau nebegalėtume tęsti iki begalybės, o turėtume sustoti, pasiekę poziciją $\dots + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-n+1) - \alpha x(t-n) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-n) - \alpha x(t-n-1) + \dots]]$, nes jau nebeturėtume informacijos dėmens $-\alpha x(t-n-1)$, o taip pat ir tolesnių dėmenų apskaičiavimui. Kitaip tariant, apskaičiuodami $\hat{x}(t-n+1; 1) = E[x(t-n+2)/x(t-n+1), x(t-n)] = (1 + \alpha)E[x(t-n+1)/x(t-n+1), x(t-n)] - \alpha E[x(t-n)/x(t-n+1), x(t-n)] + E[\delta(t-n+2)/x(t-n+1), x(t-n)] - \theta E[\delta(t-n+1)/x(t-n+1), x(t-n)] = (1 + \alpha)x(t-n+1) - \alpha x(t-n) + 0 - \theta[x(t-n+1) - \hat{x}(t-n; 1)]$, mes susidurtume su tuo, jog jau nebegalėtume apskaičiuoti $\hat{x}(t-n; 1) = (1 + \alpha)x(t-n) - \alpha E[x(t-n-1)/x(t-n)] + E[\delta(t-n+1)/x(t-n)] - \theta E[\delta(t-n)/x(t-n)]$ reikšmės, nes mums jau nebepakaktų turimos informacijos. Su dėmeniu $\theta E[\delta(t-n)/x(t-n)] = \theta[x(t-n) - \hat{x}(t-n-1; 1)] = \theta[x(t-n) - E[x(t-n)/x(t-n)]]$ dar galima būtų „susidoroti“, priėmus gana natūraliai atrodančią hipotezę, kad $E[x(t-n)/x(t-n)] = x(t-n)$, iš kur išplauktų, jog $E[\delta(t-n)/x(t-n)] = x(t-n) - x(t-n) = 0$. Bet ką daryti su dėmeniu $(-\alpha E[x(t-n-1)/x(t-n)])$, kai mes neturime ir nežinome $x(t-n-1)$ reikšmės? Žinoma, galima būtų, žinant eilutę $x(t), x(t-1), \dots, x(t-n)$ bei jos matematinį modelį $x(t) = (1 + \alpha)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \delta(t) - \theta \delta(t-1)$, kurio koeficientai α ir θ buvo nustatyti, apdorojant statistinę informaciją, pabandyti ekstrapoliuoti tą eilutę į praeitį ir apskaičiuoti „prognostinę“ (retrospektyvinę) rodiklio x reikšmę $E[x(t-n-1)/x(t-n), x(t-n+1), \dots, x(t-1), x(t)]$, kurią šis rodiklis galėjo turėti momentu $t-n-1$. Žinant $E[x(t-n-1)/x(t-n), x(t-n+1), \dots, x(t)]$ ir naudojantis formule $\hat{x}(t-n; 1) = (1 + \alpha)x(t-n) - \alpha E[x(t-n-1)/x(t-n)] + E[\delta(t-n+1)/x(t-n)] - \theta E[\delta(t-n)/x(t-n)] = (1 + \alpha)x(t-n) - \alpha E[x(t-n-1)/x(t-n)]$ galima būtų apskaičiuoti $\hat{x}(t-n; 1)$, po to – $\hat{x}(t-n+1; 1)$, $\hat{x}(t-n+2; 1)$, ..., $\hat{x}(t; 1)$, o po to – ir $\hat{x}(t; h)$.

Tačiau praktikoje priimta elgtis paprasčiau: panašiai, kaip ką tik buvo pasinaudota gana natūraliai atrodančia hipoteze, kad sąlyginis matematinis vidurkis $\hat{x}(t-n-1; 1) = E[x(t-n)/x(t-n)]$ yra lygus $x(t-n)$, priimama hipotezė, kad $\hat{x}(t-n; 1)$, kurio apskaičiavimui trūksta informacijos, nes mes nežinome $E[x(t-n-1)/x(t-n)]$, būdamas lygus $E[x(t-n+1)/x(t-n)]$, galėtų būti lygus tiesiog $x(t-n+1)$. Pasinaudodami šia hipoteze, gauname, jog „baltojo triukšmo“ $\delta(t-n+1)$ sąlyginis matematinis vidurkis $E[\delta(t-n+1)/x(t-n+1), x(t-n)] = x(t-n+1) - \hat{x}(t-n; 1) = x(t-n+1) - x(t-n+1) = 0$, t. y. gauname, kad ne tik sąlyginis matematinis vidurkis $E[\delta(t-n)/x(t-n)]$, bet ir sąlyginis matematinis vidurkis $E[\delta(t-n+1)/x(t-n+1), x(t-n)]$ yra lygūs besąlyginiam „baltojo triukšmo“ matematiniam vidurkiui, kuris, kaip žinoma, visada yra lygus 0.

Tai reiškia, jog **prognostiniuose skaičiavimuose „baltojo triukšmo“ sąlyginius matematinius vidurkius, kai jų apskaičiavimui mums jau nebeužtenka duotoje laiko eilutėje turimos informacijos** (nesvarbu, ar todėl, kad nagrinėjame būsimąjį „baltąjį triukšmą“, apie kurį dar nieko negalime pasakyti, nes **dar neturime** reikiamos informacijos, ar todėl, kad nagrinėjame taip seniai buvusį „baltąjį triukšmą“, apie kurį **jau nebeturime** informacijos), **priimta pakeisti jų besąlyginiais matematiniais vidurkiais, t. y. nuliais.**

Todėl apskaičiuodami $\hat{x}(t; 1)$ reikšmę, kai turimoji laiko eilutė $x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n)$ yra baigtinė, ir mes jau nebegalime sumavimą $\hat{x}(t; 1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) - \alpha x(t-1) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-2) - \alpha x(t-3) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-3) - \alpha x(t-4) + \dots]]$ tęsti iki begalybės, gauname tokią $\hat{x}(t; 1)$ reikšmę: $\hat{x}(t; 1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) - \alpha x(t-1) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-2) - \alpha x(t-3) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-3) - \alpha x(t-4) + \dots + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-n+2) - \alpha x(t-n+1) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-n+1) - \alpha x(t-n) + \theta \hat{x}(t-n; 1)]]]]] = (1 + \alpha - \theta)x(t) - \alpha x(t-1) + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-1) - \alpha x(t-2) + \dots + \theta[(1 + \alpha - \theta)x(t-n+2) - \alpha x(t-n+1) + \theta[(1 + \alpha)x(t-n+1) - \alpha x(t-n)]]] = (1 + \alpha - \theta)x(t) + (1 + \alpha - \theta) \sum_{i=1}^{n-2} \theta^i x(t-i) - \alpha \sum_{i=0}^{n-1} \theta^i x(t-1-i) + \theta^{n-1} (1 + \alpha)x(t-n+1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) + \sum_{i=1}^{n-2} \theta^i x(t-i) + \alpha \sum_{i=1}^{n-2} \theta^i x(t-i) - \theta \sum_{i=1}^{n-2} \theta^i x(t-i) - \alpha \sum_{j=1}^n \theta^{j-1} x(t-j) + \theta^{n-1} x(t-n+1) + \alpha \theta^{n-1} x(t-n+1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) + \theta \sum_{i=1}^{n-2} \theta^{i-1} x(t-i) + \alpha \theta \sum_{i=1}^{n-2} \theta^{i-1} x(t-i) - \theta^2 \sum_{i=1}^{n-2} \theta^{i-1} x(t-i) - \alpha \sum_{i=1}^n \theta^{i-1} x(t-i) + \theta^{n-1} x(t-n+1) + \alpha \theta^{n-1} x(t-n+1) = (1 + \alpha - \theta)x(t) + (\theta + \alpha \theta - \theta^2 - \alpha) \sum_{i=1}^{n-2} \theta^{i-1} x(t-i) - \alpha \theta^{n-2} x(t-n+1) -$

$$\begin{aligned}
& -\alpha\theta^{n-1}x(t-n)+\theta^{n-1}x(t-n+1)+\alpha\theta^{n-1}x(t-n+1)=(1+\alpha-\theta)x(t)+(\theta-\alpha)(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-2}\theta^{i-1}x(t-i)+ \\
& +(\theta+\alpha\theta-\alpha)\theta^{n-2}x(t-n+1)-\alpha\theta^{n-1}x(t-n)=(1+\alpha-\theta)x(t)+(\theta-\alpha)(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-2}\theta^{i-1}x(t-i)+ \\
& +(\theta+\alpha\theta-\alpha-\theta^2)\theta^{n-2}x(t-n+1)+\theta^n x(t-n+1)-\alpha\theta^{n-1}x(t-n)=(1+\alpha-\theta)x(t)+ \\
& +(\theta-\alpha)(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^{n-1}(\theta x(t-n-1)-\alpha x(t-n))=(1+\alpha-\theta)x(t)+ \\
& +(\theta-\alpha)\left[(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+\frac{\theta^{n-1}}{\theta-\alpha}(\theta x(t-n+1)-\alpha x(t-n))\right].
\end{aligned}$$

Lygindami šią $\hat{x}(t; 1)$ reikšmę su ta $\hat{x}(t; 1)$ reikšme $\hat{x}(t; 1)=(1+\alpha-\theta)x(t)+(\theta-\alpha)\bar{x}_\theta(t-1)=$
 $= (1+\alpha-\theta)x(t)+(\theta-\alpha)(1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty}\theta^{i-1}x(t-i)$, kuri buvo gauta, kai turimoji laiko eilutė buvo begaliniai
ilga, galime pastebėti, kad, esant baigtinei laiko eilutei, gauname tokią $\hat{x}(t; 1)$ formulę, kuri skiriasi nuo
formulės $\hat{x}(t; 1)=(1+\alpha-\theta)x(t)+(\theta-\alpha)\bar{x}_\theta(t-1)$ tik tuo, kad joje $\bar{x}_\theta(t-1)=(1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty}\theta^{i-1}x(t-i)=C$

$$\begin{aligned}
& \text{pakeistas skaičiumi } C_1=(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^{n-1}\cdot\frac{\theta x(t-n+1)-\alpha x(t-n)}{\theta-\alpha}=(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+ \\
& +\theta^{n-1}\cdot\frac{\theta x(t-n+1)+\theta x(t-n)-\alpha x(t-n)-\theta x(t-n)}{\theta-\alpha}=(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^{n-1}x(t-n)+ \\
& +\theta^n\cdot\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha}=(1-\theta)\sum_{i=1}^{n-1}\theta^{i-1}x(t-i)+(1-\theta)\theta^{n-1}x(t-n)+\theta^n x(t-n)+ \\
& +\theta^n\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha}=(1-\theta)\sum_{i=1}^n\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^n\left[x(t-n)+\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha}\right].
\end{aligned}$$

Todėl prognozės formulėje $\hat{x}(t; h)=(1-\lambda)x(t)+\lambda\bar{x}_\theta(t-1)$, kurioje $\lambda=\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)$,
pakeitę $\bar{x}_\theta(t-1)=(1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty}\theta^{i-1}x(t-i)=C$ skaičiumi $C_1=(1-\theta)\sum_{i=1}^n\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^n(x(t-n)+$
 $+\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha})$ gausime prognozavimo formulę $\hat{x}(t; h)=\left[1-\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\right]x(t)+$
 $+\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)C_1=\left[1-\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\right]x(t)+\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\left[(1-\theta)\sum_{i=1}^n\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^n(x(t-n)+$
 $+\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha})\right]$, kuri gali būti taikoma visoms $h=0, 1, 2, 3, \dots$ reikšmėms, kai turimoji laiko
eilutė $x(t), x(t-1), \dots, x(t-h)$ turi baigtinį narių skaičių, t. y., kai $1 \leq n < +\infty$, ir kai tos eilutės modelis yra
ARIMA(1; 1; 1).

Kadangi $|\theta| < 1$, tai šią formulę galima taikyti ir tada, kada $n \rightarrow \infty$, nes tuomet $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta^n = 0$ ir

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_1 = C = \bar{x}_\theta(t-1) = (1-\theta)\sum_{i=1}^{\infty}\theta^{i-1}x(t-i).$$

Naudotis formule $\hat{x}(t; h)=\left[1-\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\right]x(t)+\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)C_1=\left[1-\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\right] \times$
 $\times x(t)+\frac{\theta-\alpha}{1-\alpha}(1-\alpha^h)\left[(1-\theta)\sum_{i=1}^n\theta^{i-1}x(t-i)+\theta^n\left(x(t-n)+\frac{x(t-n+1)-x(t-n)}{\theta-\alpha}\right)\right]$, prognozuojant $x(t+$
 $+h)$ reikšmes, nėra taip jau sudėtinga, kaip galėtų atrodyti iš pirmo žvilgsnio, nes

$$(1-\theta)\sum_{i=1}^n \theta^{i-1}x(t-i) + \theta^n \left(x(t-n) + \frac{x(t-n+1) - x(t-n)}{\theta - \alpha} \right) \text{ duotajai laiko eilutei yra pastovus dydis } C_1,$$

kuri užtenka paskaičiuoti tik vieną kartą, o po to galima naudotis, apskaičiuojant $\hat{x}(t; 1)$, $\hat{x}(t; 2)$, $\hat{x}(t; 3)$ ir t. t.

Galima naudotis ir **supaprastintu prognozavimo variantu**, kuomet prognozavimui panaudojama tik informacija apie eilutę, sukaupia jos modelyje, o pati eilutė, išskyrus jos pradžią, reikalingą $\hat{x}(t; 1)$ apskaičiavimui, jau nebe panaudojama, laikant, kad visų $\delta(t)$, sąlyginiai vidurkiai lygūs besąlyginiams vidurkiams, t. y. lygūs 0. Tokiu atveju laiko eilutės reikšmių prognozavimui panaudojama tik determinuotoji $x(t)=f(t)+\varepsilon(t)$ dalis $f(t)$ ir atmetama atsitiktinė sudedamoji dalis $\varepsilon(t)$. Kai „baltasis triukšmas“ $\delta(t)$ yra labai silpnas, tai toks supaprastintas prognozavimo variantas gali duoti prognozes artimas tikrovei, tačiau bendroju atveju naudotis tokiu supaprastintu prognozavimo imitaciniame modeliavime būtų netikslinga, nes prognozuojamoji rodiklio x kitimo trajektorija tokiu atveju būtų ne atsitiktinė, o determinuota. Determinuotiems procesams abu prognozavimo variantai duotų vienodus rezultatus. Pailiustruosiu tai konkrečiu pavyzdžiu.

Tarkime, jog mes, nagrinėdami procesą $x(t)$, nustatėme, kad jį galima aprašyti modeliu ARIMA(1; 1; 1) $x(t)=(1+\alpha)x(t-1)+\delta(t)-\theta\delta(t-1)$, kai $\alpha=0,5$ ir $\theta=0,1$.

Tarkime, jog šiuo momentu t mes žinome tik tris tos eilutės narius $x(t)=2,1$; $x(t-1)=2,0$; $x(t-2)=1,8$ ir norime prognozuoti $x(t+1)$, $x(t+2)$ ir $x(t+3)$ reikšmes $\hat{x}(t; 1)$, $\hat{x}(t; 2)$ ir $\hat{x}(t; 3)$.

Apskaičiuosime konstantą C_1 šiam atvejui, atsižvelgdami į tai, kad $n=2$:

$$C_1 = (1-\theta)\sum_{i=1}^2 \theta^{i-1}x(t-i) + \theta^2 \left(x(t-2) + \frac{x(t-1) - x(t-2)}{\theta - \alpha} \right) = (1-0,1)[x(t-1) + 0,1x(t-2)] + \\ + 0,01 \left(1,8 + \frac{2,0-1,8}{0,1-0,5} \right) = 0,9(2,0 + 0,1 \cdot 1,8) + 0,01(1,8 - 0,5) = 1,975.$$

$$\text{Dabar jau galime apskaičiuoti } \hat{x}(t; 1), \hat{x}(t; 2) \text{ ir } \hat{x}(t; 3), \text{ naudodamiesi formule } \hat{x}(t; h) = \\ = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) C_1:$$

$$1) \hat{x}(t; 1) = (1 - 0,1 + 0,5) \cdot 2,1 + (0,1 - 0,5) \cdot 1,975 = 2,15;$$

$$2) \hat{x}(t; 2) = \left[1 - \frac{0,1 - 0,5}{1 - 0,5} (1 - 0,25) \right] 2,1 + \frac{0,1 - 0,5}{1 - 0,5} (1 - 0,25) 1,975 = 2,175;$$

$$3) \hat{x}(t; 3) = \left[1 - \frac{0,1 - 0,5}{1 - 0,5} (1 - 0,125) \right] 2,1 + \frac{0,1 - 0,5}{1 - 0,5} (1 - 0,125) 1,975 = 2,1875.$$

Jei būtume naudojęsi supaprastintuoju prognozavimo variantu, tai būtume gavę:

$$1) \hat{x}(t; 1) = (1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1) = 1,5 \cdot 2,1 - 0,5 \cdot 2,0 = 2,15;$$

$$2) \hat{x}(t; 2) = (1 + \alpha)\hat{x}(t; 1) - \alpha x(t-1) = 1,5 \cdot 2,15 - 0,5 \cdot 2,1 = 2,175;$$

$$3) \hat{x}(t; 3) = (1 + \alpha)\hat{x}(t; 2) - \alpha \hat{x}(t; 1) = 1,5 \cdot 2,175 - 0,5 \cdot 2,15 = 2,1875.$$

Kaip matome, prognozavimo rezultatai, gauti abiem būdais, sutapo.

Toks sutapimas paaiškinamas tuo, kad modelis $x(t)=(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)$ turimą eilutę $x(t)=2,1$; $x(t-1)=2,0$; $x(t-2)=1,8$ aprašo absoliučiai tiksliai, nes $(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)=1,5 \cdot 2 - 0,5 \cdot 1,8 = 2,1 = x(t)$. Tai reiškia, jog šiuo atveju mes turime determinuotą procesą, kuriame visos „baltojo triukšmo“ reikšmės yra lygios 0, t. y. $x(t)=(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)+\delta(t)-\theta\delta(t-1)=(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t-2)$.

Atsitiktiniuose procesuose tokio sutapimo jau nebebūtų. Pavyzdžiui, jei būtume nagrinėję tą patį modelį atitinkančią atsitiktinę laiko eilutę $x(t)=2,192$, $x(t-1)=2,171$, $x(t-2)=2,160$, $x(t-3)=2,098$, kurioje skirtumas $x(t)-[(1+\alpha)x(t-1)-\alpha x(t)]$ jau nėra visada lygus 0, o yra atsitiktinis dydis, tai gautume,

$$\text{jog } C_1 = (1-\theta)\sum_{i=1}^3 \theta^{i-1}x(t-i) + \theta^3 \left(x(t-3) + \frac{x(t-2) - x(t-3)}{\theta - \alpha} \right) = (1-0,1)(2,171 + 0,1 \cdot 2,160 + 0,01 \cdot 2,098) + \\ + 0,001 \cdot \left(2,098 + \frac{2,160 - 2,098}{0,1 - 0,5} \right) \approx 2,1652.$$

$$\text{Tuomet } \hat{x}(t; 1) = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha) C_1 \approx 1,4 \cdot 2,192 - 0,4 \cdot 2,1652 \approx 2,2027, \text{ o} \\ (1 + \alpha)x(t) - \alpha x(t-1) = 1,5 \cdot 2,192 - 0,5 \cdot 2,171 = 2,2025. \text{ Gautas rezultatas rodo, jog supaprastintas}$$

prognozavimo metodas duoda prognozę, kuri skiriasi nuo rezultato, gauto, naudojantis nesupaprastintu metodu, apytikriai 0,0002.

Jei apskaičiuotume $\hat{x}(t; 2) \approx \left[1 - \frac{0,1-0,5}{1-0,5} (1-0,25) \right] \cdot 2,192 + \frac{0,1-0,5}{1-0,5} (1-0,25) \cdot 2,1652 =$
 $= 1,6 \cdot 2,192 - 0,6 \cdot 2,1652 \approx 2,20806$, ir $(1+0,5) \cdot 2,2025 - 0,5 \cdot 2,192 = 2,20775$, tai gautume skirtumą, lygų jau apie 0,0003.

Nesunku įsitikinti, kad didėjant prognozavimo horizontui h , tas skirtumas didėtų. Iš to galima padaryti išvadą, kad tais atvejais, kai laiko eilutės elementų reikšmės yra patikimai išmatuotos, yra prasmės, apskaičiavus $C_1 = (1-\theta) \sum_{i=1}^n \theta^{i-1} x(t-n) + \theta^n \left[x(t-n) + \frac{x(t-n+1) - x(t-n)}{\theta - \alpha} \right]$, naudotis

formule $\hat{x}(t; h) = \left[1 - \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) \right] x(t) + \frac{\theta - \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^h) C_1$.

Supaprastintu prognozavimo metodu tikslinga naudotis tik tada, kada mes negalime įvertinti sąlyginio matematinio vidurkio $E[\delta(t)/x(t), x(t-1), \dots, x(t-n)]$ formulėje $\hat{x}(t; 1) = (1+\alpha)x(t) - \alpha x(t-1) - \theta E[\delta(t)/x(t), x(t-1), \dots, x(t-n)]$ ir todėl keičiame jį besąlyginiu, bei tada, kada laiko eilutėje pateikti statistiniai duomenys nėra pakankamai patikimi.

Mes čia panagrinėjome tik porą gana paprastų pavyzdžių, iliustruojančių laiko eilučių matematinių modelių taikymą prognozavime. Su kitais panašiais pavyzdžiais bei su adaptaciniais prognozavimo metodais (tame tarpe ir su Teilo–Veidžo modeliu atsitiktiniams procesams su sezonine sudedamąja dalimi) skaitytojas gali susipažinti knygoje [182], o taip pat gausioje specialioje literatūroje, skirtoje prognozavimo problemoms (pavyzdžiui, knygoje [194, 195, 196]).

1.14.12.3.3. Sudėtingi ekonometriniai modeliai: simultaninių ekonometrinių lygčių ir tapatybių sistemos

Sudėtingi ekonometriniai modeliai aprašo ekonomines sistemas, kuriose vienu metu gali vykti keli priklausomi vienas nuo kito ekonominiai procesai. Lygtys ir tapatybės, aprašančios tokius procesus vadinamos **simultaninėmis**.*

Kaip jau buvo minėta 1.14.12.3. skyrelio pradžioje, ekonometriniai modeliai gali turėti struktūrinę bei redukuotą formas, ir ne visada, žinodami redukuotą ekonominio modelio formą, mes galime vienareikšmiškai atstatyti struktūrinę modelio formą, iš kurios ta redukuotoji forma buvo gauta. Ryšium su tuo kyla jau minėtoji **ekonometrinio modelio identifikuojamumo problema**.

Dabar šią problemą panagrinėsime šiek tiek detaliau.

Panagrinėsime gana paprastą ekonometrinių modelių, sudarytą iš dviejų simultaninių ekonometrinių lygčių, aprašančių ryšius tarp kokios nors produkcijos, skirtos buitiniam vartojimui, paklausos bei pasiūlos, jos kainos ir gyventojų vidutinių pajamų, tenkančių vienam žmogui.

Priimsime prielaidą, kad čia išvardintų rodiklių kitimas vyksta ekonominės pusiausvyros sąlygomis, kuomet produkcijos pasiūla ir paklausa yra apytikriai lygios ir, sudarant artutinį ekonometrinių modelių, gali būti laikomos lygiais dydžiais. Todėl paklausos ir pasiūlos žymėjimui pakaks vieno ir to paties žymens $\tilde{y}^{(1)}(t)$. Produkcijos kainos žymėjimui įvesime žymenį $\tilde{y}^{(2)}(t)$, o vidutinių pajamų, tenkančių vienam asmeniui per laiko vienetą, kuriuo matuojamas kintamasis t , žymėjimui – žymenį $\tilde{x}(t)$.

Skaiciavimų supaprastinimo dėlei turimus statistinius duomenis centruosime, t. y. apskaičiuosime vidurkius $\bar{\tilde{y}}^{(1)} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{y}^{(1)}(t)$, $\bar{\tilde{y}}^{(2)} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{y}^{(2)}(t)$, $\bar{\tilde{x}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{x}(t)$ ir pereisime nuo kintamųjų $\tilde{y}^{(1)}(t)$, $\tilde{y}^{(2)}(t)$ ir $\tilde{x}(t)$ prie jų nuokrypių nuo savo vidurkių:

* Šis pavadinimas kilęs nuo žodžio „simultanas“, reiškiančio vieno šachmatininko žaidimą vienu metu su daugeliu kitų žaidėjų, žaidžiančių prieš jį.

$y^{(1)}(t) = \tilde{y}^{(1)}(t) - \bar{\tilde{y}}^{(1)}$, $y^{(2)}(t) = \tilde{y}^{(2)}(t) - \bar{\tilde{y}}^{(2)}$ ir $x(t) = \tilde{x}(t) - \bar{\tilde{x}}$. Naujieji kintamieji $x(t)$, $y^{(1)}(t)$ ir $y^{(2)}(t)$ bus jau centruoti: jų vidurkiai bus lygūs 0, kuo mes vėliau ne kartą naudosisimės, apskaičiuodami jų dispersijas.

Produkcijos pasiūla, kaip jau buvo pažymėta ankstesniuose šio skyriaus skyreliuose, priklauso nuo jos kainos ir didėja, jai didėjant. Atsižvelgdami dar ir į tai, kad pasiūlos dydį bei jos nuokrypį $y^{(1)}(t)$ nuo vidurkio gali veikti įvairūs atsitiktiniai faktoriai, sudarysime **pasiūlos ekonometrinę lygtį** $y^{(1)}(t) = b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t)$, kurioje b_1 – teigiamas proporcingumo koeficientas, kurio reikšmę nustatysime modelio identifikavimo etape. Sudarydami pasiūlos lygtį, paprastumo dėlei priimame, jog pasiūlos pokyčio $y^{(1)}(t)$ priklausomybė nuo produkcijos kainos pokyčio $y^{(2)}(t)$ yra tiesinė, nors tikrovėje ji gali būti ir ne visada tiesinė, bet vis dėlto gana artima tiesinei, todėl tokia pasiūlos lygties forma, sudarant artutinį modelį, yra priimtina.

Produkcijos paklausa, kaip jau žinome, priklauso ir nuo jos kainos, ir nuo gyventojų pajamų: kainai didėjant paklausa mažėja, o pajamoms didėjant produkcijos paklausa, jei tai produkcijai nėra kokybiškesnio pakaitalo, neturėtų mažėti, o dažniausiai – didėja, kadangi gyventojams daugelyje atvejų tos produkcijos reikėtų ir daugiau, tačiau jie apsiriboja tais jos kiekiais, kuriuos jiems leidžia įsigyti gaunamos pajamos. Priimdami prielaidą, kad pirmame priartėjime čia paminėtas priklausomybes tarp $\tilde{y}^{(1)}(t)$, $\tilde{y}^{(2)}(t)$ ir $\tilde{x}(t)$ nuokrypių $y^{(1)}(t)$, $y^{(2)}(t)$ ir $x(t)$ nuo savo vidurkių galima laikyti tiesinėmis, gauname **paklausos ekonometrinę lygtį** $y^{(1)}(t) = b_2 y^{(2)}(t) + c x(t) + \delta^{(1)}(t)$, kur b_2 – neigiamas koeficientas, o c – dažniausiai teigiamas koeficientas, tačiau kartais galintis būti lygus 0 ar net tapti neigiamu dydžiu. Koeficientų b_2 ir c reikšmės nustatomos modelio identifikavimo metu, naudojantis surinktais statistiniais duomenimis.

Struktūrinėje formoje nagrinėjamas ekonometrinis modelis užrašomas taip:

$$\begin{cases} y^{(1)}(t) = b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t), \\ y^{(1)}(t) = b_2 y^{(2)}(t) + c x(t) + \delta^{(1)}(t), \end{cases} \quad \text{kur } t=1, 2, \dots, n, \text{ o } \delta^{(1)}(t) \text{ ir } \delta^{(2)}(t) -$$

regresiniai likučiai, kuriuos laikome nekoreliuotais tarpusavyje ir nekoreliuotais su ekzogeniniu kintamuoju $x(t)$. Regresinių likučių matematiniai vidurkiai $E[\delta^{(1)}(t)]$ ir $E[\delta^{(2)}(t)]$, optimaliai parinkus koeficientų b_1 , b_2 ir c reikšmes, turėtų būti lygūs 0, o jų dispersijos $D_{\delta^{(1)}} = \sigma_1^2$ ir $D_{\delta^{(2)}} = \sigma_2^2$ – minimalios.

Pervėsime šį ekonometrinį modelį **iš struktūrinės į redukuotąją formą**:

1) kadangi ekonominės pusiausvyros sąlygomis pasiūla lygi paklausai, tai $b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t) = b_2 y^{(2)}(t) + c x(t) + \delta^{(1)}(t)$;

2) kadangi $b_1 \neq b_2$, nes $b_1 > 0$, o $b_2 < 0$, tai $y^{(2)}(t) = \frac{c}{b_1 - b_2} x(t) + \frac{\delta^{(2)}(t) - \delta^{(1)}(t)}{b_1 - b_2}$;

$$\begin{aligned} 3) \quad y^{(1)}(t) &= b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t) = \frac{b_1 c}{b_1 - b_2} x(t) + \frac{b_1}{b_1 - b_2} (\delta^{(2)}(t) - \delta^{(1)}(t)) + \delta^{(1)}(t) = \\ &= \frac{b_1 c}{b_1 - b_2} x(t) + \frac{b_1 \delta^{(2)}(t) - b_2 \delta^{(1)}(t)}{b_1 - b_2}. \end{aligned}$$

Pažymėję $\frac{b_1 c}{b_1 - b_2} = \pi_1$, $\frac{c}{b_1 - b_2} = \pi_2$, $\frac{b_1 \delta^{(2)}(t) - b_2 \delta^{(1)}(t)}{b_1 - b_2} = \varepsilon_1(t)$ ir

$\frac{\delta^{(2)}(t) - \delta^{(1)}(t)}{b_1 - b_2} = \varepsilon_2(t)$, gauname **redukuotąją ekonometrinio modelio formą**

$$\begin{cases} y^{(1)}(t) = \pi_1 x(t) + \varepsilon_1(t), \\ y^{(2)}(t) = \pi_2 x(t) + \varepsilon_2(t), \end{cases} \text{ kurioje } t=1, 2, \dots, n, \text{ o regresiniai likučiai } \varepsilon_1(t) \text{ ir } \varepsilon_2(t) \text{ turi}$$

lygius 0 matematinius vidurkius, nepriklausančius nuo t dispersijas $\sigma_{\varepsilon_1}^2 = \frac{b_1^2 \sigma_2^2 + b_2^2 \sigma_1^2}{(b_1 - b_2)^2}$

bei $\sigma_{\varepsilon_2}^2 = \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{(b_1 - b_2)^2}$ ir yra nekoreliuoti tarpusavyje bei su egzogeniniu kintamuoju $x(t)$,

ką nesunku įrodyti, prisimenant $\delta^{(1)}(t)$ ir $\delta^{(2)}(t)$ savybes

Redukuotos formos koeficientų π_1 ir π_2 statistinius įverčius $\hat{\pi}_1$ ir $\hat{\pi}_2$ galime rasti, naudodamiesi mums jau žinomu mažiausiųjų kvadratų metodu, t. y. minimizuodami funkcijas $Q_1(\pi_1) = \sum_{t=1}^n [y^{(1)}(t) - \pi_1 x(t)]^2$ ir $Q_2(\pi_2) = \sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t) - \pi_2 x(t)]^2$:

$$1) \frac{dQ_1(\pi_1)}{d\pi_1} = -2 \sum_{t=1}^n [y^{(1)}(t) - \pi_1 x(t)] x(t) = -2 \left[\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) x(t) - \pi_1 \sum_{t=1}^n x^2(t) \right] = 0;$$

$$2) \frac{d^2 Q_1(\pi_1)}{d^2 \pi_1} = 2 \sum_{t=1}^n x^2(t) > 0, \text{ iš kur išplaukia, jog taške, kuriame}$$

$\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) x(t) - \pi_1 \sum_{t=1}^n x^2(t) = 0$, funkcija $Q_1(\pi_1)$ pasiekia minimalią reikšmę;

$$3) \hat{\pi}_1^{(MKM)} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) x(t)}{\sum_{t=1}^n x^2(t)}.$$

$$\text{Analogiškai gauname, jog } \hat{\pi}_2^{(MKM)} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t) x(t)}{\sum_{t=1}^n x^2(t)}.$$

Jei ekonometrinis modelis turi identifikuojamumo savybę, t. y., jei, **žinant redukuotos formos koeficientus π_1 ir π_2 , galima vienareikšmiškai atstatyti struktūrinės formos koeficientų reikšmes**, tai struktūrinės formos koeficientų statistinių įverčių radimo klausimą galima laikyti išspręstu. Kai ekonometrinis modelis neturi identifikuojamumo savybės, tai struktūrinės formos koeficientų statistinių įverčių apskaičiavimas tampa žymiai sudėtingesnis, apie ką bus kalbama šiek tiek vėliau.

O dabar panagrinėsime ką tik sudaryto ekonometrinio modelio lygčių identifikuojamumą, t. y. išsiaiškinsime, ar yra galimybė atstatyti struktūrinės formos lygtis, žinant ekonometrinio modelio redukuotąją formą ir jos koeficientus π_1 ir π_2 ar jų įverčius $\hat{\pi}_1$ ir $\hat{\pi}_2$.

Koeficientų b_1 , b_2 ir c atstatymui, žinant π_1 ir π_2 , mes turime dvi lygtis:

$$\begin{cases} \frac{b_1 c}{b_1 - b_2} = \pi_1, \\ \frac{c}{b_1 - b_2} = \pi_2. \end{cases}$$

Kadangi lygtys tik dvi, o ieškomųjų nežinomųjų yra trys, tai šis ekonometrinis modelis neturi identifikuojamumo savybės. Iš tikrųjų, iš turimos lygčių sistemos mes

galime rasti tik koeficientą $b_1 = \frac{\pi_1}{\pi_2}$, ir todėl pirmoji struktūrinės formos lygtis $y^{(1)}(t) = b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t)$ yra identifikuojama. Tuo tarpu b_2 ir c reikšmės vienareikšmiškai nustatyti jau nebepavyksta, nes, įstatę gautąją reikšmę $b_1 = \frac{\pi_1}{\pi_2}$ į pirmąją ir antrąją lygtis, gauname dvi tapačias lygtis, t. y. tik vieną lygtį $c = \pi_1 - \pi_2 b_2$, rišančią du nežinomuosius b_2 ir c . Šią lygtį gali tenkinti be galo daug b_2 ir c_2 reikšmių porų, esančių tiesės $c = \pi_1 - \pi_2 b_2$ taškų koordinatėmis. Taigi, antroji ekonometrinio modelio struktūrinėje formoje lygtis $y^{(1)}(t) = b_1 y^{(2)}(t) + c x(t) + \delta^{(2)}(t)$ jau nėra identifikuojama. Todėl, žinodami redukuotos formos koeficientų π_1 ir π_2 statistinius įverčius $\hat{\pi}_1$ ir $\hat{\pi}_2$, mes galime apskaičiuoti tik koeficiento b_1 statistinį įvertį $\hat{b}_1 = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2}$, o koeficientų b_2 ir c_2 statistinių įverčių vienareikšmiškai nustatyti jau nebegalime.

Galėtume pabandyti apskaičiuoti struktūrinės formos koeficientų statistinius įverčius, taikydami mažiausiųjų kvadratų metodą tiesiogiai struktūrinės formos lygtims. Pavyzdžiui, paėmę pirmąją lygtį $y^{(1)}(t) = b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t)$, galėtume sudaryti ir minimizuoti funkciją $Q(b_1) = \sum_{t=1}^n [y^{(1)}(t) - b_1 y^{(2)}(t)]^2$:

$$1) \frac{dQ(b_1)}{db_1} = -2 \sum_{t=1}^n [y^{(1)}(t) - b_1 y^{(2)}(t)] y^{(2)}(t) = -2 \left[\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) y^{(2)}(t) - b_1 \sum_{t=1}^n (y^{(2)}(t))^2 \right];$$

$$2) \frac{d^2 Q(b_1)}{(db_1)^2} = 2 \sum_{t=1}^n (y^{(2)}(t))^2 > 0; \quad 3) \hat{b}_1^{(MKM)} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n (y^{(2)}(t))^2}.$$

Gavome šiek tiek kitokią įverčio $\hat{b}_1^{(MKM)}$ apskaičiavimo formulę, negu jau

$$\text{anksčiau išvestąją } \hat{b}_1^{(MKM)} = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) \cdot x(t)}{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t) \cdot x(t)}.$$

Išsiaiškinsime, ar šios formulės skiriasi, o jei skiriasi, tai kuo ir kodėl.

$$\text{Įstatysime į formulę } \hat{b}_1^{(MKM)} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t) \cdot y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n (y^{(2)}(t))^2} \text{ endogeninio kintamojo } y^{(1)}(t)$$

išraišką, paimtą iš ekonometrinio modelio struktūrinėje formoje pirmosios lygties:

$$\begin{aligned} \hat{b}_1^{(MKM)} &= \frac{\sum_{t=1}^n [b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t)] y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n (y^{(2)}(t))^2} = \frac{b_1 \sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2 + \sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t) y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} = \\ &= b_1 + \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t) y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2}. \end{aligned}$$

Jei $\frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} \neq 0$, tai iš struktūrinės formos pirmosios lygties mažiausiųjų

kvadratų metodu gautasis koeficiento b_1 statistinis įvertis $\hat{b}_1^{(MKM)}$ nesutampa su b_1 ir

yra pastumtas jo atžvilgiu, o jei ir $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} \neq 0$, tai šis statistinis įvertis

yra net nesuderinamas su b_1 .

$$\text{Apskaičiuosime } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} = \frac{E[\delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)]}{E[(y^{(2)}(t))^2]}.$$

$$\begin{aligned} 1) \quad E[\delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)] &= E[\delta^{(1)}(t)(\pi_2 x(t) + \varepsilon_2(t))] = E\left[\delta^{(1)}(t)\left(\frac{c}{b_1 - b_2}x(t) + \right.\right. \\ &\left. \left. + \frac{\delta^{(2)}(t) - \delta^{(1)}(t)}{b_1 - b_2}\right)\right] = \frac{c}{b_1 - b_2}E[\delta^{(1)}(t)x(t)] + \frac{1}{b_1 - b_2}E[\delta^{(1)}(t)\delta^{(2)}(t)] - \frac{1}{b_1 - b_2} \times \\ &\times E[\delta^{(1)}(t)\delta^{(1)}(t)] = \frac{c}{b_1 - b_2}\text{cov}(\delta^{(1)}(t), x(t)) + \frac{1}{b_1 - b_2}\text{cov}(\delta^{(1)}(t)\delta^{(2)}(t)) - \frac{1}{b_1 - b_2} \times \\ &\times \text{cov}(\delta^{(1)}(t)\delta^{(1)}(t)) = 0 + 0 - \frac{\sigma_1^2}{b_1 - b_2} = -\frac{\sigma_1^2}{b_1 - b_2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad E[(y^{(2)}(t))^2] &= E[(\pi_2 x(t) + \varepsilon_2(t))^2] = \pi_2^2 D_x + 2\pi_2 \text{cov}(x(t), \varepsilon_2(t)) + D_{\varepsilon_2(t)} = \\ &= \frac{c^2}{(b_1 - b_2)^2} D_x + 0 + \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{(b_1 - b_2)^2} = \frac{1}{(b_1 - b_2)^2} (c^2 D_x + \sigma_2^2 + \sigma_1^2); \end{aligned}$$

$$3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)y^{(2)}(t)}{\sum_{t=1}^n [y^{(2)}(t)]^2} = \frac{-\sigma_1^2(b_1 - b_2)}{c^2 D_x + \sigma_2^2 + \sigma_1^2}.$$

Jei $b_1 \neq b_2$ ir $\sigma_1^2 \neq 0$, tai iš struktūrinės formos mažiausiųjų kvadratų metodu surastas koeficiento b_1 įvertis yra nesuderinamas ir todėl nepriimtinas. Be to jis tuo atveju būtų dar ir pastumtas koeficiento b_1 atžvilgiu.

Kadangi $b_1 > 0$, o $b_2 < 0$, tai $b_1 \neq b_2$. Kadangi produkcijos pasiūla priklauso ne tik nuo kainos, tai $\sigma_1^2 \neq 0$. Taigi, **mažiausiųjų kvadratų metodas, pritaikytas ekonometrinio modelio struktūrinės formos lygtims, kartais gali duoti netinkamus tos formos koeficientų statistinius įverčius.**

Patikrinsime koeficiento b_1 įvertį $\hat{b}_1^{(MKM)} = \frac{\pi_1}{\pi_2}$, gautą iš redukuotos ekonometrinio modelio formos:

$$\begin{aligned}
1) \hat{b}_1^{(MKM)} &= \frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{\sum_{t=1}^n y^{(1)}(t)x(t)}{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t)x(t)} = \frac{\sum_{t=1}^n [b_1 y^{(2)}(t) + \delta^{(1)}(t)]x(t)}{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t)x(t)} = b_1 + \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)x(t)}{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t)x(t)}; \\
2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)x(t)}{\sum_{t=1}^n y^{(2)}(t)x(t)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \delta^{(1)}(t)x(t)}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y^{(2)}(t)x(t)} = \frac{E[\delta^{(1)}(t)x(t)]}{E[y^{(2)}(t)x(t)]} = \\
&= \frac{\text{cov}(\delta^{(1)}(t)x(t))}{\pi_2 \text{cov}(x(t)x(t)) + \text{cov}(\varepsilon_2(t)x(t))} = \frac{0}{\pi_2 D_x + 0} = 0.
\end{aligned}$$

Gautas rezultatas rodo, kad iš redukuotos formos gautas koeficiento b_1 įvertis yra suderintas. Visa tai rodo, kad ekonometrinio modelio identifikuojamumas yra svarbi ir naudinga to modelio savybė, o jei tas modelis neturi identifikuojamumo savybės, tai jo struktūrinės formos identifikavimui paprastas mažiausiųjų kvadratų metodas jau gali nebetikti.

Skaitytojui gali kilti klausimas, kodėl MKM, pritaikytas redukuotos formos lygtims, duota tinkamus tų lygčių koeficientų statistinius įverčius, o tas pats MKM, pritaikytas ekonometrinio modelio struktūrinės formos lygtims, patikimų įverčių gali ir neduoti.

Atsakymą į šį klausimą surasime, jei prisiminsime, jog regresiniai likučiai $\delta^{(1)}(t)$, $\delta^{(2)}(t)$ (taip pat $\varepsilon_1(t)$ ir $\varepsilon_2(t)$) yra nekoreliuoti su egzogeniniais kintamaisiais, o endogeniniai kintamieji $y^{(1)}(t)$ ir $y^{(2)}(t)$ gali būti ir koreliuoti su regresiniais likučiais $\delta^{(1)}(t)$, $\delta^{(2)}(t)$, $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, dėl ko kovariacijos $\text{cov}(y^{(1)}(t), \delta^{(1)}(t))$, $\text{cov}(y^{(1)}(t), \delta^{(2)}(t))$, $\text{cov}(y^{(2)}(t), \delta^{(2)}(t))$ ir pan. gali būti nelygios 0. O tai, kaip jau matėme nagrinėdami $\hat{b}_1^{(MKM)}$ įvertį, ir iššaukia to įverčio nesuderinamumą. Tuo tarpu redukuotoje formoje mums tenka susidurti tik su kovariacijomis tarp egzogeninių kintamųjų ir regresinių likučių, kurios visada yra lygios 0.

Skaitytojui gali kilti dar ir kitas klausimas: „Kam reikalingas struktūrinės formos identifikavimas? Ar neužtenka ekonometrinį modelį pervesti į redukuotą formą, identifikuoti tą modelį ir po to juo naudotis?“

Taip, ekonometrinio modeliu redukuotoje formoje galima naudotis. Tačiau dažnai mums būna reikalingos ne tik endogeninių kintamųjų priklausomybės nuo egzogeninių kintamųjų matematinės išraiškos, bet ir patys ekonometrinio modelio struktūrinės formos koeficientų statistiniai įverčiai. Juk tie koeficientai turi tam tikrą ekonominę prasmę ir dažnai būna labiau pastovūs negu endogeniniai ir egzogeniniai kintamieji. Todėl tų koeficientų įverčių žinojimas būna reikalingas, sudarant įvairius ekonominius modelius bei vykdant ekonominius paskaičiavimus. Prisiminkime kad ir tarpšakinio balanso modelį ir Leontjevo matricos koeficientų bei jų žinojimo svarbą. Todėl tokių koeficientų pakankamai kokybiškų įverčių gavimo problema, kai ekonometrinis modelis neturi identifikuojamumo savybės, – aktuali problema. Tokiais atvejais tenka rinkti papildomą statistinę informaciją bei naudotis specialiais metodais (pavyzdžiui, taikyti dviejų bei trijų žingsnių mažiausiųjų kvadratų metodą, apie kurio taikymą rašoma specialioje ekonometrinėje literatūroje).

Baigdamas šį skyrelį, pažymėsiu sudėtingų ekonometrinų modelių (ekonometrinų lygčių ir tapatybių sistemų) svarbiausias taikymo sferas:

1) jau minėtasis **struktūrinės ekonometrinio modelio formos koeficientų statistinių įverčių apskaičiavimas**, kas yra labai aktualu, kai tie koeficientai turi ekonominę interpretaciją, t. y., kai jie charakterizuoja vartotojų polinkį vartoti ar

gyventojų polinkį taupyti, vaizduoja gamybinės sistemos elastingumą, tarpšakinius ekonometrinčius ryšius, vaidina įvairių multiplikatorių ir pan. vaidmenį (žiūr. 1.14.12.1. ir 1.14.12.2. skyrelius);

2) **endogeninių kintamųjų reikšmių taškinis ir intervalinis prognozavimas**, kuris, kai visi egzogeniniai kintamieji yra valdomi kintamieji, gali būti atliekamas, pasitelkiant regresinės analizės metodus, o tais atvejais, kai dalis egzogeninių kintamųjų yra nevaldomi, reikalauja dar ir laiko eilučių analizės metodų taikymo, pradžioje prognozuojant nevaldomųjų kintamųjų kitimo būsimas trajektorijas, o po to, jau taikant regresinės analizės metodus, endogeninių kintamųjų prognozuojamų reikšmių apskaičiavimui bei tų prognozių tikslumo (patikimumo) įvertinimui.

Pažymėsiu taip pat, kad sudėtingesniais atvejais, pavyzdžiui, kai į ekonometrinio modelio lygčių ir tapatybių sistemos sudėtį įeina ne tik tiesinės bet ir netiesinės lygtys, išspręsti tokio ekonometrinio modelio identifikavimo bei jo taikymo prognozavime uždavinius, naudojantis vien tik analiziniais metodais, jau nebepavyksta. Tada pasitelkiamas **matematinų eksperimentų su imitaciniais modeliais metodas**. Žinoma, šis metodas reikalauja atitinkamos programinės įrangos ir pakankamai galingų kompiuterių, nes, kai modelis turi daug parametrų, jų optimizavimui bei įvertinimui reikia gana daug eksperimentų. Norint sumažinti eksperimentų skaičių, bandoma siaurinti paieškos zonas, pasitelkiant artutinius analizinius modelius ir ieškant jų artutinių sprendinių analiziniais metodais. Tais **artutiniais sprendiniais po to naudojamosi, pasirenkant modelio parametrų reikšmių tikėtinas zonas, kurias tikslinga nagrinėti, eksperimentuojant su imitaciniais modeliais** ir ieškant sprendinių, tenkinančių sudėtingo ekonometrinio modelio lygtis. **Matematinų eksperimentų planavimas**, remiantis sprendžiamo uždavinio sąlygų preliminarinės matematinės analizės rezultatais, leidžia žymiai padidinti eksperimentavimo efektyvumą ir sumažinti reikalingų eksperimentų skaičių.

Eksperimentai su imitaciniais modeliais taikomi ir ekonometrinių modelių verifikavimo etape. Ir tai neretai daroma net tada, kada modelio parametrų statistiniai įverčiai bei nagrinėjamų kintamųjų prognozuojamų reikšmių įverčiai buvo gauti analiziniais metodais, nes gana dažnai gauti kokio tai parametro įvertį lengviau, negu įvertinti to įverčio paklaidą.

Statistinio imitacinio modeliavimo metodai kartais taikomi ir statistinių duomenų tiražavimui, kai realių statistinių duomenų imitaciniam modeliavimui mums jau nebepakanka. Tuo tikslu gali būti taikomi ir įvairūs atsitiktinių skirstinių generavimo metodai, dažnai vadinami bendru **Monte-Karlo metodų vardu**, o taip pat ir vadinamasis **butstrep metodas**.

Apie Monte-Karlo metodus jau buvo nemažai kalbėta 1.12.1.-1.12.10. šios mokymo priemonės skyreliuose ir jais buvo pasinaudota, imituojant kirpyklos funkcionavimą 1.12.11-jame skyrelyje, o apie butstrep metodą ir kitus netradicinius daugiamatės statistinės analizės metodus skaitytojas gali rasti nemažai naudingos informacijos knygoje [197, 198]. Čia apsiribosiu tik pastaba apie pagrindinę butstrep metodo idėją, skiriančią ją nuo Monte-Karlo metodų idėjos.

Taikydami Monte-Karlo metodus, mes pradžioje jau turime žinoti generuojamo skirstinio pasiskirstymo dėsnį bei tą dėsnį aprašančio matematinio modelio parametrus, ir todėl to skirstinio generavimui jokių pradinių statistinių duomenų jau nereikia: kompiuteris generuoja tolygiai pasiskirsčiusių intervale $[0;1)$ pseudoatsitiktinių skaičių seką, o po to (ar tuo pačiu metu) tą seką, naudodamasis tuo ar kitu metodu (intervalo $[0;1)$ dalinimo į atitinkamas atkarpėles, atvirkštinės funkcijos, Neumano ir t. t.), pertvarko į seką, kurioje pseudoatsitiktiniai skaičiai pasiskirstę taip, jog juos praktiškai

galima laikyti pasiskirsčiusiais pagal mums reikalingą dėsnį (binominį, Puasono, eksponentinį, Erlango, Relėjo, normalųjį, logaritminį normalųjį ir pan.).

Taikant butstrep* metodą, į kompiuterį pradžiai įvedami realūs statistiniai duomenys, kurių seką reikėtų papildyti kompiuterio generuojamais „duomenimis“, reikalingais nagrinėjamos sistemos funkcionavimo imitaciniam modeliavimui. Atitinkamos kompiuterinės programos analizuoja įvestą realią statistinių duomenų imtį ir parametrinės bei neparametrinės statistinės analizės metodais vertina tas imties statistines charakteristikas, parinkdamos tinkamiausią tai imčiai pasiskirstymo dėsnį, kurio dažniausiai net neišreikšdamas analitiškai, sudaro proceso, generuojančio tą dėsnį atitinkančias pseudoatsitiktines skaičių sekas, imitavimo algoritmą, o po to jau generuoja pseudoatsitiktinius skaičius, pasiskirsčiusius pagal tą dėsnį, ir tokiu būdu pratęsiančius įvestų realių statistinių duomenų seką.

Pabaigai pateiksiu konkretaus sudėtingo ekonometrinio modelio, turėjusio ir turinčio realų pritaikymą ekonometrikoje, pavyzdį. Tas modelis yra gana paprastas, tačiau gana neblogai save užsirekomendavo praktikoje.

1.14.12.3.3.1. Kleino makroekonometrinis modelis

Šis modelis priklauso Keinso tipo makroekonometrinių modelių klasei ir buvo aprašytas 1950 m. Lorencio Kleino (L.R.Klein) publikacijoje. Kurdamas šį modelį, L.Kleinas išnagrinėjo JAV ekonomikos statistinius duomenis, charakterizuojančius 1921÷1941 m.m. laikotarpį, per kurį ta ekonomika pergyveno dvi stiprias depresijas, ir pabandė išreikšti pagrindinius ryšius trimis ekonometrinėmis lygtimis ir trimis tapatybėmis, pateiktomis struktūrinėje formoje.

Kleino modelyje visi teoriniai ryšiai tarp makroekonominių kintamųjų vaizduojami tiesinėje formoje, todėl modelio parametrų statistinių įverčių nustatymui galima naudotis tiesiniais trijų žingsnių MKM metodais, net netaikant tokių sudėtingų metodų, kurių reikia, pavyzdžiui, CES gamybinės funkcijos identifikavimui.

Pirmoji Kleino modelio ekonometrinė lygtis aprašo vartojimą C ir vadinama **vartojimo regresine lygtimi**. Ji vaizduoja vartojimo apimtį C priklausomybę nuo gaunamo pelno Π , darbo užmokesčio pajamų $W^{(1)}$ privačiame sektoriuje ir darbo užmokesčio pajamų $W^{(2)}$ valstybiniame sektoriuje. Matematiškai ta priklausomybė išreiškiama lygtimi $C(t) = \beta_{11} + \beta_{12}\Pi(t) + \beta_{13}\Pi(t-1) + \beta_{14}(W^{(1)}(t) + W^{(2)}(t)) + \delta^{(1)}(t)$, kurioje β_{11} , β_{12} , β_{13} ir β_{14} – tos lygties parametrai, kurių statistinius įverčius reikės nustatyti, identifikuojant modelį, o $\delta^{(1)}(t)$ – regresinis likutis, kurį galima laikyti „baltuoju triukšmu“, turinčiu pastovią (nepriklausančią nuo laiko) dispersiją σ_1^2 .

Antroji Kleino modelio ekonometrinė lygtis vadinama **investicijų regresine lygtimi** ir vaizduoja investicijų I priklausomybę nuo pelno Π ir investuoto pagrindinio kapitalo K . Šios priklausomybės matematinė išraiška yra $I(t) = \beta_{21} + \beta_{22}\Pi(t) + \beta_{23}\Pi(t-1) + \beta_{24}K(t-1) + \delta^{(2)}(t)$. Joje β_{21} , β_{22} , β_{23} , β_{24} – tos lygties parametrai, kurių statistinius įverčius reikės nustatyti, identifikuojant modelį, o $\delta^{(2)}(t)$ – regresinis likutis, turintis nepriklausomą nuo laiko dispersiją σ_2^2 .

Trečioji Kleino modelio ekonometrinė lygtis vadinama **darbo užmokesčio privačiame sektoriuje regresine lygtimi** ir vaizduoja to darbo užmokesčio $W^{(1)}$ priklausomybę nuo nacionalinių pajamų Y , darbo užmokesčio valstybiniame sektoriuje $W^{(2)}$, netiesioginių mokesčių T ir laiko t , matuojamo metais. Šios priklausomybės matematinė išraiška yra lygtis $W^{(1)}(t) = \beta_{31} + \beta_{32}[Y(t) + T(t) - W^{(2)}(t)] + \beta_{33}[Y(t-1) + T(t-1) - W^{(2)}(t-1)] + \beta_{34}(t-1931) + \delta^{(3)}(t)$. Joje β_{31} , β_{32} , β_{33} ir β_{34} – lygties parametrai, kurių statistiniai įverčiai nustatomi, identifikuojant modelį, o $\delta^{(3)}(t)$ – regresinis likutis, turintis nepriklausomą nuo laiko dispersiją σ_3^2 .

Trys į Kleino modelio sudėtį įeinančios tapatybės, tai pagrindinius makroekonominius rodiklius apibrėžiančios ir tvermės dėsnius ekonomikoje vaizduojančios lygybės, matematiškai surišiančios nacionalines pajamas Y , vartojimą C , investicijas I , pelną Π , darbo užmokesčio pajamas $W^{(1)}$ ir $W^{(2)}$,

* Knygos [197] autoriai, aprašydami butstrep metodo taikymą imčių statistinio apdorojimo procesuose, įvedė lietuvišką to metodo pavadinimą, pavadindami šį metodą **savirankos metodu**. Nuomone, kad savirankos metodas gali pagerinti imties apdorojimo rezultatų kokybę, laikau abejotina, tačiau imitaciniame modeliavime savirankos metodo taikymas yra tikrai naudingas.

kapitalą K , netiesioginius mokesčius T ir valstybines išlaidas G . šių tapatybių matematinė išraiška yra

$$\text{tokia: } \begin{cases} Y(t) + T(t) = C(t) + I(t) + G(t), \\ Y(t) = W^{(1)}(t) + W^{(2)}(t) + \Pi(t), \\ I(t) = K(t) - K(t-1). \end{cases}$$

Visų trijų lygybių ekonominė prasmė yra aiški ir jų teisingumas yra toks akivaizdus, kad jo čia neįrodinėjau, palikdamas tai skaitytojui, kuriam šių lygybių nagrinėjimas padės labiau įsigilinti į makroekonomiką.

Palieku skaitytojui ir MKM metodų taikymą, nustatant Kleino modelio parametrų statistinius įverčius, pažymėdamas, jog jau ne kartą minėtoje knygoje [48] skaitytojas gali rasti tą procedūrą realizuojančią programą, parašytą Beisik (Basic) kalba, ir tos programos taikymo bei to taikymo metu gautų rezultatų pavyzdėlį, o straipsnyje [199] gali susipažinti su Kleino modelio taikymo Altajaus krašto ekonominės raidos prognozavime.

Tuo ir baigsiu ekonometrinių modelių ir ekonometrikoje taikomų pagrindinių metodų apžvalgą, tikėdamasis, kad pažintis su mikro ir makroekonomikos bei ekonometrikos pradmenimis, o taip pat su pagrindiniais mikro ir makroekonomikos bei ekonometrikos modeliais padės būsimam sistemotyryninkui, bendraujant su tų sričių specialistais, suprasti juos ir būti pačiam jų suprastam. Taip pat tikiuosi, kad 1.14.12. skyrelio nagrinėjamas padės sistemotyryninkui susidaryti pilnesnį ir tikslesnį vaizdą apie matematinius modelius ir jų taikymą, apie statistiką bei matematinę statistiką, jų reikšmę pasaulio pažinime ir jų taikymą praktikoje, tame tarpe ir sudėtingų ekonominių bei socialinių sistemų valdyme. Juk **negalima kalbėti apie sisteminį mus supančio pasaulio suvokimą ir apie sisteminį mąstymą bei jo ugdymą, nesiorientuojant tokioje svarbioje srityje kaip ekonomika bei nemokant naudotis statistine informacija. Todėl 1.14.12. skyrelio ir viso 1.14. skyriaus vaidmuo matematinės sistemotyros kurse yra labai svarbus kaip teoriniu, taip taikymų praktikoje atžvilgiu.** Svarbus ir naudingas šis skyrius ir būsimiems statistikos bei ekonometrikos specialistams. Baigdamas šį skyrių, panagrinėsiu dar vieną labai svarbią sistemotyrai sritį – ekologiją.

1.14.13. Sisteminės statistinės analizės, matematinio modeliavimo ir ekonometrikos metodų taikymai ekologijoje

Sisteminės statistinės analizės, matematinio modeliavimo ir ekonometrikos metodai taikomi ne tik ekonomikoje, demografiniuose tyrimuose ir sociologijoje, bet ir eilėje kitų mokslų. Šio teiginio iliustravimui pasirinksiu ekologiją. Toks pasirinkimas turi eilę priežasčių. Nurodysiu dvi svarbiausias.

Visų pirma, taip padaryta todėl, kad ekologija yra toks mokslas, kuriame sisteminis požiūris ir sisteminė metodologija taikomi taip plačiai ir taip natūraliai, kad **ekologiją būtų galima pavadinti gyvybės mūsų planetoje sistemotyra.** Ne taip jau daug šiandien galima rasti mokslų, kurie taip akivaizdžiai ir taip įtikinamai iliustruotų teiginį apie sisteminio požiūrio bei sisteminės tyrimų metodologijos reikalingumą ir naudingumą. Todėl be ekskurso į ekologiją mokymo priemonė, skirta sistemotyrai, negalėtų būti laikoma pakankamai pilna.

Antroji priežastis glūdi tame, kad šioje mokymo priemonėje, nagrinėdami įvairias sistemas, mes kol kas dar nesame skyrę pakankamai dėmesio **gyvajai gamtai, joje vykstantiems procesams ir organizminėms sistemoms.** Tarp daugybės skyrių ir skyrelių šios temos buvo šiek tiek prabėgomis paliestos tik 1.5.6., 1.6.4.1., 1.6.4.6., 1.6.4.15., 1.8.6.1., 1.9.1.3., 1.9.1.6. ir 1.10.8. skyreliuose, ko tikrai nepakanka, kad būsimąjo dženeralisto išsilavinimas ir pasauležiūra galėtų tapti pakankamai pilni ir nevienapusiški, be ko neįmanoma išvengti klaidų, priimant sprendimus sudėtingose situacijose. Todėl vienas svarbių šio skyrelio tikslų – papildyti būsimąjo dženeralisto

žinias ir šioje srityje. Toks papildymas bus naudingas net ir tam skaitytojui, kuris nesiruošia tapti dženeralistu, nes tai padės jo ekologinės kultūros ir sisteminio mąstymo ugdymui, o ekologinė kultūra ir sisteminis mąstymas reikalingi ir naudingi kiekvienam žmogui.

Žodį „ekologija“ į mokslo terminologiją įvedė 1866 m. vokiečių biologas ir evoliucionistas Ernstas Hekelis (Ernst Haeckel, 1834 – 1919), panaudojęs „oekologijos“ terminą organizmų sąveikos su aplinkiniu pasauliu tyrimams apibrėžti. Jis rėmėsi graikų kalbos žodžiu „oikos“, reiškiančiu „buveinė“. Kaip jau buvo minėta 1.14.12. skyrelyje, iš to paties žodžio yra kilęs ir žodis „ekonomika“. Dabartinis ekologijos terminas įsitvirtino moksle nuo 1893 m. ir yra apibrėžiamas kaip **mokslas apie gyvųjų organizmų tarpusavio santykius (rūšių viduje ir tarp skirtingų rūšių) bei apie jų sąveikavimą su aplinka, kurią sudaro negyvoji gamta: oras, vanduo, dirvožemis, Saulės energija, kosminė erdvė, procesai Žemės plutoje**.

Nors daugumoje atvejų nesunku atskirti gyvą organizmą, pavyzdžiui, erelį, nuo negyvo uolos gabalo, ant kurio jis tupi, tačiau apibrėžti gyvybę ir atskirti „**jau gyvybę**“ nuo „**dar negyvybės**“ ne visada taip paprasta.

Daugumai gyvųjų organizmų mūsų planetoje būdinga **ląstelinė kūno sandara**, ir ląstelė buvo ir tebėra laikoma pagrindiniu gyvųjų organizmų sandaros elementu. Tačiau egzistuoja ir **neląstelinės sandaros mikroorganizmai**, vadinami virusais, kurie žymiai skiriasi nuo visų kitų organizmų, kuriems būdinga **ląstelinė gyvybės forma**.

Virusus kartais vadina „**gyvais cheminiais junginiais**“, nes jie labiau panašūs į polimerizuojantį cheminį junginį, negu į tai, ką mes įpratę laikyti gyvu organizmu. Juk virusai neminta, nekvėpuoja, neauga ir niekada gamtoje laisvai negyvena. Dėl šios priežasties jie ir nebuvo įtraukti į 1.10.8. skyrelyje pateiktą gyvųjų organizmų, turinčių ląstelinę struktūrą, klasifikavimo sistemą. Tačiau virusai turi vieną savybę, būdingą visiems gyviesiems organizmams, kurios neturi negyvi cheminiai junginiai ir kristalai, nors kristalai irgi gali augti, palaikydami tam tikrą būdingą tai kristalų rūšiai vidinę ir išorinę struktūrą. Ta virusų savybė, dėl kurios virusus vis dėlto galima laikyti gyvais organizmais, yra **sugebėjimas daugintis**, t. y. sugebėjimas, susidarius atitinkamoms sąlygoms ir gavus reikiamą kiekį žaliavų, gaminti į save panašius.

Virusai gali gyventi tik gyvose ląstelėse ir, patekę į jas, gali daugintis, panaudodami ląstelės energiją ir medžiagą naujų virusų gamybai. Ir nors **ląstelės sandara**, apie kurią pakalbėsime šiek tiek vėliau, žymiai skiriasi nuo **viruso sandaros**, tačiau virusai irgi turi baltyminiu apvalkalu padengtą paveldimosios medžiagos šerdį (funkcionaliai atitinkančią ląstelės branduolį bei chromosomas), kurioje biologiniu kodu yra užkoduota programa kaip reikia gaminti dukterinius virusus. Taigi, ir virusuose ir ląstelėse galima rasti tokius junginius kaip DNR bei RNR ir baltymai, kas nėra būdinga negyviems cheminiams junginiams ir kristalams.

Pavyzdžiui, vėjaraupius ir juostinę pūslelinę sukeliantis herpes virusas turi deoksiribonukleino rūgšties (DNR) šerdį, kurią gaubia 162 baltymo vienetai, sudarydami dvidešimtasienį briaunainį (ikosaedrą), savo forma primenantį kristalą.

Tabako mozaikos virusas turi 300 nanometrų ilgio ir 18 nanometrų skersmens lazdelės pavidalą. Tos lazdelės viduje yra į spiralę susisukusi ribonukleino rūgšties (RNR) šerdis, apie kurią jungiasi ir ją gaubia baltymo molekulės, sudarydamos tos šerdies apvalkalą. Tai augalinių virusų atstovas. Šie virusai patenka į augalų ląsteles per pažeistas jų sienelės.

Gyvūnų virusus (pavyzdžiui, jau minėtąjį herpes virusą, o taip pat galvijinius raupus sukeliantį virusą ir kitus) gyvūnų ląstelės išitraukia pačios kaip maisto daleles.

Yra virusų, vadinamų bakteriofagais, užkrečiančių ir naikinančių bakterijas, į kurias jie įsiskverbia patys. Tai sudėtingiausi mums žinomi virusai, susidedantys iš

galvutės, kurios viduje yra paveldimosios medžiagos spiralė, baltyminės uodegėlės, kurią gaubia sugebantis susitraukinėti baltymų molekulių apvalkalas, ir uodegėlės siūlų. Savo forma bakteriofagai šiek tiek primena spermatozoidus.

Virusai skirstomi į virulentinius (užkrečiamuosius) ir latentinius. Virulentiniai virusai, suardę ląstele, į kurią jie pateko, puola kitas ląsteles, sukeldami ligas (pavyzdžiui, gripą, raupus, poliomielitą, geltonąją karštligę ir t. t.). Latentiniai virusai savo aukų iškart nesuardo ir gali gyvuoti jose gana ilgą laiką.

Atsižvelgdami į tai, kad mūsų planetoje egzistuoja ne tik organizmai, turintys ląstelinę struktūrą (vienaląsčiai ir daugialąsčiai), bet ir tokie mikroorganizmai kaip virusai, biologai priėjo išvados, kad **„gyvybės“ pagrindinis požymis, skiriantis ją nuo „negyvybės“, yra sugebėjimas, esant atitinkamos sąlygoms bei gavus reikiamą kiekį žaliavų, gaminti į save panašias struktūras, sugebančias daryti tą patį, t. y. tęsti tokių struktūrų gaminimą.**

Eilė kitų savybių, kurios būdingos ląsteliniams organizmams ir pagal kurias mes paprastai atskiriame gyvą organizmą nuo negyvo daikto, vadovaujantis ką tik išsakytu šiuolaikinės biologijos požiūriu, gali būti laikomi papildomais, bet neturėtų būti laikomi **būtinais gyvybės požymiais**, nors neretai tie požymiai gali būti laikomi pakankamais gyvybės požymiais.*

Riba tarp „negyvybės“ ir „gyvybės“ nėra jau tokia neperžengiama, kaip galėtų atrodyti iš pirmo žvilgsnio. Tai neturėtų stebinti, jei vadovautumės **gyvybės mūsų planetoje atsiradimo iš negyvosios medžiagos hipoteze**, pagal kurią pirmoji gyvybė Žemėje galėjo atsirasti maždaug prieš 3,5 milijardo metų, t. y. praėjus daugiau kaip milijardui metų po Žemės kaip Saulės sistemos atskiros planetos susiformavimo.

Šią hipotezę patvirtina (ar bent jau neprieštaruja jai) kai kurie mokslininkų eksperimentai.

1953 m. Čikagos universitete Stenlis Mileris ir Haroldas Jurėjus atliko tokį bandymą. Jie imitavo pirmykštės Žemės sąlygas, sumaišydami vandenilio, amoniako ir metano dujas su vandens garais ir leisdami elektros išlydžius per tokią „pirmykštę atmosferą“. Po savaitę tęsto eksperimento jie ištyrė gautą „sriubą“ ir atrado joje molekulių, būdingų gyvybei: keturias amino rūgštis, kurių visada yra baltymuose, keletą riebiųjų rūgščių ir dar vieną biologiškai svarbią molekulę – karbamidą.

Vėliau, panašiai eksperimentuojant, t. y. imituojuojant tas sąlygas, kurios, mokslininkų manymu, galėjo egzistuoti mūsų planetos evoliucijos pradinėse stadijose prieš 3,5-2,5 milijardo metų, buvo gauti mišiniai, kuriuose buvo rastos ir visos kitos su gyvybe susijusių medžiagų molekulės. Taigi **imitacinis modeliavimas** (šiuo atveju kol kas dar tik „fizinis“, dar ne matematinis) **jau pradedamas taikyti hipotezių tikrinimui ir biologijoje ir jau duoda įdomių ir vertingų rezultatų**. Tai dar kartą patvirtina šios mokymo priemonės 1.13.3. skyrelio pagrindinę mintį.

Laboratoriniai bandymai taip pat parodė, jog, padarius iš baltymo molekulių vandeninę suspensiją, ją pakaitinus ir suplakus, toje suspensijoje atsiranda beveik ląstelės dydžio mažyčiai rutuliukai su apvalkalėliu.

Dabartiniu metu jau pateikta gana daug rimtų argumentų už tai, kad kadaise Žemėje egzistavo sąlygos, leidusios susidaryti visoms sudedamosioms dalims (angliavandeniams, baltymams, riebalams, nukleino rūgštims), reikalingoms molekulių, turinčių savybių, būdingų gyvybei, susiformavimui. Taip pat egzistuoja nemažai svarių argumentų, skatinančių atsakyti (biologijoje buvusios anksčiau gana populiaria) **„vitalizmo teorijos“**, teigusios, jog gyvoji medžiaga yra atskira substancija

* Pavyzdžiui, charakteringu gyvybės požymiu laikomas **poreikių buvimas bei jų pojūtis**. Sistema, kuri yra gyva, turi ir junta tuos poreikius (poreikį išlikti, poreikį daugintis, maisto kaipo energijos ir statybinių medžiagų šaltinio poreikį – alkį, troškulį ir pan.), pati stengiasi tuos poreikius patenkinti.

egzistuojanti lygiagrečiai su negyvąja medžiaga ir nėra iš jos kilusi, o į Žemę patekusi iš išorės.

Nors pastaroji hipotezė ir nėra galutinai paneigta, nes ji nėra absurdiška ir todėl galėtų būti teisinga, tačiau dabartiniu metu mokslas linkęs laikytis hipotezės, kad **gyvybė yra sudėtingų sistemų sisteminė savybė, atsirandanti emerđžencijos reiškinių dėka, kai sistemos struktūra, besijungiant paprastesnėms sistemoms į vis sudėtingesnes, pasiekia tam tikrą sudėtingumo lygį.**

Ši hipotezė taptų eksperimentaliai patvirtinta teorija, jei pavyktų laboratorinėmis sąlygomis iš negyvosios medžiagos dirbtinai susintetinti kokį nors paprasčiausią, bet gyvą organizmą, t. y. susintetinti struktūrą, kuri sugebėtų savarankiškai daugintis, gamindama sistemas, turinčias tą pačią struktūrą. Kol to padaryti dar nepavyko, ką tik išsakytoji hipotezė vis dar išlieka tik hipoteze, nors gana daug biologų laiko tą hipotezę teisinga ar bent jau labai tikėtina.

Jie teigia, kad prieš 3,5-3 milijardus metų Žemėje susiformavo baltyminiai sferoidai, kurie buvo dar gana paprastos struktūros. Turėjo praeiti dar apie milijardą ar daugiau metų, kol išsivystė tokie vienaląsčiai ir daugialąsčiai organizmai, kurių ląstelių sandara pradėjo būti šiek tiek panaši į šiuolaikinių organizmų ląstelių sandarą.

Tokius biologų teiginius patvirtina paleontologijos mokslo pasiekimai: labai senose uolienose jokių fosilijų, rodančių, kad tuomet Žemėje egzistavo gyvybė, nerandama, o, mažėjant uolienų amžiui, pradžioje jose atrandamos tik labai primityvių organizmų fosilijos, vėliau gi – jau sudėtingesnių ir vis sudėtingesnių organizmų liekanos.

Pavyzdžiui, iš fosilijų, kurių amžius – 2 milijardai bei šiek tiek daugiau metų, paleontologai nustatė, kad tuomet egzistavo tik bakterijos, turinčios labai primityvią struktūrą. Vėlesnėse uolienose kartu su bakterijomis randamos jau ir melsvadumblių liekanos. Gyvendami jūrose, jie gamino deguonį, t. y., dujas, kurių reikėjo, kad galėtų atsirasti ir gyventi augalai ir gyvūnai. Deguonis kilo į atmosferą ir suformavo apsauginį sluoksnį, kuris buvo labai svarbus tolesnei gyvybės raidai.

Iš 600 milijonų metų senumo fosilijų galima spręsti, jog tuo metu jau buvo gana daug ir šiek tiek sudėtingesnių organizmų: medūzų, koralų, jūrų plunksnų, kirminų.

450 milijonų metų senumo fosilijos rodo, jog tada jau gyveno trilobitai, nautilai, jūrų ežiai, didieji jūrų skorpionai. Prieš 390 milijonų metų atsirado pirmieji stuburiniai – pirmykštės žuvys. Prieš 350 milijonų metų, kai sausumoje pradėjo augti augalai, atsirado ir pirmųjų sausumos gyvūnų – šimtakojų vabzdžių. Tada jau stūksojo 30 m aukščio paparčius primenančių medžių miškai, o jūrose jau plaukiojo rykliai ir daugybė kitokių žuvų. Prieš 250-150 milijonų metų jūrose jau karaliavo pleziosaurai, o sausumoje – dinosaurai. Jie išmirė kartu su amonitais, kurių fosilijų išliko gana daug. Tai buvo maždaug prieš 65 milijonus metų.

Evoliucijai tęsiantis, atsirasdavo vis sudėtingesnių organizmų ir prieš 2 milijonus metų pasirodė pirmieji žmonės, kurie gana greitai paplito beveik po visą planetą.

Dabartinių gyvūnų ir augalų ląstelės yra gana sudėtingos sistemos ir gali būti gana įvairios, skirdamosios vienos nuo kitų savo dydžiu, forma ir funkcine paskirtimi. Pavyzdžiui, žmogaus organizme yra maždaug 100 trilijonų įvairaus dydžio ir įvairių formų ląstelių, iš kurių sudaryta daugybė įvairių organų, tačiau visos tos ląstelės turi gana daug bendrų esminių bruožų.

Visoms ląstelėms (nepriklausomai nuo to, kam jos bepriklaušytų: augalams, gyvūnams ar kitų karalysčių organizmams) būdinga tai, kad jos yra **atviros sistemos ir**

dalyvauja medžiagų apykaitos (metabolizmo) procesuose, įsisavindamos iš aplinkos įvairias medžiagas ir energiją.

Medžiagų apykaitos procesai ląstelėse vyksta per selektyviai laidžią į abi puses **ląstelės membraną**, vadinamą dar ir protoplazmos membrana.

Ląstelės membrana turi baltymų kanalus, riebalų sluoksnius bei riebalų globules ir sudaro savo rūšies maišelį, skiriantį nuo aplinkos drebučių pavidalo suspensiją, vadinamą ląstelės **citoplazma**.

Augalų ląstelės virš protoplazmos membranos turi dar ir kietą **celiuliozės apvaskalą**, per kurio angas palaikomas ryšys su kitomis ląstelėmis. Kietą apvaskalą turi ir vienaląsčiai organizmai, priklausantys prokariotų karalystei ir vadinami bakterijomis.

Gyvūnų ir augalų ląstelių citoplazmoje, stebint elektroniniu mikroskopu, galima pamatyti **ląstelės branduolį**, atskirtą nuo citoplazmos nuosava membrana, o taip pat daug smulkesnių struktūrų (mitochondrijų, lizosomų, ribosomų ir t. t.), vadinamų **organoidais**. Bakterijų ląstelės branduolių neturi.

Ląstelės branduolys yra **ląstelės valdymo centras, o taip pat ir genetinės informacijos saugykla**. Ta informacija genetiniu kodu, vaizduojamu tam tikra nukleotidų seka, užrašyta gyvūnų ir augalų ląstelių branduoliuose esančiose **chromosomose**. Tą informaciją ląstelės naudoja baltymų sintetinimo proceso valdymui ir dauginimosi metu perduoda savo palikuonims – dukterinėms ląstelėms. Chromosomų skaičius įvairių rūšių organizmų ląstelėse gali būti skirtingas, tačiau pastovus tai rūšiai.

Pavyzdžiui, žmogaus ląstelės turi po 23 poras chromosomų – deoksiribonukleino rūgšties (DNR) molekulės grandinių, sudarytų iš nukleotidų. Tose grandinėse užkoduota informacija apie individo požymius: vidinę organizmo sandarą, akių spalvą, kraujo grupę ir t. t. Kiekvienoje poroje viena chromosoma yra paveldėta iš tėvo, kita – iš motinos. Tai reiškia, kad bet kurį vaiko **fenotipo** požymį lemia jo **genotipas**, kuris susiformuoja kaip motinos ir tėvo genų, esančiųjų chromosomose, sąveikos rezultatas.

Iš minėtųjų 23-jų porų viena chromosomų pora yra kitokia – chromosomos joje ne visada vienodo dydžio. Tai – lytinių chromosomų pora. Didesnioji lytinė chromosoma žymima X, mažesnioji – Y. Moteriškojo individo genotipe yra dvi X chromosomos ir tai žymima XX, o vyriškojo – viena X bei viena Y chromosoma ir tai žymima XY.

Vyriškoji gameta (spermatozoidas) ir moteriškoji (kiaušinėlis) susidaro ląstelėms dalijantis, ir kiekvienas spermatozoidas ir kiekvienas kiaušinėlis turi tik po 23 chromosomas. Spermatozoidui susiliejus su kiaušinėliu, gaunama dukterinė ląstelė, turinti jau pilną chromosomų rinkinį: 23 chromosomas iš tėvo ir 23 chromosomas iš motinos. Kai kiaušinėlį apvaisina spermatozoidas, turintis lytinę X chromosomą, gimsta mergaitė, o kai apvaisinantis spermatozoidas turi lytinę Y chromosomą – berniukas. Spermatozoidai, turintys Y chromosomą, yra šiek tiek „vikresni“, todėl apvaisinimo metu dažniau susiformuoja vyriškos lyties gemalas ir, esant normalioms nėštumo sąlygoms, dažniau gimsta berniukai (gimstančių berniukų ir mergaičių santykis vidutiniškai yra artimas 14:13). Tačiau iki senatvės išgyvena daugiau moterų negu vyrų. Pastebėta, kad gimstančių berniukų ir mergaičių skaičių santykis priklauso nuo gyvenimo sąlygų, psichologinės įtampos visuomenėje ir pan., t. y., kad vyksta savotiška **gimstamumo autoreguliacija**, ir tai būdinga ne tik žmonėms, bet ir kitoms populiacijoms. Kitaip tariant, **populiacijos nėra tik paprasti vienos rūšies organizmų rinkiniai, o sistemos, funkcionuojančios pagal tam tikrus dėsnius**.

Bet grįžkime prie gyvūnų ir augalų ląstelės struktūros ir jau minėtų organoidų nagrinėjimo.

Organoidai vadinami **lizosomomis** – tai fermentų prikimšti maišeliai, kurių paskirtis – skaidyti (t. y. „virškinti“) į ląsteles patekusias dideles molekules. Kitaip tariant, lizosomos – tai ląstelės „virškinimo aparatas“.

Kita svarbi ląstelės organoidų grupė – **mitochondrijos**. Tai ląstelės „jėgainės“, nes jos, panaudodamos ląstelės viduje esančias medžiagas, gamina ląstelei reikalingą energiją.

Trečioji ląstelės organoidų rūšis – **ribosomos** – yra smulkūs sferiniai grūdėliai, skirti baltymų sintezavimui. Tos ribosomos, kurios laisvai plūduriuoja citoplazmoje, gamina pačiai tai **ląstelei reikalingus baltymus**, o tos ribosomos, kurios prisitvirtinusios prie **membraninės struktūros**, vadinamos **šiurkščiuoju endoplazminiu tinklu**, sintetuoja **baltymus, siunčiamus iš ląstelės kitur**. Tų baltymų „eksportu“ kaip tik ir užsiima šiurkštusis endoplazminis tinklas.

Kaip vyksta baltymų sintezė ribosomose ir kokią reikšmę toje sintezėje turi deoksiribonukleininės rūgšties (DNR) ir ribonukleininės rūgšties (RNR) molekulės, bus papasakota šiek tiek vėliau.

Ląstelėse yra ir dar taip vadinamas **lygusis endoplazminis tinklas** – membraninė struktūra, susijusi su lipidų (riebalų) gamyba. Riebalai (kaip ir angliavandeniai) reikalingi ląstelei kaip energijos šaltiniai (kaip savo rūšies „kuras“), o taip pat gali būti panaudoti organizme ir kaip tokie statybiniai blokai, kurie, reikalui esant, gali tapti organizmui reikalingos energijos šaltiniais.

Baltymai, kurie, kaip jau buvo minėta, gaminami ribosomose, yra vienas svarbiausių ląstelės ir viso organizmo struktūrinių elementų, be to jie gali veikti ir kaip **fermentai (katalizatoriai)**, spartinantys daugelį ląstelėje vykstančių cheminių reakcijų, kaip **hormonai**, skatinantys viso organizmo bei tų ar kitų organų veiklą. Pastaruoju atveju baltymai prieš jų išvedimą iš ląstelės yra perdirbami. Manoma, kad baltymus į hormonus perdirba ir išveda iš ląstelės trečioji jos membraninė struktūra – taip vadinamasis **Goldžio aparatas**.

Daugumai augalų ląstelių būdingas bruožas yra žalia jų spalva. Taip jas nudažo pigmentas **chlorofilas**, esantis paketuose, vadinamuose **chloroplastais**. Chloroplastai naudoja Saulės energiją ir iš anglies dioksido, gaunamo iš atmosferos, bei vandens, gaunamo per šaknis iš dirvožemio, gamina angliavandenius. Tą procesą, kaip žinome, vadina **fotosinteze**. Tai labai svarbus visai gamtai ir visoms mūsų planetos ekosistemoms procesas, prie kurio šiame skyrelyje dar ne kartą grįšime.

Jau iš to, kas čia pasakyta apie ląstelės sandarą, išplaukia išvada, jog **net pats elementariausias ląstelių organizmų savarankiškas struktūrinis vienetas – ląstelė – yra gana sudėtinga sistema, turinti specifinę sudėtį ir struktūrą**.

Gana sudėtingi ir joje vykstantys procesai. Trumpai apžvelgsime tik **paveldimos genetinės informacijos perdavimo procesus, sintetinant ląstelėje baltymus ir nelytinio ląstelių dauginimosi metu**.

Kaip jau buvo minėta, genetinė informacija, lemianti ląstelės gaminamų baltymų struktūrą, yra užkoduota DNR molekulėse, t. y. ląstelėse esančiose chromosomose. DNR molekulės grandinė yra dviguba spiralė, panaši į susuktas virvines kopėčias su daugybe pakopų. Tas susisukimas yra toks standus, kad DNR grandinės ilgis chromosomoje užima tik apie vieną dešimtatūkstantąją dalį jos tikrojo ilgio.

Tų „kopėčių“ atramos – tai fosfatinių liekanų ir angliavandensio, vadinamo **deoksiriboze**, molekulių grandinės. „Pakopas“ sudaro nukleininės rūgščių bazių poros. Yra keturios azotinės bazės: **adeninas (A), timinas (T), citozinas (C) ir guaminas**

(G). Jų sandara tokia, kad A gali jungtis tik su T, o C – tiks su G. Azotinės bazės, deoksiribozės ir fosfatinės liekanos junginys vadinamas **nukleotidu**. Dėl ką tik minėtosios bazių savybės nukleotidų seka vienoje „kopėčių“ pusėje vienareikšmiškai lemia nukleotidų seką kitoje jų pusėje. Kiekvienos organizmų rūšies nukleotidų seka DNR molekulėse yra būdinga tai rūšiai ir skiriasi nuo kitų rūšių organizmams būdingų nukleotidų sekų jų DNR molekulėse. Todėl kiekvienos organizmų rūšies DNR molekulės turi specifinį kodą, pagal kurį ląstelėse sintetinasi tam tikros struktūros baltymai. Tas kodas yra genuose – DNR molekulių „kopėčių“ segmentuose, kurie susideda iš kelių šimtų ar net tūkstančių „pakopų“. Kadangi kiekviena „pakopa“ yra nukleotidų pora, tai **nukleotidų bazių seka ir sudaro baltymų sintezės kodą, vadinamą genetiniu kodu**.

Genu vadinamas toks DNR molekulės segmentas, t. y. tokia nukleotidų porų seka, kuri koduoja vieną baltymų molekulės polipeptidinę grandinę.

Pati gi baltymo molekulė, kaip jau buvo rašyta 1.9.1.3. skyrelyje, yra ilga amino rūgščių grandinė. Jos sintetinimui reikalingos pačios aminorūgštys, energija ir baltymo molekulės struktūros planas, užrašytas DNR molekulės atitinkamame segmente – gene. Baltymo molekulės sintetavimo procese dalyvauja ribosoma, transportinės RNR, pristatančios aminorūgštis ribosomoms, ir informacinė RNR, perduodanti sintezuojamos baltymo molekulės struktūros kodą iš DNR.

Aminorūgštys ir energija, kurios reikalingos baltymui sintetinti, patenka į ląstelę per protoplazmos membrana su maistu. Citoplazmoje su aminorūgštimis jungiasi ribonukleininės rūgšties molekulės – **transportinės RNR**, kurių paskirtis – gabenti aminorūgštis prie ribosomos, kurioje sintetinasi baltymo molekulė.

Kad ribosoma „žinotų“, kokią struktūrą privalo turėti ta sintetinama molekulė, tam tikras DNR genas perduoda **informacinei RNR molekulėi** baltymo sintezės planą: dalis DNR „kopėčių“ laikinai atsivynioja, jo „pakopos“ toje vietoje per vidurį prasiskiria ir viena prasiskyrusių DNR „kopėčių“ grandinės dalis tampa šablonu (matrica), pagal kurį prasideda informacinės RNR molekulės sintezė.

Informacinės RNR molekulės cheminė sudėtis panaši į DNR molekulės sudėtį, tik RNR molekulę sudaro ne dvi, o viena nukleotidų grandinė, be to vietoj deoksiribozės į jos sudėtį įeina angliavandenis **ribozė** (todėl tokia molekulė ir vadinasi RNR, o ne DNR), o vietoj timino (T) bazės – **uracilo (U)** bazė.

Pasigaminusios informacinės RNR struktūra atitinka DNR „kopėčių“ prasiskyrusios dalies struktūrą, ir todėl informacinė RNR, nukeliaudama prie ribosomos, perneša informaciją apie sintezuojamo baltymo struktūrą iš DNR ribosomai: pagal informacinę RNR, kaip pagal modelį, iš transportinių RNR atgabentų aminorūgščių sintetinasi reikalingas baltymas.

Transportinės RNR molekulės, prisijungusios (kiekviena savąją) aminorūšį, nuneša jas į atitinkamą vietą ant atvykusios prie ribosomos informacinės RNR molekulės – baltymų sintezės šablono. Vieną aminorūgštį RNR molekulėje koduoja trijų nukleotidų derinys (tripletas), vadinamas **kodonu**. Pagal jį ir parenkama atitinkama aminorūgštis ir jos vieta sintezuojamame baltyme.

Kadangi yra keturios nukleininės rūgščių azotinės bazės, tai gali susidaryti $4^3=64$ skirtingi tripletai, t. y. žymiai daugiau negu, atrodo, reikėtų, nes baltymuose yra tik 21 aminorūgštis. Todėl kai kurias aminorūgštis koduoja ne vienas, o keli kodonai. Kai kurie kiti kodonai, matyt, reguliuoja genų veiklą.

Sintetinantis baltymams, informacinės RNR molekulės grandinė slenka ribosoma, o atitinkamos transportinės RNR, prisijungusios savąsias aminorūgštis, įsiskverbia į ribosomą, informacinės RNR grandinėje atpažįsta savus tripletus,

atpalaiduoja aminorūgštis, ir pastarosios jungiasi viena prie kitos informacinės RNR molekulės nukleotidų grandinę atitinkančia tvarka.

Susintetinti baltymai būna arba **struktūriniai** (pavyzdžiui, kalogenas, kurio yra odoje, ir kiti) arba **funkciniai** (pavyzdžiui, įvairūs fermentai).

Genus veikti (t. y., sintetinti ir siųsti reikalingas informacines RNR molekules) **paskatina hormonai**, o kiti cheminiai junginiai – **kistonai** – **išjungia genų veiklą** ir stabdo baltymų gamybą.

Ląstelei dalinantis į dvi dalis nelytinio dauginimosi metu, DNR molekulės „kopėčios“ prasiskiria ir DNR molekulė pasidalina į dvi dalis. Fermentui polimerazai veikiant, sintetamos dvi naujos tų „kopėčių“ pusės. Kiekviena dukterinė ląstelė gauna po vieną seną ir po vieną naują DNR grandinę. Naujosios grandinės nukleotidų seka dukterinėje ląstelėje, jei neįvyko kokių nors mutacinių pakitimų (pavyzdžiui, veikiant stipriai radiacijai), yra tokia pati, kaip ir atitinkamoje senosios DNR grandinėje motininėje ląstelėje. Taip perduodama genetinė informacija naujajai ląstelių kartai nelytiniu būdu.

Apie tai, kaip genetinė informacija perduodama lytiniu būdu, jau buvo aprašyta šiame skyrelyje šiek tiek anksčiau, kalbant apie žmogaus gametų – spermatozoidų ir kiaušinėlių – susiliejamą.

Po šios trumpos apžvalgos, skirtos gyvybės apibrėžimo ir jos atsiradimo problemoms, o taip pat ląstelių sandarai ir funkcionavimui, t. y., kai kurioms elementarioms žinioms iš mikrobiologijos kurso, pratęsiančioms 1.9.1. poskyrio tipinių struktūrų apžvalgą bei permetančioms tiltuką tarp negyvosios ir gyvosios materijos, jau galima pereiti prie grynai ekologinių problemų.

Ekologijoje mūsų planetos gyvieji organizmai nagrinėjami **šešiuose lygmenyse**: 1) atskirų individų, 2) jų populiacijų, 3) ekologinių bendrijų, 4) ekosistemų, 5) biomų ir 6) biosferos lygmenyse.

Individais vadinami atskiri vienaląsčiai ir daugialąsčiai gyvieji organizmai, tame tarpe ir atskiri virusai, nors pastarieji ir neturi ląstelinės struktūros. Individai ekologijoje jau nebedekomponuojami į smulkesnes dalis, paliekant individo vidinės sandaros ir funkcionavimo nagrinėjimą biologijai ir mikrobiologijai.

Antrąjį lygmenį sudaro **populiacijos** – tos pačios biologinės rūšies individų grupės, gyvenančios tam tikroje kompaktinėje teritorijoje. **Biologinę rūšį** apibrėžia požymis, kad tai pačiai biologinei rūšiai priklausantys individai turi tuos pačius bendruosius biologinius požymius ir todėl gali tarpusavyje kryžmintis, sulaukdami vaisingų palikuonių, priklausančių tai pačiai biologinei rūšiai, t. y. galinčių vėl tarpusavyje kryžmintis ir turėti vaisingų palikuonių, pratęsiančių tos rūšies ir tos populiacijos egzistavimą.

Tretįjį lygmenį sudaro gyvųjų organizmų **bendrijos**, t. y. tam tikroje vietoje gyvenančios gyvųjų organizmų populiacijos, priklausančios vienam **mitybos tinklui**. Kitaip tariant, gyvųjų organizmų bendriją sudaro gyvieji organizmai, gyvenantys tam tikroje kompaktiškoje teritorijoje (tos bendrijos **areale**) ir surišti vieni su kitais **mitybos santykiais**: vieni tos bendrijos organizmai yra kitų tos bendrijos organizmų maistas. Pavyzdžiui, žalieji augalai, sintezuodami angliavandenius ir kitas medžiagas, yra maisto žolėdžiams gyvūnams gamintojai, o žolėdžiai gyvūnai tampa maistu plėšriesiems (mėsėdžiams) bei visaėdžiams gyvūnams, kurie savo eile gali tapti maistu dar stipresniems gyvūnams. Žuvę augalai ir gyvūnai bei jų išmatos gali tapti maistu ne tik maitėdžiams gyvūnams, bet ir įvairiems detrito vartotojams, vadinamiems skaidytojais (reducentais), t. y. įvairiems kirminams, šliužams, vėdarėliams ir t. t. bei įvairių rūšių bakterijoms. Visi tokie organizmai, priklausydami savo populiacijoms, būdami surišti mitybos santykiais į mitybos grandines, besijungiančiomis į bendrą tam

tikram arealui mitybos tinklą, ir sudaro ekologinę gyvųjų organizmų bendriją. Vienos ir tos pačios populiacijos gyvūnai gali dalyvauti net keliose mitybos grandinėse ir be to net skirtinguose įvairių mitybos grandinių lygiuose, bet, priklausydami bendram mitybos tinklui, priklauso ir vienai ekologiškai bendrijai. Žinoma, arealo ir ekologinės bendrijos sąvokos yra gana reliatyvios, nes reliatyvios yra arealo ribos, todėl ir kai kurių gyvųjų organizmų priskyrimas tam ar kitam arealui taip pat gali būti gana reliatyvus.

Ketvirtąją lygmenį sudaro taip vadinamos **ekosistemos siaurąja prasme**. Jos gaunamos, sujungiant ekologines bendrijas su jų areale esančia visa negyva aplinka: dirvožemiu, vandens telkiniais, atmosfera, esančiais tame areale žmogaus veiklos dariniais (pastatais, sąvartynais, atmosferos, vandens telkinių ir dirvožemio tarša), iš Saulės atskleidžiančia energija, Žemės vulkaninės veiklos padariniais ir į mūsų planetą atklystančių iš kosminės erdvės meteoritų bei kosminių spindulių poveikiais. Kadangi arealo sąvoka yra reliatyvi, tai ir ekosistemos siaurąja prasme ribos nėra griežtai apibrėžtos, o yra tam tikro susitarimo rezultatas, kaip, pavyzdžiui, susitarimo rezultatas yra rajonų, apskričių ribos, valstybių sienos ir pan. Tačiau tai nereiškia, kad ekologinės bendrijos ir ekosistemos sąvokos neturi objektyvaus turinio ir praktinės reikšmės. Jų įvedimas tikslingas todėl, kad naudojantis jomis, visos mūsų planetos gana sudėtinga **ekosistema plačiąja prasme**, kitaip vadinama dar ir **biosfera**, gali būti dekomponuota į smulkesnes dalis, o tai žymiai palengvina visos biosferos nagrinėjimą.

Panašią pastabą galima ir reikia padaryti taip pat ir **penktojo lygmens** atžvilgiu, kurį sudaro **biomai** – stambios ekosistemos, kurios egzistuoja tam tikrose stambiose geografinėse zonose (pavyzdžiui, tuose ar kituose kontinentuose bei jų dalyse), kurioms būdingos panašios geografinės ir klimatinės sąlygos. Biomo sąvoka irgi nėra griežtai apibrėžta, todėl vieni ekologai bei geografs išskiria vienus biomus, kiti – šiek tiek kitus, treči – dar šiek tiek kitokius. Galima tikėtis, kad ilgainiui įvairios nuomonės šiek tiek susivienodins ir nusistovės vieninga visos biosferos skirstymo į biomus sistema. Dabar gi čia aš tik pateiksiu keletą biosferos skirstymo į biomus pavyzdžių.

Eilėje knygų, nagrinėjančių ekologines bei geografines problemas, galima rasti tokius biomų pavadinimus: 1) tundra, 2) taiga, 3) vidutinio klimato miškas bei retmiškiai, 4) vidutinio klimato stepė, 5) savana, 6) kalnai, 7) dykuma, 8) skrebas, t. y. atsparūs sausrui brūzgynai, 9) drėgnieji atogrąžų miškai, 10) subtropikų miškai.

Kitose knygose išskiriami kai kurie tie patys, tačiau tuo pačiu metu nurodomi ir kai kurie jau kitokie biomai bei jų pavadinimai: 1) tundra ir ledynai, 2) spygliuočiai miškai, 3) lapuočiai miškai, 4) vidutinės juostos miškai ir miškeliai, 5) stepės ir savanos, 6) dygliuotųjų medžių retmiškiai, 7) sausakrūmiai (skrebai) ir dykumos, 8) musoniniai miškai, 9) visžaliai medžiai ir krūmai, 10) drėgnieji tropiniai miškai.

Trečioje grupėje knygų išskiriami tokie biomai: 1) sniegynai ir ledynai, 2) tundra, 3) kalnai, 4) spygliuočiai miškai, 5) vasaržaliai miškai, 6) vidutinių platumų stepės, 7) savanos, 8) makvis (t. y. teritorijos aplink Viduržemio jūrą ir Pietų Australijoje, kur žiemos – šiltos ir drėgnos, o vasaros – karštos), 9) dykumos, 10) drėgnieji atogrąžų miškai.

Yra dar ir kitokių skirstymo į biomus būdų, pavyzdžiui: tundra, spygliuočių miškai, lapus metantys miškai, vidutinės juostos stepės, ganyklos ir ariamoji žemė, savana, pelkės, dykumos, tropiniai miškai ir pan.

Žodžiu, biomo sąvoka, nors ir turi, atrodo, gana aiškų objektyvų pagrindą, dar nėra pakankamai apibrėžta ir kol kas vis dar priklauso nuo individualios kai kurių ekologų bei biologų nuomonės bei nuo priimtų įvairiose jų grupėse susitarimų.

Jei būtume pakankamai nuoseklūs ir nagrinėtume visą biosferą, o ne tik sausumos teritoriją, tai turėtume atsižvelgti ir į vandenynuose bei gėluose vandenyse egzistuojančių ekosistemų savitumus ir ten esančių sąlygų ypatumus. Juk ir ten galima išskirti zonas, turinčias panašias ekologines sąlygas, o todėl ir panašią augmeniją bei gyvūniją. Kartais tos zonos (kaip pavyzdžiui, koralų rifai arba estuarijos, t. y. vietos, kur upių žiotyse susiduria gėlieji ir sūrieji vandenys ir kur potvynių bei atoslūgių metu tie vandenys keičia vieni kitus, ir pan.) net neturi vientisos teritorijos, tačiau turi daug bendrų bruožų, atspindinčių ir tų zonų augmenijoje bei gyvūnijoje. Be to vandenynuose gyvųjų organizmų pasiskirstymas gana stipriai priklauso ir nuo gylio: eufotinės zonos (iki 150 m. gylio) augmenija ir gyvūnija skiriasi nuo mezopelaginės zonos (150-1000 m.), o ši – nuo batipelaginės zonos (1000-3000 m.) ir tuo labiau – nuo abisalinės zonos (virš 3000 m.). Jūros dugne gyvenantys plėšrūnai ir maitėdos (bentosos) žymiai skiriasi nuo paviršiuje plūduriuojančio fitoplanktono ir zooplanktono.

Šeštąjį lygmenį sudaro jau minėtoji visą mūsų planetos paviršių aprėpiančioji **ekosistema plačiąja prasme, vadinama biosfera**. Lyginant su visa Žemės pluta bei mūsų planetą supančia stratosfera, biosfera yra palyginti plonas Žemės paviršių gaubiantis stratosferos sluoksnis, kuriame egzistuoja gyvybė. Patogumo dėlei, kaip jau buvo minėta, biosfera yra dekomponuojama į biomas bei atskiras mažesnes ekosistemas siaurąja prasme. Jose ekologai išskiria ekologines bendrijas, susidedančias iš atitinkamuose mitybos tinkluose dalyvaujančių populiacijų, kurias savo ruožtu sudaro tai pačiai biologinei rūšiai priklausantys organizmai – individai.

Biosferą galima nagrinėti ne tik „nuo viršaus į apačią“, ją dekomponuojant į vis smulkesnes dalis nuo biomų iki atskirų individų, t. y., naudojantis **analizės metodu**, bet ir „iš apačios į viršų“, t. y., **sintezės metodu**.

Sisteminė sudėtingų sistemų analizė ir modeliavimo bei projektavimo metodologija, kurios principai bus išdėstyti antrojoje šios mokymo priemonės dalyje, laiko abu tuos metodus vienas kitą papildančiais ir jungia juos į vieną – **sisteminės analizės ir sisteminio modeliavimo metodą**, kurį taikant vadovaujamasi ir **terminaline**, besiremiančia objektyviais dėsniais, ir **teleologine**, besiremiančia organizuotų sistemų poreikių, tikslų bei funkcijų išsiaiškinimu, **metodologijomis**, nes gyvųjų organizmų ir iš jų sudarytų sistemų funkcionavimo nagrinėjimui ir suvokimui vien tik terminalinės metodologijos, susiformavusios nagrinėjant reiškinius negyvojoje gamtoje, jau nebepakanka.

Pagrindiniai santykiai tarp gyvųjų organizmų, kuriuos nagrinėja ekologija, yra mitybos santykiai, nes organizmams jų gyvybės palaikymui ir perdavimui ateinančioms kartoms, reikia energijos ir „statybinių medžiagų“, kurias jie kaip tik ir gauna iš aplinkos mitybos plačiąja prasme, suprantamos kaip medžiagų apykaitos ir metabolizmo procesai (žiūr. 1.6.4.1. skyrelį), metu.

Mitybos procesų atžvilgiu gyvieji organizmai skirstomi į **tris grupes**: 1) producentus, arba gamintojus, 2) konsumentus, arba vartotojus, 3) reducentus, arba skaidytojus.

Producentais (gamintojais) vadinami organizmai, kurie patys gali pasigaminti sau maisto (ir tuo atžvilgiu yra **autotrofai**) bei būti maistu kitiems. Tai augalai ir kai kurių rūšių bakterijos.

Konsumentais (vartotojais) vadinami organizmai, kurie patys pasigaminti sau organinių medžiagų iš neorganinių nesugeba, o minta kitais organizmais, sudarytais iš organinių medžiagų. Vartotojai gali būti pirminiai, antriniai, tretiniai ir t. t.

Pirminiai vartotojai – tai žolėdžiai gyvūnai. Jie vartoja augalų pagamintas organines medžiagas ir kaip savo gyvybės palaikymui reikalingos energijos šaltinį, ir

kaip savo organizmui reikalingų „statybinių bloką“ gamybai reikalingų medžiagų šaltinį.

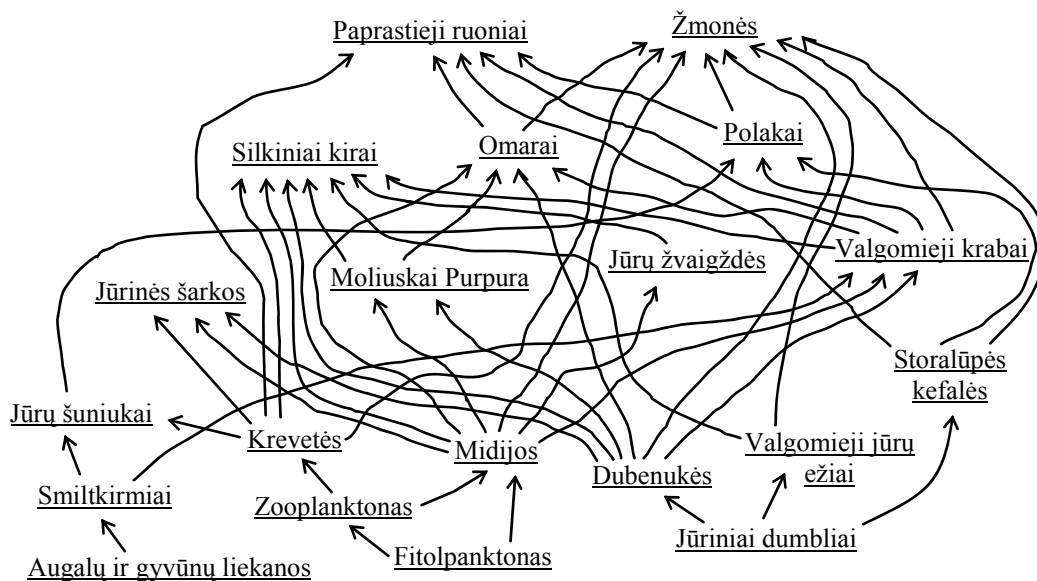
Antriniais vartotojais laikomi mėsėdžiai gyvūnai, kurie minta pirminiais vartotojais – žolėdžiais gyvūnais. Kai kurie antriniai vartotojai gali būti ir pirminiais vartotojais, t. y. gali vartoti ne tik gyvulinės, bet ir augalinės kilmės maistą, kitaip tariant, gali būti **visaėdžiais gyvūnais**.

Tretiniais vartotojais vadinami plėšrūnai, kurie maitinasi antriniais vartotojais. Kai kurie vartotojai, būdami tretiniais vienos mitybos grandinėse, gali būti antriniais ar net pirminiais kitose mitybos grandinėse. Todėl ekologinių bendrijų, sudarančių ekologines sistemas siaurąja prasme, mitybos tinklai gali būti gana sudėtingi (žiūr. 329 pav., kuriame pavaizduota tik dalis mitybos ryšių).

Toks mitybos tinklų sudėtingumas turi savo ekologinę prasmę: būtų pernelyg rizikinga priklausyti tik nuo vienos rūšies gyvūnų, nes dėl kokios nors priežasties žymiai sumažėjus jų skaičiui, išnykimo grėsmė iškiltų ir jais mintantiems gyvūnams.

Reducentais (skaidytojais) vadinami organizmai, kurie suskaido taip vadinamąjį detritą (jau negyvų augalų ir gyvūnų bei jų liekanų audinius, o taip pat gyvūnų išmatas) į paprastesnes medžiagas. Pradžioje detritą perdirba stambesni **detritaėdžiai gyvūnai**: vėdarėliai, sliekai, šliužai, sraigės, šimtakojai, paduros, o po to jį dar kartą į dar paprastesnius cheminius junginius perdirba įvairūs **grybai ir bakterijos**. Tokius paprastus cheminius junginius, tapusius mineralinėmis medžiagomis, tirpstančiomis vandenyje, jau gali įsisavinti augalų šaknys, o augalai, jungdami jas su jų lapuose susintetintais angliavandeniais, vėl perdirba tas medžiagas į organines, tinkančias pirminių vartotojų maistui. Taip užsidaro vienas medžiagų apykaitos ciklas ir prasideda naujas.

Kai kuriuos to ciklo elementus galima rasti ir 329 pav.: gamintojus atstovauja fitoplanktonas ir jūriniai dumbliai, pirminius vartotojus – dubenukės, valgomieji jūrų ežiai, zooplanktonas bei tokios žuvys kaip storolūpės kefalės. Midijos gali būti priskirtos ir prie pirminių ir prie antrinių vartotojų, o krevetės – prie antrinių. Kildami 329 pav. pavaizduotu mitybos tinklu aukštyn, rasime ne tik antrinius, bet ir tretinius, ir net ketvirtinius vartotojus. Detritą šiame paveikslėlyje atstovauja augalų ir gyvūnų liekanos, kuriomis minta tokie stambesniųjų detritaėdžių atstovai kaip smiltkirmiai, kurie patys tampa tokių žuvų kaip jūrų šuniukai maistu. Jūrų šuniukais minta kitos, jau stambesnės, žuvys, vadinamos polakais, kurios tinka ir žmonių maistui, taip pat kaip ir kitos žuvys – storolūpės kefalės, kurios neretai tampa ir polakų grobiu. Smiltkirmiais minta ir valgomieji krabai, kurie patys gali tapti ir polakų, ir omarų, ir ruonių, ir žmonių maistu. Smulkieji skaidytojai – bakterijos – 329 pav. neparodyti, kaip neparodyta ir daugybė kitų mitybos ryšių bei mitybos grandinių. Juk, pavyzdžiui, žmogus minta ne tik tuo, kas parodyta 329 pav. Žmogus yra visaėdis gyvūnas ir įeina į daugybę mitybos grandinių ir kaip pirminis, ir kaip antrinis, ir kaip tretinis ir t. t. vartotojas.



329 pav.

Žmogus, būdamas protingu gyvūnu, sugebėjo ne tik būti vartotoju, bet, pasitelkęs chemijos ir kitus mokslus, tapti taip pat – ir gamintoju, ir skaidytoju (tiesa, ne savo kūne, o cheminiuose bei kituose prietaisuose), išmoko valdyti kai kuriuos biologinius procesus. Tuo žmogus išsiskyrė iš visų kitų mūsų planetos organizmų.

Tiesa, pasitaiko kartais ir tokių organizmų, kurie prisitaikę būti ir gamintojais ir vartotojais. Pavyzdžiui, egzistuoja tokie augalai kaip saulašarė, diomėja ir dar eilė kitų, kurie gali misti vabzdžiais ir todėl vadinami augalais – vabzdžiaėdžiais. Pažymėtina, kad diomėja kartais „užkandžiauja“ net varlėmis. Taigi, kartais būna ir taip, kad gyvieji organizmai, stengdamiesi išgyventi, pasirenka (ar susikuria) sau tokią ekologinę nišą, kad tampa ne taip jau paprasta nuspręsti, kuriai grupei (gamintojų ar vartotojų) juos derėtų priskirti. Panašiai galima pasakyti ir apie kai kuriuos skaidytojus, kurie minta ne tik detritu, bet ir gyvais augalais bei jų dalimis, ir tokiu būdu tampa vartotojais. Be to detritą gali vartoti kaip maistą ne tik tradiciniai skaidytojai, bet ir dvėseliena mintantys paukščiai – sanitarai, o batipelaginėje jūrų ir vandenynų zonoje (1000-3000 m. gylio) pasitaiko detritu mintančių žuvų. Kai kurioms grybų rūšims gali būti būdinga ne tik **saprofitinė**, bet ir **epifitinė** bei **parazitinė mityba**, t. y. kai kurie grybai gali misti ne tik detritu, bet ir gyventi ant gyvų augalų bei gyvūnų. Epifitinė mityba gali būti būdinga ne tik grybams ir samanoms, bet ir tokiems stambiams augalams kaip bromelija.

Pasitaiko ir **simbiozės** bei **mutualizmo** reiškinių. Simbiozės pavyzdžiu gali būti kerpės – organizmai susidedantys iš dumblių ir grybų. Tarp šių organizmų kadaise buvęs ryšys galėjo būti ir parazitinis, tačiau dabartiniu metu šie organizmai padeda vienas kitam išgyventi atšiauriomis sąlygomis. Mutualizmo pavyzdžiu gali būti ryšiai tarp koralinio polipo aktinijos, turinčios nuodingus čiupiklius, ir žuvies, vadinamos klounu. Aktinija, savo nuodingais čiupikliais apsaugo klouną, kurio tie čiupikliai nedilgina, ir gauna žuvies nesuėstų maisto likučių.

Iš viso to, kas čia pasakyta, išplaukia, kad santykiai tarp organizmų nėra taip paprasti, kaip galėtų atrodyti iš pirmo žvilgsnio, tik ką susipažinus su producentų, konsumentų ir reducentų sąvokomis, nors, žinoma, pagrindinė mitybos grandinių ir mitybos tinklų susidarymo schema išlieka. Kai kurios čia išvardintos lyg ir išimtinės

situacijos atsirado **ekologinių sistemų evoliucijos eigoje**, organizmams susirandant bei susikuriant ekologines nišas, leidžiančias jiems išgyventi.

Ekologinės nišos – „funkcinės organizmo padėties bendrijoje“ – sąvoką į ekologijos mokslą vienas pirmųjų įvedė britų biologas Čarlsas Eltonas (Charles Elton, 1900-1991), kuriam Didžiojoje Britanijoje buvo suteiktas „ekologijos tėvo“ titulas. **Ekologinė niša – tai tam tikra vieta ekosistemos struktūroje, apibrėžiama tą vietą užimančių organizmų vykdomomis funkcijomis ekosistemoje ir jų santykiais su kitomis tos sistemos populiacijomis, užimančiomis savas ekologines nišas.** Ekologinės nišos specifika leidžia kai kurioms populiacijoms išvengti žiaurios konkurencijos dėl maisto ir buveinės ar bent sušvelninti tą konkurenciją taip, kad užėmusi tą ekologinę nišą populiacija sugeba išgyventi kitų (kartais žymiai stipresnių) populiacijų apsuptyje.

Įdomu (o sistemotyros mokslui ir gana svarbu), kad **skirtingose ekosistemose gali susidaryti analogiškos ekologinės nišos, kurias užėmę organizmai, net ir nebūdami giminingi, o kartais turėdami net ir labai skirtingas vidines sandaras, evoliucijos eigoje vykdydami panašias funkcijas, bent jau išoriškai supanašėja.** Tokį reiškinį vadina **konvergencine evoliucija** (kartais dar ir „analogiškąja evoliucija“). Pavyzdžiui, Australijos sterbliniai kurmiai išoriškai labai panašūs į mums įprastus placentinius kurmius bei į Afrikoje gyvenančius auksinius kurmius, taip pavadintus dėl jų kailiukų spalvos. Tą patį galima pasakyti apie sterblinius Australijos kiškius ir mums gerai žinomus (plačiai paplitusius visuose kituose žemynuose, išskyrus Antarktidą) placentinius kiškius. Įdomu ne tik tai, kad šie **gyvūnai, užimdami funkcionaliai panašias ekologines nišas, tapo išoriškai panašiais, o ir tai, kad skirtingose ekosistemose, sudarytose iš labai skirtingos vidinės sandaros organizmų, atsirado analogiškos ekologinės nišos.**

Žinoma, būna ir taip, kad **skirtingose ekosistemose susiformuoja ir tokios organizmų populiacijos, kurios neturi analogų kitose ekosistemose.** Pavyzdžiui, Australijoje gyvenantys ančiasnapiai ir echidnos – vieninteliai kiaušinius dedantys žinduoliai.

Iš viso, kas čia pasakyta apie populiacijas, ekosistemas, ekologines nišas ir apie gyvųjų organizmų evoliuciją, kuri vyksta veikiant paveldimos informacijos perdavimo „mechanizmams“, organizmų mutacijos reiškiniams ir organizmų atrankos procesams, galima padaryti išvadą, kad **į populiacijas ir ekologines bendrijas, o taip pat ir į pačias ekosistemas reikėtų žiūrėti ne tik kaip į evoliucionuoti sugebančių organizmų, patalpintų į tam tikras aplinkas, rinkinius, bet ir į kaip pirmojo tipo sistemas – savo rūšies „supraorganizmus“, kuriems taip pat būdingi evoliucijos reiškiniai.**

Ekosistemos susikuria ne iškart. Per daugelį metų gyvieji organizmai, prisitaikydami prie aplinkos sąlygų ir prie sąlygų, kurios susidaro jų pasirinktose ekologinėse nišose, evoliucijos dėka keičiasi, keisdami ir pačią ekosistemą ir toje ekosistemoje gyvenančių populiacijų aplinką ir jų santykius bendrijoje, o tuo pačiu – ir pačią bendriją. Amerikiečių ekologas Frederikas E.Klementsas (Frederic E.Clements, 1874-1926), tyrinėdamas tam tikrų plotų augalijos pokyčius, atskleidė, kad **kiekvienoje geografinėje zonoje augalai keičia vienas kitą tam tikra tvarka, vystydamiesi specifinės, tai zonai būdingos, „klimaksinės“ augalijos link.**

Pavyzdžiui, veją ilgesniam laikui palikę likimo valiai, pastebėsime, jog joje prisiveis piktžolių. Užaugę aukštesni augalai ilgainiui užgoš žolę ir greit vietoj vejės turėsime jau atvašyną, o po to – ir mišką. Bet kurioje pasaulio vidutinio klimato juostoje be priežiūros palikta veja laikui bėgant virsta mišku. Toliau pokyčiai jau

nebevyksta, nes mišką sudaro „klimaksinė augalija“. Augalijai keičiantis, ekosistemoje keičiasi ir gyvūnija, artėdama prie **pusiausvyrinės būsenos, vadinamos klimaksine**.

Pasikeitimai ekosistemoje, kai vieno tipo bendrija keičia kitą, vadinami **bendrijų kaita, arba sukcesijomis**. Stebėdami sukcesijas, vykstančias išdegintame lauke ar užtventkame tvenkinyje, mes pastebėsime, kad jos veda toms ekosistemoms būdingų klimaksinių būsenų link. Visa tai rodo, kad **ekosistemų evoliucijai būdingi tam tikri dėsniai ir tų dėsnių atskleidimas bei panaudojimas – vienas iš ekologijos mokslo tikslų. Šie dėsniai įdomūs bei svarbūs ir sistemos tyros mokslui**.

Kartais klimaksinė būsena ekosistemoje gali būti nepasiekta dėl tam tikrų veiksnių. Pavyzdžiui, stiprūs vėjai arba labai žema temperatūra gali sutrukdyti bendrijai pasiekti klimaksinę stadiją. Svarbų vaidmenį gali suvaidinti ir biologiniai veiksniai. Kai kurios pievos miškuose už ilgalaikį savo gyvavimą turėtų būti dėkingos jose gyvenantiems graužikams. Nuėsdami naujus ūglius, šie gyvūnai neleidžia įsikurti aukštesniems už pievoje augančią žolę kitų rūšių augalams ir tokiu būdu palaiko esantį status quo šioje ekosistemoje.

Neatsargi žmogaus veikla neretai pažeidžia nusistovėjusią gamtoje pusiausvyrą. Kai viename Šiaurės Amerikos pakrantės ruože mokslininkai išgaudė visas plėšriąsias jūrų žvaigždes, mitybos tinklą pradžioje sudarė 15 skirtingų rūšių. Per tris mėnesius jūrų gilės, kuriomis mito jūrų žvaigždės, okupavo tris ketvirtadalius viso ploto. Po metų iš 15 rūšių liko tik aštuonios. Tose vietose išnyko moliuskai dubenukės, nors jos anksčiau buvo jūrų žvaigždžių grobis, nes jūrų gilės užėmė visus uolų paviršius, išstumdamos pagrindinį dubenukų mitybos šaltinį – dumblius.

Panašiai atsitiko su elnių bandomis, kai buvo išnaikinti tais elniais mintantys vilkai, kurie vykdė savo rūšies sanitarų funkcijas ir ribojė elnių bandų augimo tempus.

Kai 1944 m. Šv. Motiejaus saloje, kurioje nebuvo pavočių elniams plėšrūnų, buvo aklimatizuota nedidelė šiaurinių elnių grupė, susidedanti iš 27 individų, tai per 20 metų elnių populiacija šioje saloje išaugo iki 6000. Tačiau po sunkios žiemos 1963 m. pabaigoje saloje liko tik 42 elniai, nes buvo beveik išnaikintas įprastas elnių maistas – kerpės. Elnių populiacijos, paliktos be plėšrūnų, augimas buvo peržengęs saloje esančių maisto išteklių leidžiamus tempus, ir pažeista ekologinė pusiausvyrą neišvengiamai turėjo privesti ir privedė prie krizės.

Grįšime prie mitybos tinklų ir panagrinėsime energijos perdavimo procesus mitybos grandinėse.

Pirminis energijos šaltinis, palaikantis gyvybę Žemėje, yra Saulė, t. y. ta Saulės spinduliavimo energijos dalis, kuri pasiekia mūsų planetą. Tačiau **tik mažytė tos energijos dalis panaudojama organinių medžiagų gamybai**. Apie pusę Žemės atmosferą pasiekusios energijos sugeria ir išsklaido pati atmosfera. Iš likusios pusės tik apie ketvirtadalį tenka fotosintezai, nes labai ilgos ir labai trumpos bangos, priklausančios infraraudonajai ir ultravioletinei Saulės spektro daliai, negali būti įsisavintos augalų ląstelėse esančiuose chloroplastuose, kad, naudojantis ta energija, iš anglies dioksido ir vandens būtų galima gaminti angliavandenius. Tačiau ir tos energijos tik mažą dalį sugeria augalai, nes žalioji planetos danga sudaro tik nedidelę dalį viso jos paviršiaus, o be to ne visi spinduliai, pasiekę tą dangą yra sugeriami. Pavyzdžiui, stepėse augalai suvartoja fotosintezai tik apie 0,4 % visos atsklindančios iš Saulės energijos, miškuose – iki 1 %, o vandenynuose – tik apie 0,01 %. Žmonija, ieškodama energijos šaltinių, privalo išmokti pilniau ir efektyviau panaudoti Saulės energiją.

Tai, kiek kilodžaulių energijos kasmet vidutiniškai pagamina 1 m² paviršiaus kai kuriuose biomuose, vaizduoja 122-ji lentelė.

122. lentelė

Sąlyginis biomas (ekosistema)	Vidutinė metinė pirminė produkcija (kJ/m ²)
Dykuma, uolos ir ledas	60
Dykumų krūmokšniai	1320
Valstiečių smulkus ūkis	1528
Atviras vandenynas	2420
Arktinė ir alpinė tundra bei viržynai	2650
Kontinentinis šelfas (vandenynų priekrantė)	6620
Vidutinio klimato stepės	9240
Ežerai, upės ir upokšniai	9450
Vidutinio klimato miškai ir krūmynai	11240
Intensyvus žemės ūkis	12290
Šiaurės spygliuočių miškai	13100
Atogrąžų savana	13440
Subtropikų miškai	22210
Atogrąžų pelkės	35280
Atogrąžų estuarijos ir dykumų sąžalynai	35280
Drėgnieji atogrąžų miškai	36160

Šioje lentelėje pateikta informacija svarbi ne tik ekologiniu atžvilgiu, nes rodo, kur mūsų planetoje pagaminama daugiausia organinių medžiagų bei į atmosferą išskiriama daugiausia deguonies, ir turėtų atkreipti žmonijos dėmesį į tai, kad, greito pasipelnymo tikslais intensyviai naikindami tų vietovių augmeniją, mes naikiname visos mūsų planetos „plaučius“, t. y. kertame šaką, ant kurios patys sėdime, bet ir ekonominiu atžvilgiu, nes akivaizdžiai rodo, kuria linkme turėtų vystytis (ir vystysis, norime mes to, ar ne) žemės ūkis. Įdomu, ar buvo į tai atsižvelgta, kuriant mūsų respublikoje žemės ūkio reformos programą? Atsakymą ir iš jo išplaukiančias išvadas, manau, sugebės suformuluoti pats skaitytojas, paanalizavęs žemės ūkio politiką mūsų valstybėje per pirmąjį atkurtos nepriklausomybės dešimtmetį.

Pirminė organinė medžiaga, fiksuojanti Saulės energiją žaliuose augaluose, gaminama jų ląstelėse, kuriose, kaip jau buvo minėta, yra chloroplastų, sugebančių sugerti raudonuosius ir melsvai violetinius spindulius ir atspindėti žaliuosius, dėl ko augalai mums ir atrodo žali. Chloroplastai Saulės energijos sąskaita iš anglies dioksido, kurį augalai per savo lapus paima iš atmosferos, ir iš vandens, kurį augalai per savo šaknis ir karnieną paima iš dirvožemio, sintetuoja angliavandenius.

Augalų ląstelėse yra ne tik chlorofilo, bet ir kitų pigmentų, atspindinčių jau ne žalią, bet geltoną, oranžinę, raudoną, rudą ir kitų spalvų šviesą. Šie pigmentai, vadinami karotinoidais, sugeria melsvai violetinę spektro dalį. Pavasarį ir vasarą karotinoide lapuose užgožia chlorofilas, tačiau rudenį, chlorofilui suirus, lapuose galime pamatyti spalvas, atitinkančias karotinoidų atspindimas šviesos bangas.

Dalis angliavandenių augalams reikalinga jų gyvybei palaikyti, dalis jų sujunginama su mineralinėmis medžiagomis, gaunamomis tirpalų pavidalu per šaknis ir karnieną iš dirvožemio, ir tokiu būdu perdirbama į sudėtingesnius organinius junginius (baltymus, riebalus), dar kita dalis kaupiama kaip maisto ir energijos atsargos įvairiose augalų dalyse: šaknyse, šakniastiebiuose, stiebagumbiuose, svogūnėliuose, vaisiuose.

Dalis augalų tampa maistu, t. y., energijos ir „statybinių medžiagų“ šaltiniu žolėdžiams ir visaėdžiams gyvūnams, ir tokiu būdu tam tikra dalis Saulės energijos,

užfiksuotos ir sukaupotos augaluose, pereina į tuos gyvūnus, o iš jų į mėšėdžius, kai žolėdžiai ar visaėdžiai gyvūnai tampa plėšriųjų mėšėdžių aukomis ir maistu. Kai kurie mėšėdžiai gyvūnai, būdami antriniais vartotojais, gali tapti tretinių vartotojų – dar stipresnių plėšrūnų – maistu ir perduoti jiems tam tikrą dalį energijos, atėjusios iš Saulės ir patekusios į jų organizmus per gamintojus ir pirminius vartotojus.

Biologai, nagrinėdami **energijos pernašos procesus mitybos piramidėse**, nustatė taip vadinamąją „**10% taisyklę**“: pirminiai vartotojai perima iš gamintojų apytikriai apie 10% jų sukaupotos energijos, antriniai vartotojai perima iš pirminių vartotojų irgi apytikriai apie 10% jų sukaupotos energijos; tretiniai vartotojai perima iš antrinių vartotojų taip pat apytikriai apie 10% jų sukaupotos energijos ir t. t.

Žinoma, atskirose ekosistemose pernešamos iš žemesnio mitybos piramidės lygio į aukštesnį energijos kiekiai gali reikšmingai skirtis nuo tų kiekių, kokie būtų, jei 10% taisyklė būtų tiksli ir galiotų visose ekosistemose, tačiau **vidutiniškai visų ekosistemų mastu galima teigti, kad apytikriai tik viena dešimtoji dalis tos energijos, kurią augalai gauna iš Saulės, pereina iš augalų į žolėdžius gyvūnus, o iš jų tik apie vieną dešimtąją juose sukaupotos energijos – į antrinius vartotojus ir t. t.**

Todėl mitybos piramidė negali turėti daug pakopų, nes tos piramidės viršūnėje esantys plėšrūnai jau nebesugebėtų išmaitinti dar vienos grandinės dar stipresnių plėšrūnų, kadangi tam, kad populiacija išgyventų, jos biologinė masė (individue skaičius) turi būti nemažesnis už **minimalią kritinę masę**. Kai kokios nors populiacijos individų skaičius tampa mažesnis už minimalų kritinį, tokia populiacija dėl atsitiktinai susiklosčiusių nepalankių aplinkybių gali visiškai išnykti ir gana dažnai išnyksta, jei žmonės nesiima specialių priemonių tos populiacijos išsaugojimui. Pavyzdžiui, nuo 1600 m. iki šių dienų jau išnyko mažų mažiausiai 36 žinduolių rūšys ir dar 120 rūšių šiuo metu grėsia išnykimo pavojus. Reikia pažymėti, kad žmonija tik paskutiniu laiku pradėjo intensyviau rūpintis gyvūnijos ir augmenijos išsaugojimu, o prieš tai gana ilgą laiką žmonės buvo vienu pagrindinių veiksnių, skatinusių eilės gyvūnų išnykimą. Galima teigti, kad bent jau keturios iš penkių nykstančių rūšių tapo retos dėl nedoro arba neprotingo žmogaus elgesio su gyvūnais.

Nemažai gyvūnų ir augalų nyksta ir nuo vis didėjančio vandens, oro ir dirvožemio užterštumo, ir šis veiksnys gali tapti labai pavojingu ir pačiam žmogui, jei žmonija nesiims ryžtingų priemonių. Ryšium su tuo **ekologiniai tyrimai ir ekologinės evoliucijos modeliavimas tampa labai aktualūs**. Prie šio klausimo dar grįšime skyrelio pabaigoje, kur nagrinėsime ekologinius modelius ir iš eksperimentų su jais išplaukiančias išvadas.

Šiek tiek susipažinę su energijos pernešimo procesais ekosistemose, pereisime prie **medžiagų apytakos procesų gyvojoje gamtoje** nagrinėjimo. Trumpai apžvelgsime vandens, anglies ir azoto apytakos procesus. Šie procesai, kaip ir kitų **medžiagų apytakos procesai, yra cikliniai, nes medžiagos gyvojoje gamtoje keliauja ratu**: iš negyvosios aplinkos patenka į gyvuosius organizmus, po to vėl grįžta į tą aplinką, iš kurios vėl patenka į gyvuosius organizmus ir t. t.

Reikėtų pažymėti, kad „**gyvybės cikluose**“ **dalyvauja tik nedidelė dalis medžiagų kiekių, esančių mūsų planetoje**. Pavyzdžiui, tik mažiau 1 % Žemėje esančios anglies cirkuliuoja biosferoje. Likusi dalis, kuri sudaro daugiau nei 99 %, – tai neorganinė anglis, esanti uolienose, ir organinė anglis iškastiniame kure (akmens anglyse, naftoje ir t. t.), Panašiai galima pasakyti ir apie azotą ir, tuo labiau, apie vandenį. Nors vanduo yra viena pagrindinių gyvųjų organizmų sudedamųjų dalių (pavyzdžiui, žmogaus kūne vanduo sudaro apie 70 % jo masės, o kai kuriuose

augaluose vandens kiekis viršija 90 %), tačiau visuose gyvuose organizmuose esantis vanduo tesudaro tik nežymią dalį tos vandens masės, kuri yra Žemėje. Juk vanduo užima daugiau nei du trečdalius Žemės paviršiaus ir yra labiausiai paplitęs cheminis junginys mūsų planetoje (vandens ištekliai joje sudaro apie 14 milijardų km³).

Vanduo labai svarbus gyviesiems organizmams ne tik todėl, kad yra jų kūnų sudedamoji dalis, bet ir todėl, kad jame tirpsta daug cheminių medžiagų, reikalingų gyvybei. Vanduo reikalingas angliavandenių gamybai, o taip pat tam, kad augalai per šaknis galėtų įsisavinti dirvožemio mineralines medžiagas, ištirpusias vandenyje. Gyvūnų plaučių audiniuose esantis vanduo sugeria deguonį ir perduoda jį kraujui, kuris tą deguonį išnešioja kūno ląstelėms, o taip pat, kaip tirpiklis, vanduo dalyvauja virškinimo ir organizmo valymo nuo susidarančių šlakų procesuose. Kai vandens trūksta, žūva ir augalai, ir gyvūnai.

Vandens apytakos rato negyvojoje ir gyvojoje gamtoje variklis yra Saulė.

Jos šiluma išgarina vandenį iš vandens telkinių bei sausumos paviršiaus, o taip pat ir iš gyvųjų organizmų. Vėstant ir kondensuojantis vandens garams, susiformuoja debesys. Vėjo (kuris atsiranda dėl to, kad Žemės atmosfera įvairiose vietose išyla ne visada vienodai, dėl ko atsiranda oro slėgio skirtumai) genami debesys perneša vandens garus iš vienu vietų į kitas. Kai debesyse susikaupia daug drėgmės ir kai debesys patenka į šaltesnius oro sluoksnius, vandens garai kondensuojasi ir ima lyti. Taip vanduo, arba tiesiogiai grįždamas į vandens telkinius arba susigerdamas į dirvožemį bei tekėdamas upėmis ir upeliais į jūras ir ežerus, užbaigia vieną iš savo apytakos ciklų ir pradeda naują. Paskaičiuota, kad vandens molekulė pereina visą ciklą vidutiniškai per 10–15 dienų, nors kai kurios molekulės gali užsibūti vandenynuose net 1500 metų ir daugiau.

Vandens apytakos rate dalyvaujantys augalai vandenį siurbia iš dirvožemio šaknimis ir perneša į lapus, kur jį naudoja angliavandenių fotosintezai, o vandenyje ištirpusias dirvožemio mineralines medžiagas – kitų cheminių junginių gamybai. Perteklinį vandenį augalai išgarina į atmosferą.

Gyvūnai vandenį gauna su maistu, o taip pat gerdami. Jis vartojamas įvairiose organizmo sistemose: virškinimo, kvėpavimo, kraujotakos, organizmo valymo ir t. t. Perteklinį vandenį gyvūnai išgarina bei išskiria iš organizmo su šlapimu ir išmatomis.

Žmogus vandenį vartoja ne tik savo organizmo biologinių reikšmių tenkinimui, bet ir hidrojęgainėse, gamyklose, namų ūkyje, drėkinimo sistemose ir t. t.

Dėl savo molekulės savybių (žiūr. 1.9.1.3. skyrelį) vanduo yra gana efektyvus tirpiklis, todėl su vandeniu į organizmus atkeliauja ne tik jiems reikalingos medžiagos, bet ir vandenyje ištirpę teršalai, kurių gana daug patenka į vandenį iš pramonės bei buitinių atliekų, iš dirvožemio išplaunamų trąšų bei pesticidų. Nemažai teršalų atneša ir taip vadinami rūgštieji lietūs, kurie susidaro vandens garams absorbuojant iš kaminų išmetamą sieros dioksidą SO₂. Kai kurie teršalai yra labai kenksmingi, dėl ko labai nukenčia gyvoji gamta. Ypatingai kenksmingi yra tie teršalai, kurie nėra suskaidomi biologiškai ar per gamtinius procesus. Patekę į augalus bei gyvūnus, jie kaupiasi jų organizmuose. Kildamos mitybos piramidės lygmenimis aukšty, cheminės medžiagos vis labiau koncentruojasi, keldamos didžiausią pavojų tos piramidės viršūnėje esančioms būtybėms, taip pat ir žmogui. Žmonija tik kai kurių mokslininkų dėka ir tik dabar pradeda po truputį rūpintis šia ekologine problema, kurią neišsprendus, iškils grėsmė paties žmogaus išlikimui: **žmogus, sugebėjęs pajungti savo naudai daugybę galingų gamtos jėgų, neišmintingai elgdamasis su jomis ir su gamta, gali sunaikinti pats save.**

Kaip jau buvo ne kartą minėta, visa, kas Žemėje yra gyva, turi anglies, kuri įvairių cheminių junginių forma cirkuliuoja tarp įvairių biosferos dalių, t. y. tarp gyvųjų organizmų ir jų aplinkos (atmosferos, dirvožemio). Taip susidaro **anglies**

ciklas. Augalai anglį gauna iš atmosferos anglies dioksido CO₂ pavidalu ir fotosintezės metu, jungdami ją su vandeniu, gamina angliavandenius, grąžindami į atmosferą deguonį. Patekusi į augalus, anglis įsijungia į mitybos grandines ir patenka į mitybos tinklą. Organizmų kvėpavimo metu dalis anglies grįžta į atmosferą iškvepiamo CO₂ pavidalu. Dalis anglies panašiu būdu grįžta į atmosferą, deginant kurą. Dar kitą dalis dėl bakterijų veiklos yra išskiriama iš detrito ir to paties CO₂ pavidalu vėl grįžta į atmosferą. Anglies dioksido kiekį atmosferoje laikas nuo laiko papildo ugnikalnių veikla, tačiau dalis anglies „iškrinta“ iš ciklo, patekdama į netirpius junginius (pavyzdžiui, kalkakmenius).

Anglies dioksido kiekis atmosferoje dėl to, kad žmogus sudegina kasmet vis daugiau iškastinio kuro ir iškirto labai daug miškų, paskutiniaisiais šimtmečiais pradėjo intensyviai didėti: kai kurie mokslininkai skelbia, jog nuo pramoninės revoliucijos pradžios XVIII a. anglies dioksido kiekis atmosferoje padidėjo mažiausiai 25 %. Susikaupęs atmosferoje anglies dioksidas silpnina šilumos išspinduliavimą. Šis reiškinys, vadinamas „**šiltnamio efektu**“, gali iššaukti visos planetos vidutinės temperatūros padidėjimą – taip vadinamąjį **globalinį atšilimą**, dėl ko, prasidėjus intensyviai ledynų tirpimui, žymiai pakiltų vandens lygis vandenynuose ir didelės sausumos teritorijos atsidurtų po vandeniu. **Tai dar viena reikšminga ekologinė mūsų planetos problema.**

Tiesa, nemaža dalis mokslininkų, kurių darbus finansuoja stambiosios pramonės atstovai, neigia šios problemos egzistavimą. Jie teigia, jog mūsų planetai visą laiką buvo būdingi anglies dioksido kiekio atmosferoje svyravimai, o kartu – ir vidutinės metinės temperatūros svyravimai. Tokį savo teiginį jie grindžia ilgamečių meteorologinių tyrimų, taip pat medžių rievių tyrimo rezultatais.

Ši gana aštri diskusija tęsiasi jau eilę metų ir iki šiol neprieita prie vieningos nuomonės. Sunku dabar pasakyti, kurie mokslininkai yra teisūs, tuo labiau, kad **dabartinėje visuomenėje viskas tampa preke, todėl ir mokslas tampa paperkamas.** Jungtinių Tautų organizacija turėtų imtis priemonių, kad mokslas galų gale priegtų prie vieningos nuomonės šiuo labai aktuali visai žmonijai klausimu.

Kadangi baltymų ir DNR bei RNR molekulių susidarymui reikalingas azotas, tai **azoto ciklas** taip pat labai svarbus gyvybės palaikymui. Nors dujinis azotas sudaro apie 78 % Žemės atmosferos, tačiau nei augalai, nei gyvūnai jo paimti tiesiogiai iš atmosferos negali. Ore esantį azotą gali paversti amoniaku (o po to – gerai ištirpstančiais vandenyje ir todėl augalų lengvai įsisavinamais nitratais) tik **azotą fiksuojančios bakterijos (Rhizobium)**, gyvenančios ankštiniuose augaluose (žirniuose, pupose, dobiluose), o taip pat žmonės, pramoniniu būdu gamindami **azotines trąšas** – dirbtinai susintetinus nitratus. Tam tikra dalis azoto iš atmosferos į dirvožemį patenka ir su lietaus lašais, kai, lietui lyjant, žaibuoja.

Iš augalų apie 10% juose susidariusių azoto junginių patenka į žolėdžių gyvūnų organizmus, o iš pastarųjų – į antrinius vartotojus ir t. t. Tokiu būdu palaikomas baltymų balansas gyvojoje gamtoje.

Negyvuose organizmuose ir gyvūnų mėšle esančius azoto junginius bakterijos (Nitrosomonas) verčia nitritais, o kita bakterijų rūšis (Nitrobacter) nitritus paverčia nitratais. Dalį nitratų lietus išplauna iš dirvos, kitą dalį tirpalų pavidalu paima augalai, o dar kita dalis dėl denitrifikuojančių bakterijų veiklos vėl sugrįžta į atmosferą.

Azoto junginiai gali patekti į dirvožemį, o po to per augalus ir į gyvųjų organizmų mitybos tinklus dar ir dėl atmosferoje vykstančių elektros iškrovų. Žaibuojant, atmosferoje esantis azotas gali virsti vandenyje tirpstančiu azoto dioksidu ir kartu su krituliais patekti į dirvožemį silpnos azoto rūgšties pavidalu.

Pasaulio atogrąžų regionuose, kur temperatūra gana aukšta, **denitrifikuojančios bakterijos** klesti. Jos labai greitai pašalina dirvožemyje esančius nitratus, priversdamos augalus skursti, negaunant pakankamai azoto, reikalingo baltymų sintezei. Kad išspręstų šią problemą, ryžių augintojai užlieja dirvas vandeniu. Tai nuslopina denitrifikuojančių bakterijų veiklą. Be to, užliejamuose laukuose suklesti **melsvabakterės**, sugebančios paversti atmosferos azotą azoto junginiais, kuriuos gali įsisavinti augalai. Dėl melsvabakterių veiklos dirvoje gali susikaupti net iki 100 kg azoto hektare. Visa tai leidžia atogrąžų ūkininkams gauti gausius derlius.

Tačiau azoto perteklius gali iššaukti ir nepageidautinas pasekmes. **Dirbtinai susintetinti nitratai, vartojami kaip trąšos, neretai jau perkrauna gamtinę sistemą.** Didelę dalį nitratų, kuriuos nesuspėja suvartoti augalai ir kurių nesuspėja suskaidyti denitrifikuojančios bakterijos, vanduo išplauna iš dirvožemio, nunešdamas į upelius, upes bei ežerus, o taip pat ir gilyn – į gruntinius vandenius. Kai kuriose pasaulio šalyse namų ūkyje naudojamas vanduo turi tiek daug nitratų, kad tai kelia pavojų net žmonių sveikatai. Neleistinai dideli nitratų kiekiai gali patekti į žmogaus organizmą ir per daržoves, užaugusias nitratais gausiai tręšiamoje dirvoje. Todėl paskutiniu metu vis labiau populiarėja **benitratinė daržininkystė** ir, bendrai, **ekologinė žemdirbystė.**

Nitratų perteklius vandenyje gali sukelti ir kitų ekologinių problemų. Viena jų – „vandens žydėjimas“, t. y. staigus dumblių populiacijos stovinčiuose vandenyse padidėjimas. Tiems dumbliams pūvant, ne tik aplinkui pasklinda nemalonūs kvapas, bet ir suvartojama labai daug vandens deguonies, dėl ko jo pradeda stigti vandenyje gyvenantiems organizmams. Taip, pavyzdžiui, įvyko Eirio ežere JAV septintame ir aštuntame dešimtojo amžiaus dešimtmetyje, kurio vandenyje deguonies buvo tiek sumažėję, kad daugelis organizmų ežere žuvo. Teko imtis ryžtingų ir brangiai kainuojančių priemonių ežerui ir jame esančiai gyvybei gelbėti. **Taip žmogus tampa priverstas mokėti už ekologinės pusiausvyros gamtoje pažeidimus.** Gera dar, kad kai kurias klaidas, nors ir pavėluotai, dar pavyksta ištaisyti, tuo pačiu metu įgyjant daugiau patirties ir atsargumo. Tačiau egzistuoja nemažai procesų, kurie negrįžtamai blogina gyvybės egzistavimo sąlygas mūsų planetoje, iš kurios mes dar nesame pajėgūs kur nors išvykti. **Visa tai verčia, kol dar ne visai vėlu, rimčiau žiūrėti į ekologines problemas, kurias žmonės, vejami nežaboto troškimo gauti kuo didesnę asmeninį pelną dabar ir kuo greičiau ne tik savo aplinkinių sveikatos ir jų skurdinimo, bet ir ateities kartų sąskaita, vis labiau aštrina.** Reikėtų, kad JTO ir valstybių vyriausybės imtųsi ryžtingesnių ir griežtesnių priemonių ir apgintų dabarties ir ateities visuomenę nuo neriboto kai kurių vertelgų gobšumo, kuriems „po mūsų nors ir tvanas“. **Komercinės veiklos varžymas – nėra gerai, bet nežabota tokios veiklos laisvė – dar blogiau.** Juk ir narkomanija vis labiau plinta ne tik todėl, kad kai kurie žmonės neatsilaiko pagundai išbandyti naujus pojūčius, bet ir todėl (ir visų pirma todėl), kad **narkotikų gamyba ir prekyba jais – labai pelningas biznesas.** Ir kai pinigai visuomenėje tampa pagrindine ir beveik vienintele universalia vertybe, už kurią gali gauti visas kitas („antraeiles“) vertybes, vargu ar gali atsirasti jėga (išskyrus galbūt tik mirties baimę), kuri galėtų sustabdyti nežabotos komercijos stichiją. Juk už didelius pinigus gali būti nuperkamos ir tos valstybinės institucijos, kurios privalėtų tokią „komerciją“ kontroliuoti. O jei kokį nors pareigūną nepavyksta „nupirkti“, tai visuomet galima nusamdyti „struktūrą“, kuri su juo susidorotų ekonomiškai, morališkai ar net fiziškai, jeigu jau kitaip niekaip neišeina, arba, jei toks susidorojimo būdas yra „pigesis“ už visus kitus. **„Dideli pinigai“, siekdami dar didesnių pinigų, jokių kliūčių nepripažįsta.** Tai – irgi ekologinė žmonijos problema, nes **moralė – viena pagrindinių priemonių stabiliai būsenai**

žmonių populiacijoje palaikyti, žmonių populiacijos per ilgus amžius sukauptos visuomeninės išminties išraiška. Tradicinės moralės pakeitimas „pinigų morale“, panaikinančia bet kokius varžtus „dideliems pinigams“, norintiems tapti dar didesniais pinigais, yra pražūtingas žmonių populiacijai visais atžvilgiais. Todėl žmonija, nenorėdama susinaikinti kaip žmonija, turi būtinai išspręsti ir šią ekologinę problemą, pakeisdama dabartinę išsigimstančią vertybių skalę išmintingesne ir humaniškesne. Žmogus, išmokęs valdyti didelę dalį gamtos stichijų, privalo išmokti valdyti ir nuosavą stichiją, priversdamas ją paklusti normoms, atitinkančioms „homo sapiens“ vardą ir užtikrinančioms stabilią visuomenės evoliuciją. Ekologijos mokslas pateikia gausybę pavyzdžių, kad už bet kokius natūralios pusiausvyros pažeidimus tenka labai brangiai sumokėti. Tą patį teigia ir istorijos mokslas. Laikas būtų jau ir išmokti daryti išvadas iš padarytų klaidų.

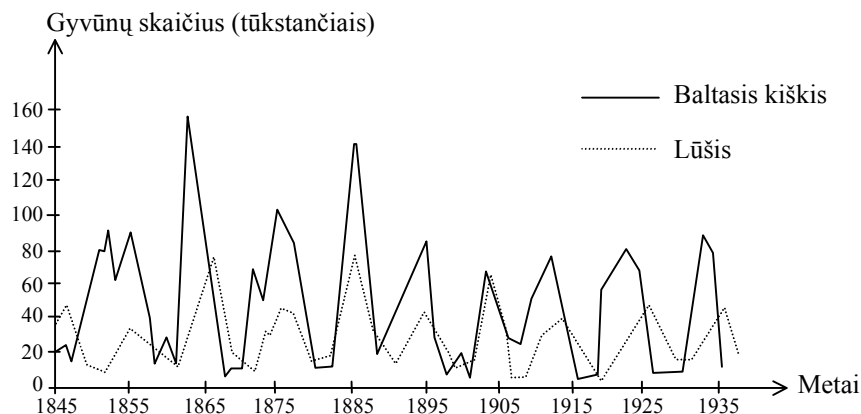
Apžvelgę energijos pernašos procesus ir medžiagų apykaitos ciklus ekosistemose bei padarę kai kurias iš tos apžvalgos išplaukiančias išvadas, pereisime prie kitų įvairiose ekosistemose pasireiškiančių reiškinių bei dėsningumų, nustatytų, vykdant ekologinius tyrimus bei apdorojant statistinius duomenis.

Apie kai kuriuos dėsningumus ir įdomius reiškinius jau esame kalbėję. Tai ir 10 % taisyklė, ir ekosistemų artėjimo sukcesijomis prie klimaksinės būsenos dėsnis, ir populiacijų individų skaičiaus savireguliacija, ir analogiškų ekologinių nišų susidarymo vienas nuo kito izoliuotuose kontinentuose reiškinys, t. y., taip vadinamoji konvergentinė, arba analoginė, evoliucija, ir augalijos bei gyvūnijos pasiskirstymo biomuose, prisitaikant prie klimatinų ir geografinių sąlygų, dėsningumai.

Trumpai apžvelgsime keletą iki šiol dar nenagrinėtų reiškinių ir dėsningumų, svarbių ir įdomių ne tik ekologijai, bet ir sistemotyros mokslui.

Pasirodo, kad konjunktūriniai svyravimai ir konjunktūriniai ciklai, apie kuriuos jau buvo rašyta 1.14.12.2.3. skyrelyje, susidarius atitinkamoms sąlygoms, gali atsirasti ne tik ekonominėse, bet ir ekologinėse sistemose. Tai dar kartą patvirtina mūsų jau ne kartą minėtą teiginį, kad **svyravimai – bendrasisteminis reiškinys**.

Pavyzdžiui, tas pats Čarlsas Eltonas, kurį Didžiojoje Britanijoje vadina „ekologijos tėvu“ ir kuris vienas pirmųjų įvedė „ekologinės nišos“ sąvoką, pasinaudodamas istoriniais statistiniais duomenimis, sukauptais Hudson Bay kompanijoje, nustatė, jog Šiaurės Kanados baltųjų kiškių populiacijos skaičius kas devinti ar dešimti metai pasiekia maksimumą, po to – staigiai mažėja, o po to – vėl didėja, vėl pasiekdamas maksimumą, ir t. t. Lūšies populiacijos skaičiaus kitimas glaudžiai seka paskui baltojo kiškio, kuriuo lūšis minta, populiaciją (žiūr. 330 pav.).



330 pav.

Tokie populiacijos individų skaičiaus kilimo ir kritimo ciklai būdingi gyvūnų rūšims, gyvenančioms ekstremaliomis aplinkos sąlygomis, pavyzdžiui, tundros ar dykumos biomuose, ir gali būti paaiškinti panašiai kaip ir konjunktūrinių svyravimų ciklai ekonominėse sistemose – **vėluojančių teigiamų ir neigiamų grįžtamųjų ryšių inercinėse sistemose egzistavimu.**

Panašiai paaiškinama ir jau minėtoji istorija su šiauriniais elniais šv. Motiejaus saloje, kurioje tų elnių populiacija per laikotarpį, mažesnę nei 20 metų, pradžioje išaugo nuo 27 iki 6000, o po to staigiai krito iki 42. Labai išaugusi šiaurinių elnių populiacija sunaikino kerpės – savo pagrindinį maistą saloje ir todėl turėjo labai sumažėti. Sumažėjus elnių bandai ir atsigavus kerpėms, elnių populiacija vėl galėjo didėti, tačiau vėl tik iki tam tikros ribos.

Tokie **populiacijos individų skaičiaus svyravimai gali būti ryškūs tik tuomet, kada mitybos tinklą sudaro labai paprastos grandinės**, kas būdinga biomasams, kuriuose organizmų įvairovė yra nedidelė. Biomuose, kuriuose organizmų įvairovė yra didelė, dėl ko mitybos tinklai gali būti sudėtingi, tokie ryškūs svyravimai įprastomis sąlygomis jau nepasireiškia, nes gyvūnai, turėdami keletą ar net keliolika skirtingų ir beveik nepriklausomų mitybos šaltinių, tampa nebe taip priklausomi nuo kurio nors vieno tų šaltinių sumažėjimo ar išnykimo. Tai rodo, jog **organizmų įvairovė yra reikalinga pusiausvyros gamtoje palaikymui. Todėl tos įvairovės skurdinimas – žalingas reiškinys.**

Individų skaičiaus kitimą populiacijoje galima aprašyti ir matematiškai. Pažymėsime $N(t)$ individų skaičių populiacijoje momentu t , **$r(t)$ – populiacijos augimo greičio charakteristiką** – populiacijos individų skaičiaus prieauglį, vidutiniškai tenkantį vienam individui momentu t per laiko vienetą, **$K(t)$ – populiacijos aplinkos talpą**, priklausančią nuo erdvės, kurioje gyvena populiacija, dydžio bei maisto išteklių joje ir vaizduojamą populiacijos individų skaičiumi, kuris normaliai galėtų išgyventi toje erdvėje, naudodamasis turimais maisto ištekliais.

Pačiu paprasčiausiu atveju, kuomet galima priimti, kad $r(t)=r=\text{const}$ ir $K(t)=K=\text{const}$, gauname diferencialinę lygtį $\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)$, kuri yra mūsų jau ne kartą minėtos logistinės kreivės lygtis (žiūr., pavyzdžiui, 1.4.9. ir 1.14.12.2.2. skyrelius, taip pat 1.9.1.6. skyrelį).

Šią lygtį nesunku išspręsti, pertvarkius ją į lygtį $\frac{dN}{N(K-N)} = \frac{r}{K} dt$, t. y. į lygtį $\frac{dN}{N} + \frac{dN}{K-N} = rdt$, iš kurios išplaukia, kad $\ln \frac{N(t)}{N(0)} - \ln \frac{N(t)-K}{N(0)-K} = rt$, t. y., kad $\frac{N(t) \cdot [N(0)-K]}{N(0) \cdot [N(t)-K]} = e^{rt}$.

$$\text{Išreiškę } N(t), \text{ gauname, jog } N(t) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K}\right)e^{-rt}}.$$

Gautoji formulė rodo, jog jei pradinis populiacijos individų skaičius $N(0) \neq 0$, tai $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = K$, t. y. **laikui bėgant ekosistemoje, charakterizuojamoje pastoviu K , turi nusistovėti pusiausvyrinis stabilus populiacijos dydis, lygus maksimaliam populiacijos dydžiui, kuriam duotoje ekosistemoje normaliai pakanka erdvės ir maisto išteklių.**

Kai $0 < N(0) < K$, tai $\frac{dN(t)}{dt} > 0$, ir todėl populiacijoje individų skaičius, didėjant t , didėja nuo $N(0)$ iki K , o kai $N(0) > K$, tai $\frac{dN(t)}{dt} < 0$, ir populiacijoje individų skaičius, didėjant t , mažėja nuo $N(0)$ iki K .

Kai $N(0) = K$, tai $\frac{dN(t)}{dt} = 0$, ir populiacijoje individų skaičius išlieka pastovus ir lygus $N(0) = K$.

Kai $N(0) = 0$, tai išvestinė $\frac{dN(t)}{dt}$ taip pat lygi 0, ir populiacijoje individų skaičius taip pat išlieka lygus 0, kas savaime aišku ne tik matematiškai, bet ir biologiškai: jei populiacijoje pradžioje nebuvo nė vieno individo, tai jų uždaroje sistemoje negalėjo atsirasti ir vėliau. Taigi, kai $N(0) = 0$, tai ir $N(t) = 0$ bet kurioms t reikšmėms.

Galima pastebėti, jog funkcijos $N(t) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K}\right)e^{-rt}}$ grafikas, kai $0 < N(0) \leq \frac{K}{2}$, turi **linkio tašką**, kurio ordinatė nepriklauso nuo pradinės sąlygos $N(0)$ ir yra lygi $\frac{K}{2}$, t. y. vienoda visoms logistinėms kreivėms, kurių šeima gaunama iš

lygties $N(t) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K}\right)e^{-rt}}$, keičiant pradinės sąlygos $N(0)$ reikšmę.

Tai nesunku įrodyti, apskaičiuojant funkcijos $N(t)$ antrąją išvestinę $\frac{d^2N(t)}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dN(t)}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left[rN(t) - \frac{r}{K} N^2(t) \right] = r \frac{dN(t)}{dt} - 2 \frac{r}{K} N(t) \frac{dN(t)}{dt} = r \frac{dN(t)}{dt} \left[1 - 2 \frac{N(t)}{K} \right]$, kuri tampa lygi 0, kai $N(t) = \frac{K}{2}$.

Tiesa, antroji išvestinė $\frac{d^2N(t)}{dt^2}$ tampa lygi 0 ir tada, kai $\frac{dN(t)}{dt} = 0$, tačiau tuomet funkcijos $N(t)$ grafikas tampa horizontaliomis tiesėmis $N(t) = K$ arba $N(t) = 0$, kurios negali turėti linkio taškų.

Kai $N(t) < \frac{K}{2}$, tai $\frac{d^2N(t)}{dt^2} > 0$, kai $N(t) = \frac{K}{2}$, tai $\frac{d^2N(t)}{dt^2} = 0$, ir kai $N(t) > \frac{K}{2}$, tai $\frac{d^2N(t)}{dt^2} < 0$. Tai rodo, jog funkcijų šeimės $N(t, N(0))$ grafikai turi linkio taškus, kurių ordinatės nepriklauso nuo $N(0)$ ir yra lygios $N(t) = \frac{K}{2}$.

Rasime funkcijų $N(t)$ linkio taškų abscises t^* .

Kadangi $N(t^*) = \frac{K}{2}$, tai gauname lygybę $\frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K}\right)e^{-rt^*}} = \frac{K}{2}$.

Iš tos lygybės, ją pertvarkant ir logaritmuojant, išplaukia, jog

$$t^* = \frac{1}{r} \ln \frac{K - N(0)}{N(0)}.$$

Kai $0 < N(0) \leq \frac{K}{2}$, t. y., kai $0 < \frac{N(0)}{K} \leq \frac{1}{2}$, tai $\frac{K - N(0)}{N(0)} \geq 1$, iš kur išplaukia, jog $\ln \frac{K - N(0)}{N(0)} \geq 0$ ir $t^* \geq 0$, t. y. linkio taškų abscisės – neneigiami dydžiai.

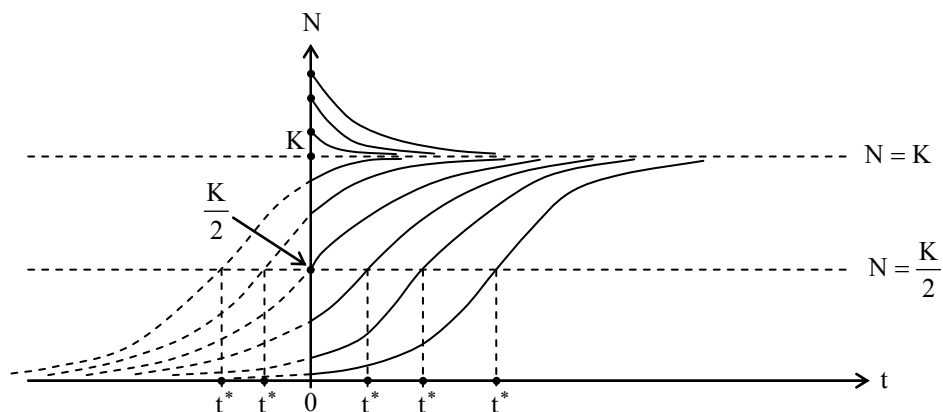
Kai $\frac{K}{2} < N(0) < K$, tai $\ln \frac{K - N(0)}{N(0)} < 0$ ir $t^* < 0$, t. y. linkio taškų abscisės – neigiami dydžiai, reiškiantys, jog populiacija savo evoliucijoje praėjo linkio tašką jau anksčiau.

Populiacijos individų skaičiaus kitimo grafikus (grafikų šeimą)

$$N(t) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K} \right) e^{-rt}}$$

skirtingoms $N(0)$ reikšmėms vaizduoja 331 pav., labai

primenantis 319 pav., kuriame vaizduojami ekonominio augimo grafikai. Tai rodo, jog egzistuoja **bendrasisteminis dėsningumas: daugeliui sistemų būdingas eksponentinis augimas, skatinamas teigiamais grįžtamaisiais ryšiais ir stabilizuojamas neigiamais grįžtamaisiais ryšiais.**



331 pav.

Šiuo labai paprastu atveju individų skaičius populiacijoje nesvyruodamas monotoniškai artėja prie dydžio K . Realioje populiacijoje net ir tuo atveju, kai aplinkos talpą praktiškai galima laikyti nepriklausančia nuo populiacijos dydžio ir pastovia, o taip pat kai populiacijos prieauglio koeficientą r irgi galima laikyti pastoviu, populiacijos individų skaičiaus $N(t)$ artėjimas prie K bus jau ne idealiai monotoniškas,

o su atsitiktiniais nuokrypiais nuo kreivės $N(t) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \left(\frac{1}{N(0)} - \frac{1}{K} \right) e^{-rt}}$ į vieną ir į kitą

pusę, atsirandančiais dėl įvairių atsitiktinių faktorių, į kuriuos nebuvo atsižvelgta, sudarant diferencialinę lygtį, atsitiktinio poveikio. Tą patį galima pasakyti ir apie realių ekonominių sistemų augimą, pavaizduotą 319 pav.

Tuo atveju, kai maisto, reikalingo populiacijai, ištekliai tampa priklausomi nuo populiacijos dydžio, kaip pavyzdyje su šiauriniais elniais šv. Motiejaus saloje, t. y., kai atsiranda neigiamas grįžtamas ryšys tarp dydžių K ir N , pasireiškiantis su tam tikru vėlinimu, tai panašiai, kaip tai buvo parodyta 1.14.12.2.3. skyrelyje, gali atsirasti

dydžio $N(t)$ „konjunktūriniai“ svyravimai su tam tikru periodu, priklausančiu nuo maisto išteklių atsistatymo ir populiacijos dydžio kitimo tempų.

Tokių procesų nagrinėjimui galima ir tikslinga pasinaudoti imitaciniu modeliavimu. Rekomenduojama skaitytojui sudaryti imitacinį modelį, leidžiantį apskaičiuoti populiacijos dydžio N kitimo trajektoriją $N(t)$ tuo atveju, kai $K(t)$ priklauso nuo $N(t-\tau)$, kur τ – vėlinimo konstanta, ir paeksperimentuoti su tuo modeliu, bandant išsiaiškinti, kaip keičiasi trajektorija $N(t)$, keičiant funkciją $K(t)=f(N(t-\tau))$ bei koeficiento r reikšmę. Pradžioje galima išbandyti tiesinę K priklausomybę nuo N , pavyzdžiui, funkciją $K(t)=f(N(t-\tau))=K_0-\alpha N(t-\tau)$, kurioje K_0 – teigiama konstanta, charakterizuojanti „pradinę“ (kai $N=0$) aplinkos talpą, o α – pastovus teigiamas koeficientas, charakterizuojantis neigiamą populiacijos poveikį į savo aplinkos talpą, t. y. į maisto išteklių atsinaujinimo procesą, ir žiūrėti, kaip keičiasi $N(t)$ grafikas, keičiant α , esant toms ar kitoms koeficiento r teigiamoms ir neigiamoms reikšmėms bei skirtingoms pradinėms sąlygoms, charakterizuojamoms dydžiais $N(0)$ ir K_0 .

Po to galima išbandyti ir sudėtingesnes funkcijos $K(t)=f(N(t-\tau))$ formas (pavyzdžiui, polinomine, eksponentine) ir pažiūrėti, kuri iš priklausomybių adekvačiau aprašo tikrovėje vykstančius procesus.

Iš lygties
$$\frac{dN(t)}{dt} = r(t)N(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K(t)}\right)$$
 išplaukia, jog tuo atveju, kai $r(t) \geq 0$,

populiacijos individų skaičius $N(t)$ gali mažėti tik tada, kada jis yra nenormaliai didelis (t. y., kada jis yra didesnis už $K(t)$), ir tuomet mažės tik iki tol, kol $N(t)$ nesusilygins su $K(t)$.

Todėl tuo atveju, kai $K_0 > 0$ ir $N(t) > 0$, būtina ir pakankama populiacijos ekosistemoje išgyvenimo sąlyga susiveda į tai, kad atsitiktinės funkcijos $r(t)$, charakterizuojančios populiacijos individų skaičiaus prieauglį, tenkanti vienam individui, matematinis vidurkis $E[r(t)]$ nebūtų neigiamas ir kad ši funkcija bet kurioms

t ir intervalo Δt reikšmėms tenkintų sąlygą
$$N(t) + \int_t^{t+\Delta t} r(x)N(x)\left(1 - \frac{N(x)}{K(x)}\right)dx > N^{(\text{min. kr.})},$$

kur $N^{(\text{min. kr.})}$ – minimalus kritinis populiacijos individų skaičius, kurį pasiekus iškiltų grėsmė, jog visi dar likę gyvi tos populiacijos individai atsitiktinai galėtų žūti, nepalikdami palikuonių, galinčių pratęsti populiacijos egzistavimą.

Įdomu panagrinėti, kaip populiacijų išgyvenamumo problema išsprendžiama gyvojoje gamtoje. Biologai pastebėjo, kad gyvūnų populiacijos, sprendamos šią problemą, dažniausiai naudoja dviem pagrindinėmis **išgyvenimo strategijomis**, ir pavadino tas strategijas **šeimos strategijomis**.

Pirmosios strategijos, pavadintos **r-strategija**, pagrindinis bruožas – **didelis gimdomų vaikų skaičius šeimose**. Tos strategijos besilaikantys gyvūnai dažniausiai būna smulkūs, jų daug žūsta, o be to ir jų gyvenimo trukmė paprastai būna trumpa. Pakitus aplinkai, tokių populiacijų dydis gali labai sumažėti, tačiau dėl šios jų strategijos, jis gana greitai atsikuria.

Didžiųjų žinduolių rūšys dažniausiai naudoja antrąją strategiją, pavadinta **K-strategija**. Jos pagrindinis bruožas – **jų šeimose gimsta mažai vaikų, kurių priežiūrai skiriama daug laiko ir energijos, motinų nėštumo trukmė paprastai būna ilgesnė negu tų gyvūnų, kuriems būdinga r-strategija, o be to ir jų gyvenimo trukmė paprastai būna žymiai ilgesnė**.

Įdomu ir reikšminga, kad **skirtingų šeimos strategijų gali laikytis net giminingos rūšys**. Pavyzdžiui, sausringų Australijos rajonų banguotosios papūgėlės yra r-strategai, nes deda daug kiaušinių ir turi trumpą gyvenimo trukmę, o Pietų Amerikos drėgnuose atogrąžų miškuose gyvenančios papūgos – geltonai mėlynos aros – yra K-strategai, nes deda tik po keletą kiaušinių bei ilgai gyvena.

Iš panašių pavyzdžių išplaukia išvada, kad **šeimos strategijos pasirinkimą nulemia ne tiek gyvūnų kilmė, kiek sąlygos, kuriose tie gyvūnai gyvena, ta ekologinė niša, į kurią jie patenka (ar pasirenka) ir prie kurios prisitaiko**.

Pažymėtina, kad nagrinėdami tokius demografinius procesus kaip žmonių šeimose gimstančių vaikų skaičiaus pokyčiai, galime pastebėti, jog, **keičiantis socialinėms sąlygoms (augant materialiam ir kultūriniam gyvenimo lygiui, medicinos pasiekimų dėka mažėjant mirtingumui ir t. t.), vyksta procesai, analogiškai perėjimui nuo r-strategijos prie K-strategijos.** Pavyzdžiui, jei mūsų senelių ir prosenelių bei proprosenelių šeimose gimdavo po 8-10 ar net daugiau vaikų (iš kurių, tiesa, ne visada visi sulaukdavo pilnametystės), tai dabar dauguma šeimų apsiriboja 1-3 vaikais, o daugiavaikės šeimos tampa vis retesnės.

Zoologai pastebėjo dar vieną įdomų ir svarbų reiškinį, būdingą daugeliui gyvūnų populiacijų: **vienos populiacijos gyvūnai ne tik ir ne tiek konkuruoja dėl „gyvenamojo ploto“ ir maisto, kiek kooperuojasi tarpusavyje.** Šis teiginys buvo pavadintas **Oli principu**, t. y. amerikiečių zoologo V. K. Oli (Warder Clyde Allee, 1885-1955), suformulavusio šį teiginį savo knygoje „Gyvūnų asociacijos“, vardu. **Oli principas dar kartą patvirtina teiginį, kad populiacijos nėra vien tik vienos rūšies atskirų individų rinkiniai, o yra jų asociacijos – sudėtingos sistemos, savo rūšies supraorganizmai, turintys tiems supraorganizmams būdingų savybių, nepaaiškinamų vien tik iš atskiros gyvūno pozicijų.**

Juk ir motinos, kuri, stengdamasi išsaugoti savo vaikus, aukoja gyvybę, instinktas tarnauja ne tiek konkrečiam individui savaime, kiek visos populiacijos išsaugojimui. **Matyt, organizmų genuose yra užkoduota kažkas panašaus į populiacijos išsaugojimo programą, kuri ir nulemia instinktyvųjį „altruizmą“ jų elgesyje.** Įdomu ir svarbu būtų išsiaiškinti, **kodėl ir kaip tokia programa galėjo atsirasti.** Ar pakanka tam vien tik atrankos, paveldimumo ir mutacijos veiksnių, sudarančių gyvųjų organizmų evoliucijos „mechanizmo“ pagrindą? Manau, jog šios programos atsiradimo „mechanizmas“ yra žymiai sudėtingesnis.

Panašūs klausimai yra įdomūs ir svarbūs ne tik biologijai bei ekologijai, bet ir sistemotyrai, o taip pat ir visuomeniniams mokslams. Juk svarbu suvokti, **ar dabar mūsų šalies ir viso pasaulio visuomenėje taip paplitęs ir kai kurių visuomenės sluoksnių visokeriopai skatinamas egoistinis individualizmas yra natūralus žmonių populiacijos evoliucijos reiškinys, ar laikinas nuokrypis nuo normos, atsiradęs kaip savo rūšies reakcija į prieš tai buvusį „madoje“ sovietinį kolektyvizmą, ar visuomenės išsigimimo požymis, kenksmingas žmonių populiacijai.**

Ekologija plačiąja prasme, nagrinėdama gyvųjų organizmų ir jų populiacijų santykius bei išgyvenimo sąlygas ekosistemose ir tų ekosistemų evoliuciją, negali ir neturi teisės nenagrinėti ir tokios populiacijos kaip žmonės išgyvenimo ir evoliucijos problemų. **Ši populiacija mūsų planetoje yra išskirtinė,** nes ji savo individų intelekto ir darbo (gamybinės veiklos) dėka sugebėjo taip išplėsti populiacijos egzistavimui reikalingos aplinkos talpos, charakterizuojamos jau minėtuoju dydžiu K, ribas, kad tapo žymiai gausesnė, negu galėjo būti, jei žmogus būtų išlikęs vien tik kaip biologinė būtybė – žinduolių klasės primatas, turintis beždžionės fizinės galios ir intelektą.

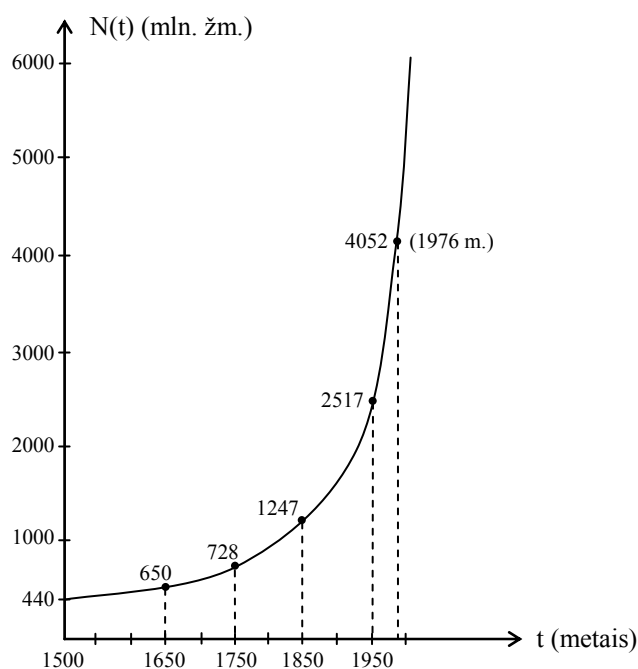
Kai aplinkos talpą bent kurį laiką galima plėsti pagal populiacijos poreikius, ji neberiboja populiacijos augimo, ir tuomet populiacijos individų skaičiaus didėjimą galima aprašyti paprastesne lygtimi
$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t),$$
 kurioje, kai

laikas t matuojamas metais, r yra vidutinis metinis gyventojų prieauglis, tenkantis vienam gyventojui. Dydį r nesunku apskaičiuoti, naudojantis statistiniais duomenimis. Pavyzdžiui, galima laikyti, kad nuo 1900 m., kuomet Žemėje gyveno apie 1,6 milijardo gyventojų, iki 1970 m., kuomet jų skaičius pasiekė apie 3,6 milijardo,

gyventojų skaičius kasmet vidutiniškai padidėdavo apie 1,2 %, t. y., kad r vidutiniškai buvo lygus apie 0,012.

Išsprendę šią lygtį, gauname, kad $N(t)=N(0)e^{rt}$, t. y. gauname, kad **gyventojų skaičius, nesant aplinkos talpos apribojimo, turėtų didėti eksponentiškai.**

Atsižvelgdami į tai, kad senesniais laikais koeficientas r buvo šiek tiek mažesnis (nes nors šeimose ir gimdavo daugiau vaikų, tačiau daugelis jų neišgyvendavo iki pilnametystės) ir tik paskutinius tris šimtmečius dėl civilizacijos plitimo ir gyventojų medicininio aptarnavimo gerėjimo jis pradėjo augti, gauname, kad Žemės gyventojų skaičiaus N kitimo trajektorija $N(t)$ turėtų būti sudaryta iš eksponenčių atkarpų su šiek tiek skirtingais r . Tai neblogai atitinka tikrovę (žiūr. 332 pav., kurioje pavaizduotas Žemės gyventojų skaičiaus kitimo grafikas nuo 1500 m. iki šių dienų).



332 pav.

Eksponentiniam augimui būdinga tai, kad, augant populiacijos dydžiui, proporcingai didėja ir jo augimo greitis ir kad populiacijos dydis ir jo augimo greitis turi pastovų padvigubėjimo intervalą Δt . Tą intervalą, kai $r=\text{const}$, galima

apskaičiuoti iš lygybės $\frac{N(t+\Delta t)}{N(t)} = \frac{N(0)e^{r(t+\Delta t)}}{N(0)e^{rt}} = 2$. Gauname, jog $\Delta t = \frac{\ln 2}{r}$. Pavyzdžiui,

jei priimtume, jog $r=0,012$, tai gautume, kad $\Delta t \approx \frac{0,69315}{0,012} \approx 58$, t. y. gautume, kad

tuomet žmonių skaičius mūsų planetoje dvigubėtų kas 58 metai. Tai apytikriai atitinka dabartinį žmonių skaičiaus didėjimo tempą.

Kol žmonių skaičius buvo nedidelis, tai toks dvigubėjimas nekėlė problemų, tuo labiau, kad, esant mažesnei r reikšmei, ir dvigubėjimo intervalai buvo ilgesni. Bet paskutiniame šimtmetyje, kai žmonių skaičius Žemėje stipriai išaugo, mūsų planetai, jei koeficiento r reikšmė staigiai ir stipriai nesumažės, jau gresia **demografinis sprogingas**, t. y. toks staigus ir didelis žmonių skaičiaus padidėjimas, kad Žemėje jau nebeužteks nei išteklių, nei vietos tokios didelės žmonių populiacijos išgyvenimui. Jei ryšium su žmonių skaičiaus augimu ir gamybos apimtys vystysis atitinkamais tempais,

o gamybos technologijos nesuspės taip sparčiai tobulėti, tai aplinkos užterštumas gali taip išaugti, kad sąlygos mūsų planetoje gali tapti nebetinkamos žmonių gyvenimui.

Atsižvelgdami į ribotus mūsų planetos resursus ir į ribotą jos plotą, nesunkiai prieisime prie išvados, kad **žmonių skaičius Žemėje negali neribotai augti**. Tačiau į klausimus, kokia yra ta viršutinė galimo žmonių skaičiaus riba, kada ji bus pasiekta, kas po to bus, kas sustabdys žmonių skaičiaus didėjimą: ar sąmoningas koeficiento r mažinimas, ar turimų resursų išsekvojimas, ar aplinkos užterštumas, ar kokie nors biologiniai savireguliacijos procesai, pavyzdžiui, natūralus gimstamumo mažėjimas, ar dar kokios nors kitos priežastys, atsakyti ne taip jau paprasta, kaip nėra paprasta atsakyti į klausimą, ar demografinis sprogdimas gresia išvirsti į katastrofą žmonijai, ar jis bus planingai įveiktas visos žmonių visuomenės sutelktomis pastangomis be didelių nuostolių. Rasti atsakymus į čia išsakytus klausimus ypač sudėtinga dar ir dėl to, kad kai kurios tautos, pasiekusios gana aukštą civilizacijos lygį, **susidūrė su situacija, atvirkštine ką tik aprašytajai: dėl katastrofiškai sumažėjusio gimstamumo toms tautoms gresia išnykimas**, ir todėl kai kurių valstybių vyriausybės yra priverstos imtis priemonių skatinančių gimstamumą. Kyla papildomas klausimas: „Kas ir kaip turi spręsti, kur gimstamumą reikia riboti, o kur skatinti?“

Atsakymai į čia išsakytus klausimus, taip pat ir į eilę kitų klausimų, susijusių su šia globaline ekologine problema ir ką tik minėtomis nacionalinėmis problemomis, labai aktualūs ir labai svarbūs visai žmonijai ir atskiroms tautoms, nes tai – jos ir jų egzistavimo, jos ir jų išlikimo klausimai. **Negalima pasyviai laukti, leidžiant įvykiams stichiškai vystytis, kaip jei vystėsi iki šiol, žiūrint, kas iš viso to pagaliau išeis, nes galima patekti į tokią situaciją, iš kurios išsikapstyti po to bus labai sunku, jei iš viso įmanoma**. O ir laiko, kaip tai matyti iš 332 pav. pateikto grafiko, kai žmonių skaičiaus augimo kreivė jau beveik pasiekė būseną, kada beveik vertikalčiai šaus į viršų, liko ne taip jau daug. Aišku, kad per tokį trumpą laiką kosminė technika dar nesuspės tiek išstbulėti, kad būtų galima pradėti kitų planetų kolonizavimą, perkelti į jas Žemės žmonių perteklių. Tiesa, yra dar vandenynai su jų gelmėmis, bet ir jų apgyvendinimui reikia milžiniškų resursų. Ar jų yra, o jei ir yra, ar suspės žmogus juos surasti ir jais pasinaudoti? O gal paprasčiau būtų 332 pav. pavaizduotą eksponentę perversi, kol dar ne visai vėlu į „S“ tipo logistinę kreivę, pavaizduotą 331 pav., nelaukiant kol ji savaimė taps „J-formos“ kreivę, būdinga kai kurių populiacijų (pavyzdžiui, dafnijų) dydžio kitimui, ar kol žmonių populiacijos dydžio kitimas pereis į procesą, pavaizduotą 330 pav.?

Iškilusių problemų ir jų sprendimo galimų variantų nagrinėjimui jau nebepakanka vien tik intuicijos ir verbalinių samprotavimų lygio pasvarstymų, nors jie ir būtų gana argumentuoti ir, iš pirmo žvilgsnio, logiškai nepriešišingi. Iškilusios problemos yra tiek sudėtingos ir tiek susipynusios viena su kita teigiamais ir neigiamais ryšiais, kad aprėpti visus tuos ekologinius, ekonominius, nacionalinius ir socialinius ryšius, visas teigiamų ir neigiamų grįžtamųjų ryšių kilpas verbaliniame ar koncepciniame modelyje jau nebeįmanoma, nes tai viršija žmogaus intelekto galias: susiduriama ne tik su pirmuoju, bet ir su antruoju informaciniu barjeru (žiūr. 1.6.4.13. skyrelį). Blieka tik viena – **pabandyti kurti šios sudėtingos situacijos imitacinį matematinį modelį ir eksperimentuoti su juo**, pasitelkiant kompiuterinę techniką ir ieškant bent artutinių atsakymų į iškilančius klausimus.

Vienas pirmųjų, pabandžiusių tai padaryti, buvo Masačusetso technologinio instituto (JAV) profesorius Džėjus Foresteris (Jay W. Forrester) – žymus valdymo teorijos specialistas. Kurį laiką dirbęs servomechanizmų ir ESM projektavimo srityje ir ten pasiekęs reikšmingų rezultatų, jis pabandė **perkelti inžinierinius techninių sistemų valdymo analizės ir projektavimo metodus į pramonės įmonių valdymą** ir

1956 m. tapo pramonės valdymo profesorium. Dirbdamas šioje srityje, jis sukūrė **sisteminės dinamikos** metodologiją, su kuria mes susipažinsime antrojoje šios mokymo priemonės dalyje, nagrinėdami prekybos ir gamybos dinaminį modelį, aprašytą jo knygoje „Išmonės kibernetikos pagrindai“ [8]. Įsitikinęs sisteminės dinamikos metodo vaisingumu, jis pabandė **pritaikyti šį metodą miesto vystymosi dinamikos analizei, sukurdamas miesto vystymosi dinaminį modelį**, apjungiantį savyje ir ekonominius, ir socialinius to vystymosi aspektus. Dž.Foresterio knygą „Miesto vystymosi dinamika“ [7] organizacinio vystymosi taryba pripažino geriausia 1970 m. publikacija. 1971 m. pasirodė Dž.Foresterio knyga „Pasaulio dinamika“ („World Dynamics“ [9]), skirta mūsų čia ką tik išvardintų ekologinių, ekonominių ir socialinių problemų nagrinėjimui, pasitelkiant labai **supaprastintą dinaminį imitacinį ekonominį, ekologinį ir socialinį pasaulio modelį**.

Nors tas modelis ir labai supaprastintas, bet jis vis dėlto gerokai sudėtingesnis už bet kokį verbalinį ar koncepcinį pasaulio modelį, kurį savo intelektu galėtų įsivaizduoti ir nagrinėti net neeilinių gabumų specialistas, neblogai nusimanantis ekonomikoje, sociologijoje ir ekologijoje, ar tokių specialistų grupė.

Modelį sudaro blokai, vadinami **lygiais** (o taip pat **talpomis**) ir vaizduojantys sistemos būsenos kitimą (jos fazinės koordinatės), blokai, vadinami **tempais**, imituojantys įvairius srautus tarp lygių ir tų srautų greičius bei jų kitimą, ir **vėlinimo blokai**, imituojantys procesų trukmę. Tempų blokai yra valdomi, t. y. srautų greičiai priklauso nuo sistemos būsenos koordinačių reikšmių. Informaciją, reikalingą tokiam valdymui, tempų valdymo blokai gauna per **informacinius kanalus**, išeinančius iš lygių ir vedančius į tempų blokus. Kadangi valdymo algoritmai daugumoje atvejų yra sudėtingi, tai valdymui reikalingų dydžių apskaičiavimui įvedami **pagalbiniai blokai**. Modelyje naudojama gana daug įvairių konstantų – modelio koeficientų reikšmių, kurios nustatomos apdorojant statistinius duomenis arba įvedamos kaip ekspertiniai įverčiai. Panašiai įvedamos ir pradinės lygių reikšmės. Kai kurios modelyje naudojamos funkcijos aprašomos lentelėmis.*

Dž. Foresterio sudaryto pasaulio modelio sudėtyje yra tik **penki lygių blokai**: gyventojų, gamtinių išteklių, pramonės fondų (kapitalinių įdėjimų į pramonę), žemės ūkio fondų ir užterštumo lygio. Šiuo atžvilgiu pasaulio modelis yra net paprastesnis už anksčiau Dž. Foresterio sudarytą prekybos ir gamybos kompleksinį dinaminį modelį.

Lygių blokus į medžiaginių ir energetinių srautų tinklą jungia septyni srautai: gimimų, mirimų, gamtinių resursų panaudojimo, fondų generavimo, fondų amortizacijos, užterštumo formavimosi ir užterštumo absorbavimo. Šių srautų valdymo blokai, reguliuojantys **srautų tempus**, tiesiogiai bei per pagalbinius blokus sujungti su lygių blokais ir **42 konstantomis** dvidešimt penkiais **informaciniais ryšiais** (kanalais), per kuriuos susidaro **grįžtamųjų ryšių kilpos**.

Įvairių rodiklių apskaičiavimui į modelį įjungti **33 pagalbiniai blokai**, kurie taip pat surišti su lygių bei tempų valdymo blokais ir konstantomis daugybe informacinių ryšių, sudarančių **modelio informacinį tinklą**.

Net ir toks palyginti nesudėtingas modelis leido Dž. Foresteriui atlikti su juo gana daug įdomių matematinių eksperimentų ir gauti eilę įdomių rezultatų, kuriuos be tokio modelio gauti būtų buvę neįmanoma arba labai sunku.

Pats Dž. Foresteris, pabrėždamas tą didžiulę naudą, kurią galima gauti, sujungiant specialistų patirtį ir intuiciją su kompiuterinės technikos galimybėmis,

* Su žymiai detalesniu ir pilnesniu Foresterio sisteminių dinaminį modelių sudarymo metodologijos aprašymu skaitytojas susipažins antrojoje šios mokymo priemonės dalyje. Ir susipažins ne tik teoriškai, bet ir praktiškai, pats kurdamas tokius modelius savarankiškai.

leidžiančiomis per trumpą laiką atlikti ilgus ir sudėtingus apskaičiavimus, atsižvelgiant į visus galimus grįžtamuosius ryšius, vertina taip:

„Abstraktūs verbaliniai modeliai yra gana neapibrėžti, nes sunku numatyti sąveikavimo tarp sudėtingos sistemos dalių pasekmes. Tas neapibrėžtumas išnyksta kompiuteriniuose modeliuose. Po to, kai į kompiuterį suvedamos visos modelio lygtys, kompiuteris be klaidų ir vienareikšmiškai suranda iš jų išplaukiančias pasekmes. Tai galingas aiškiai suformuluotų klausimų išsiaiškinimo instrumentas.“

Suprasdamas, kad tokie paprasti modeliai dar neleidžia gauti galutinių visada teisingų rekomendacijų, Dž. Foresteris vis dėlto yra įsitikinęs, kad jau ir dabar, naudojantis eksperimentavimo su tokiais modeliais rezultatais, galima gauti svarbių ir naudingų išvadų. Jis rašo:

„Jei mes pabandysime pažvelgti į ateitį dviem arba trim dešimtmečiais pirmyn, mes pamatysime, jog mūsų dabartiniai veiksmai fundamentaliai veikia ateitį. Jei mes vadovausimės programomis ir politika, kurias diktuoja socialinių sistemų dinaminės charakteristikos, mes rasime geresnes alternatyvas, negu tos, kurias gausime, jeigu viską paliksime stichiniam „natūraliam“ vystymuisi. Mes jau dabar esame pajėgūs geriau suvokti socialinių sistemų elgesio dinamiką. Galima tikėtis, kad, visa tai geriau žinodami, mes užsitikrinsime sau priimtinesnę ateitį.

Mūsų socialinės sistemos žymiai sudėtingesnės ir sunkiau aprėpiamos bei suvokiamos, negu technologinės sistemos. Kodėl gi mes, nagrinėdami socialines sistemas, nesinaudojame modeliavimo metodu ir neeksperimentuojame su tų sistemų modeliais, dar prieš įvesdami naujus įstatymus bei pradėdami vykdyti vyriausybines programas?

Į šį klausimą dažnai atsakoma, kad mūsų žinios apie socialines sistemas dar nepakankamos, kad būtų galima sudaryti naudingus modelius. Aš laikaisi tos nuomonės, kad tokių modelių sudarymui mūsų žinių pakanka. Ir atvirkščiai, mūsų žinios yra nepakankamos, kad be išankstinio eksperimentinio modeliavimo etapo mes iškart sugebėtume sukurti labiausiai efektyvias socialines sistemas. Ir esu įsitikinęs, kad socialinių sistemų modelių protingas panaudojimas leis mums sukurti žymiai geresnes sistemas, o su tų modelių pagalba suformuluoti įstatymai ir sukurtos valstybinės programos veiks žymiai efektyviau, negu seniau priimti įstatymai ir seniau sukurtos programos.“

Baigdamas savo knygą „Pasaulio dinamika“, Dž. Foresteris kviečia:

„Mes siūlome pradėti socialinių sistemų modeliavimą nuo dabartinio mūsų žinių lygio, naudojantis tomis koncepcijomis, kuriomis grindžiami mūsų dabartiniai abstraktūs verbaliniai tokių sistemų modeliai. Tai pavers modeliavimą praktikos instrumentu, leis pilniau išnaudoti visą turimą informaciją. Tokia metodika žymiai skiriasi nuo to duomenų rinkimo ir tos jų statistinės analizės, kurie socialiniuose tyrimuose dabar užima tiek daug laiko. Duomenų rinkimo vaidmuo labai svarbus, tačiau tas rinkimas būtų žymiai efektyvesnis, jeigu jame būtų vadovaujamasi sistemos modeliu, padedančiu užčiuopti sistemos jautriuosius taškus ir surasti pačią reikalingiausią informaciją.“

Čia pateiktos Dž. Foresterio mintys, išsakytos daugiau kaip prieš tris dešimtmečius, tebėra aktualios ir šiandien, netgi, galbūt, dar aktualesnės, negu seniau. Gaila tik, kad daugelio valstybių vadovai nesugebėjo ar nenorėjo jų išgirsti, į jas įsigilinti ir suvokti jų teisingumą ir gilumą, nors 1968 m. susikūręs Romos klubas, kuriame aktyviai dalyvavo ir Dž. Foresteris bei kiti jo bendražygiai, vadovaujami klubo pirmininko italų ekonomisto A. Pečėjo, ir labai stengėsi atkreipti valstybių

vyriausybių dėmesį į susiklosčiusią situaciją ir galimas katastrofiškas jos pasekmes netolimoje ateityje. Romos klubui vis dėlto pavyko išjudinti didelę maistančios visuomenės dalį visame pasaulyje, ir prasidėję įvairūs ekologiniai judėjimai, tame tarpe ir taip vadinamųjų „žaliųjų“ judėjimas, verčia net galingiausių valstybių vadovus skaitytis su jų nuomone ir reikalavimais.

Didelis Dž. Foresterio nuopelnas šiuolaikiniam mokslui buvo jau tame, kad jis vienas iš pirmųjų **ekologinių ir socialinių procesų evoliucijos nagrinėjimui pabandė pasinaudoti tais metodais, kurie buvo sudaryti ir gerai išvystyti inžinieriniuose ir tiksluose moksluose**, tokiu būdu **permesdamas tiltą tarp tikslųjų ir humanitarinių mokslų**, kurio kaip tik labai trūko. Sudarydamas jau minėtąjį labai paprastą sisteminių dinaminį pasaulio modelį, jungiantį savyje socialinius, ekologinius ir ekonominius procesus, Dž. Foresteris vienas pirmųjų padarė pionierišką žingsnį, kokio iki tol mokslininkai dar nebuvo padarę: jis pabandė **kiekybiškai įvertinti bendrus globalius procesus**, vykstančius mūsų planetoje, ir **įvertinti ne fragmentiškai, o sistemiškai**. Dž. Foresterio sukurtas **sisteminės dinamikos metodas** paruošia sudėtingas tarpdisciplinines problemas iki tokio laipsnio jų detalizavimo, kuris jau leidžia specialistams (sociologams, ekologams, ekonomistams, politikams ir kitiems ekspertams), naudojantis savo žiniomis ir patirtimi bei turima statistine informacija, duoti į modelio sudarymo metu išskylančius elementarius klausimus tokius atsakymus, kurie gana adekvatūs tikrovei ir leidžia, juos sujungus į sisteminių dinaminį modelį, eksperimentuojant su tuo modeliu, gauti atsakymus į tokius sudėtingus klausimus, į kuriuos tie ekspertai atsakyti jau nebepajėgūs. Tokio metodo sukūrimas ir jo perkėlimas į ekologinę ir socialinę sferą, kurioje iki tol matematiniai metodai ir kiekybiniai eksperimentai taikomi nebuvo, yra net gi svarbesnis šiuolaikiniam mokslui pasiekimas, negu pasaulio modelio sudarymas ir, eksperimentuojant su juo, gauti rezultatai, nors, žinoma, ir jie yra gan įdomūs ir leidžia padaryti naudingas išvadas.

Viena pagrindinių išvadų skelbia, kad **nevaldomas („laisvas“) stichiškas gamybos ir kitokio verslo vystymasis, vadovaujantis vien tik siaurais egoistiniais interesais („šiandien gauti man maksimalų pelną“), neišvengiamai prives prie katastrofiškų pasekmių, ir todėl būtina, kol dar ne visai vėlu, pereiti prie suderinto ir atsižvelgiančio į galimas tolimas pasekmes, visos žmonijos gamybinės veiklos ir turimų resursų panaudojimo valdymo net gi kai kurių „komercinių laisvių“ tam tikro suvaržymo sąskaita**, nežiūrint į tai, kaip kai kam (tame tarpe ir pačiam Dž. Foresteriui) to nesinorėtų.

Antra svarbi išvada, išplaukianti iš eksperimentų su imitaciniu pasaulio modeliu, su kuriais aš rekomenduočiau skaitytojui būtinai susipažinti, tuo labiau, kad ta pažintis jam labai pravertė, studijuojant antrąją šio kurso dalį, skiriančią ypatingą dėmesį eksperimentavimui su sudėtingų sistemų imitaciniais modeliais, yra analogiška pirmajai, tik liečia jau ne gamybę, o demografinę sferą. Šios išvados esmę trumpai galima suformuluoti taip: **jeigu nenorime sulaukti skausmingų pasekmių, turime išmokyti, nežiūrint į tai, kaip mums to nesinorėtų, protingai ir planingai valdyti demografinius procesus, pirmoje eilėje – gimstamumą**. Jei mes to nedarysime patys, įvykių eiga savaime „sureguliuos“ mūsų šeimų dydį, tik tas „sureguliuojimas“ žmonijai ir ją sudarančioms tautoms gali būti žymiai skausmingesnis.

Trečia išvada: **vien tik vartotojiškas požiūris į mus supančią aplinką dabartiniu metu jau tampa pražūtingas**, nes mes jau esame arti tos aplinkos suniokojimo ir užterštumo ribos, kurią peržengus gali prasidėti pražūtingi negrįžtamieji procesai. **Žmogus privalo suprasti, jog jis taip išvystė savo gamybinės jėgas, kad tapo atsakingas už savo planetos likimą. Jis turi išmokyti ne tik naudotis gamtine**

aplinka, bet ir tausoti (ar net – globoti) ją, kaip rūpestingas šeimininkas tausoja ir globoja savo gyvulėlius, savo auginamas gėles ir kitus augalus.

Suprantama, kad Dž. Foresterio sudarytas dinaminis pasaulio modelis, būdamas labai paprastas, dar nėra pakankamai adekvatus modeliui objektui. Todėl ir tie kiekybiniai įverčiai, kurie gaunami eksperimentuojant su tuo modeliu, dar nėra pakankamai patikimi, ir jų vertė kol kas yra daugiau iliustracinė bei orientacinė, tačiau vykstančių procesų tendencijas nustatyti modelis jau leidžia, ir tai yra labai aktualu.

Šiuo metu žmonijos jau turimos žinios ekonomikoje, sociologijoje ir ekologijoje sudaro sąlygas to modelio tobulinimui, šalinant akivaizdžius jo trūkumus.

Tobulinant Dž. Foresterio modelį, būtina pasinaudoti **tvermės dėsniais ekonomikoje**, kuriais Dž. Foresterio modelyje kažkodėl pasinaudota nebuvo. Pavyzdžiui, į Dž. Foresterio modelį, jį plečiant ir detalizuojant, galima būtų **įvesti ekonominis tvermės dėsnius išreiškiančias balansines lygtis**, t. y. būtų tikslinga dinaminį Dž. Foresterio modelį sujungti su Pasaulio banko darbuotojų sukurtu modeliu, pavadintu RMSM–X [200] ir skirtu valstybių ekonominio lygio įvertinimui, kuriame tos balansinės lygtys jau yra ir sudaro to modelio pagrindą.

Būtų tikslinga, detalizuojant ekonominę veiklą, pasinaudoti makroekonominiais matematiniais modeliais (žiūr. 1.14.12.2. skyrelį). Tai padarytų Dž. Foresterio modelį žymiai turiningesniu ir detalesniu, o tai leistų atsižvelgti į didesnę įvairių niuansų skaičių ir tokiu būdu adekvačiau atspindėti tikrovę.

Iš kitos pusės, Dž. Foresterio sisteminės dinamikos įvedimas į tokius modelius kaip RMSM–X bei į atskirų valstybių ekonominius modelius, žymiai padidintų tų modelių galimybes. Šią idėją jau bandoma realizuoti.

Pavyzdžiui, mums pavyko gauti Lenkijos valstybės ekonominį – socialinį dinaminį sisteminį modelį, sudarytą, naudojantis Dž. Foresterio sukurtą Dynamo kalba. Tame modelyje, naudojantis sisteminės dinamikos metodu, modeliujama Lenkijos ekonomikos sektorių veikla ir jų valdymas, bankų finansinė veikla, demografiniai procesai, gyventojų užimtumas ir t. t. Su šiuo modeliu, naudodamiesi **imitacinio modeliavimo sistema Powersim**, kurioje sisteminės dinamikos modelių kūrimas ir eksperimentavimas su jais didele dalimi jau automatizuotas, mūsų studentai jau eksperimentuoja ir bando, naudodamiesi tuo modeliu kaip pavyzdžiu, kurti Lietuvos valstybės ekonominį – socialinį modelį (žiūr. [201] ir [202]).

Naudodamasi jau minėtu Dž. Foresterio sudaryto dinaminio pasaulio modelio pavyzdžiu, buvusi mūsų katedros studentė V. Dranseikaitė (dabar dirbanti Klaipėdos universitete) sudarė Lietuvos ekologinį modelį (žiūr. [203]), kuris buvo gana palankiai įvertintas Lietuvos ekologų, ir, išstudijavusi Statistikos departamento eksploatuojamą Pasaulio banko modelį RMSM–X, išnagrinėjo jo sujungimo su dinaminio Dž. Foresterio modeliu galimybes (žiūr. [204]).

Darbai šioje įdomioje, aktualioje ir perspektyvioje srityje tęsiami, į juos įsijungia vis daugiau studentų, ir aš rekomenduočiau skaitytojui pasidomėti tais darbais ir išbandyti savo jėgas.

Pavyzdžiui, būtų tikslinga pabandyti pašalinti dar vieną Dž. Foresterio modelio trūkumą, įvedant į tą modelį blokus, imituojančius mokslinį ir techninį tobulėjimą, efektyvesnį turimų išteklių panaudojimą, aplinkos užterštumo mažinimą, diegiant beatliekines technologijas, gerinant valymo įrenginius ir vykdant aplinkos atstatymo veiklą. Dž. Foresterio dinaminiame pasaulio modelyje, kažkodėl nebuvo atsižvelgta į mokslinį ir techninį progresą, jo dinamiką ir naujas galimybes, į ką būtinai derėjo atsižvelgti, sudarant prognozes keliems dešimtmečiams į priekį. Žinoma, vargu ar galima nuspėti revoliucinius mokslinius ir techninius atradimus, bet apytikrius technologijų tobulėjimo tempus galima prognozuoti ir į juos atsižvelgti. Tokių

prognozių paklaida būtų vis dėlto mažesnė, negu tuo atveju, jei mes laikytume, kad technologijos kelių dešimtmečių bėgyje išliks nepakitusios.

Būtų naudinga, kad skaitytojas, besidomintis ekologija, susipažintų su brolių Eugenijaus ir Hovardo Odumų idėjomis, padėjusiomis susiformuoti **sisteminiam požiūriui į ekologiją, traktuojant ekosistemas kaip energijos srautų, kylančių mitybos piramidėse nuo pirmųjų produkcijos gamintojų lygio piramidės viršūnės link, transformatorius**, o taip pat su jų sudarytais **matematiniais ekosistemų modeliais**. Manau, kad skaitytoją sudomintų Hovardo T. Odumo knyga „Aplinka, valdžia ir visuomenė“, kurioje, atsižvelgiant į mokslo ir technikos laimėjimus, parodoma, kad **mokslas jau šiandien yra pajėgus išspręsti labai aktualią senkančių energijos išteklių problemą. Reikia tik, kad visuomenė ir valdžia panorėtų ir sugebėtų protingai pasinaudoti mokslo teikiamomis galimybėmis**, nes, anot jau ne kartą minėto „kibernetikos tėvo“ N. Vynerio, **žmonijai pakanka sumanumo ir proto sugalvoti pačius nuostabiausius išradimus ir padaryti pačius netikėčiausius atradimus, tačiau dažniausiai jai pristinga išminties, kad numatytų tų išradimų ir atradimų taikymo pasekmes**.

Ekologija – dar gana jaunas mokslas, ir jo teorinė bazė dar tik formuojasi. Egzistuoja įvairūs požiūriai į to mokslo objektą, paskirtį, tikslus ir metodologiją. Tačiau galima pastebėti būdingą tam mokslui tendenciją: jame vis labiau įsigali **globalinis sisteminis požiūris**, vis labiau pasitvirtina rusų akademiko V. I. Vernadskio minčių, išsakytų dar XX a. pradžioje, teisingumas. Šioms mintims gana artima ir britų mokslininko Džeimso Lavloko 1979 m. pasiūlyta gyvybės teorija, kurią jis pavadino senovės graikų žemės deivės Gėjos vardu. **D. Lavlokas mano, kad visa mūsų Žemė su savo biosfera yra tarsi save reguliuojantis organizmas, prisitaikantis prie vykstančių pokyčių taip, kad išliktų sąlygos, reikalingos gyvybės egzistavimui**. Jis teigia, kad gyvybė mūsų planetoje išliks, nesvarbu, kaip žmogus besielgtų. Tik iškyla klausimas, ar tarp tų gyvybės formų, kurios išgyvens, bus žmogus.

Kad žmogus Žemėje vis dėlto išgyventų, **globalioji ekologija privalo laiku suspėti išspręsti du pagrindinius uždavinius**:

1) **nustatyti tas biosferos leistino apkrovimo ribas, kurių neperžengus, aplinkos pokyčiai ir jų tempai bus tokie, kad žmonija, pasitelkdamas mokslą ir techniką, sugebės ir spės prie tų pokyčių prisitaikyti**;

2) **pasiūlyti tokią civilizacijos Žemėje vystymosi programą, kuri leistų tai civilizacijai ne tik išlikti, bet ir natūraliai evoliucionuoti, neperžengiant minėtųjų maksimalaus leistino biosferos apkrovimo ribų**.

Svarbu taip pat, kad visuomenė ir jos išsirinktos valdžios struktūros sugebėtų tą programą, kai ji bus sudaryta ir plačiai aptarta, **praktiškai realizuoti**. Tai irgi labai svarbus visos žmonijos uždavinys, kurį **išspręsti, matyt, bus dar sunkiau, negu pirmuosius du**, nes, visuomenei pereinant nuo stichiškai vykstančios sunkiai prognozuojamos raidos prie išmintingai planuojamo ir reguliuojamo vystymosi, žmonijai teks keisti savo mąstyseną ir elgesį, dabar egzistuojančias santvarkas, orientuotas į besaikį vartojimo ir ekstensyvios plėtros skatinimą, tobulesnėmis santvarkomis, orientuotomis į saikingą plėtrą, tausojančią mus supančią aplinką ir joje gyvenusių bei gyvenančių žmonių sukauptas kultūrinės vertybes. Ar užteks žmonijai geros valios ir išminties, kad įveiktų per visą jos egzistavimo istoriją susiformavusio trumparegiško egoistinio mąstymo inerciją ir galingą kai kurių labai įtakingų visuomenės sluoksnių pasipriešinimą?

Tačiau būkime optimistai ir tikėkime, kad mums, žmonėms, sugebėjusiems tapti planetos šeimininkais, pakaks išminties patiems nepražudyti savęs.

Tokios optimistiškos viltys nėra tuščios svajonės, nes nemaža ir vis didėjanti žmonijos dalis, pastebėjusi vis didėjančią žmogaus gamtai daromą žalą, pasireiškiančią pavojingu aplinkos užterštumo didėjimu, gamtos įvairovės skurdimu, gamtinių procesų pusiausvyros pažeidimais, galinčiais įgyti globalinį negrįžtamą pobūdį, pradeda suprasti iškilusių ekologinių grėsmių pavojingumą ir gamtos saugos problemų sprendimo neatidėliotinumą svarbą.

Labai svarbu, jog **atsirado ir stiprėja visuomeniniai ekologiniai judėjimai** (taip vadinamieji „žaliųjų“ judėjimai), pradėjo formuotis **visuomenės ekologinė sąmonė ir ekologinė teisė**, kurių pagrindą sudaro jau priimtose ir priimamos **tarptautinės ekologinės konvencijos** (JT bendroji klimato kaitos konvencija, Biologinės įvairovės konvencija, Europos laukinės gamtos ir gamtinės įvairovės apsaugos konvencija, Europos kraštovaizdžio konvencija ir kitos), civilizuotose valstybėse priimti bei priimami **įstatymai**, skirti gamtos apsaugos organizavimui ir žmogaus veiklos gamtoje reglamentavimui.

Nors iki šiol dar nepasiekta vieningos nuomonės dėl žmogaus veiklos poveikio klimatui masto ir tebesiginčijama dėl „šiltnamio efekto“ ir „globalinio atšilimo“, tačiau **Kioto protokolą** ratifikavo jau daugiau nei 190 pasaulio valstybių. Tiesa, tokių galingų aplinkos teršėjų kaip JAV ir Kinija vyriausybės, galingo stambiosios pramonės savininkų ir vadovų klanų spaudžiamos, to protokolo ratifikuoti vis dar nesiryžta, nes specialios įrangos, mažinančios išmetamų į aplinką teršalų kiekį, įdiegimas pareikalautų milijardinių investicijų ir reikšmingai sumažintų pramonės galingumą bei rentabilumą. Pramonininkai ir jų finansuojami mokslininkai teigia, jog žmogaus poveikis planetos klimatui esąs nereikšmingas ir priemonės, mažinančios anglies dvideginio išmetimą į atmosferą, jokio reikšmingo efekto neduosiančios.