1.10. SISTEMOS VIDINIS MODELIS

1.10.1. Makromodeliai ir mikromodeliai. Sistemos vidinio modelio sąvoka ir sudarymas. Mikromodelių tipai

1.4. skyriuje buvo aprašyta ir parodyta, kaip sudaromas nesudėtingo objekto išorinis modelis $M^{(e)}$. Kai pirmojo tipo sistema nesudėtinga, tai panašiu būdu, naudojantis informacija apie sistemos sąveiką su aplinka, gali būti sudarytas ir tos **sistemos išorinis modelis**. Sistemos išorinį modelį vadinsime jos **makromodeliu**, o 1.4. skyriuje aprašytą ir pailiustruotą pavyzdžiais išorinių modelių sudarymo ir jų tyrimo (išorinio funkcionavimo trajektorijų apskaičiavimo ir analizės) metodologiją – **sistemų analizės makrometodologija**.

Tačiau neretai sistemos būna sudėtingos ir praktiškai neaprėpiamos vieno žmogaus intelektu. Tokiais atvejais sudaryti išorinį sistemos modelį iškart nepavyksta. Tada sistemą tenka dekomponuoti į dalis – posistemius ir elementus – ir bandyti (dažniausiai kolektyvinėmis pastangomis) sudaryti sistemos dalių išorinius modelius, o po to juos jungti, stengiantis gauti visos sistemos aprašymą. Tokie sistemų aprašymai vadinami **vidiniais sistemų modeliais** $M^{(i)}$ (arba jų **mikromodeliais**), o tokia sistemų tyrimo ir aprašymo metodologija – **sistemų analizės ir sintezės mikrometodologija.** Sudarytu sudėtingos sistemos mikromodeliu galima naudotis ne tik kaip jos vidiniu, bet ir kaip jos išoriniu modeliu.

Vidiniai modeliai gali būti sudarinėjami ne tik sudėtingoms, bet ir nesudėtingoms sistemoms, kai mus domina ne tik išorinis sistemų funkcionavimas, bet ir jų vidinė sandara bei jų viduje vykstantys procesai. **Sudėtingų sistemų modeliavimas skiriasi nuo nesudėtingų sistemų modeliavimo tuo, kad sudėtingų sistemų modeliavimas visada prasideda nuo vidinio modelio sudarymo, o nesudėtingų sistemų modeliavimą galima pradėti ir nuo išorinio, ir nuo vidinio modelio sudarymo.**

Sistemos skaidymas į elementus ir jų makromodelių sudarymas vadinamas **sistemos analize,** o sistemos mikromodelio sudarymas iš jos elementų makromodelių vadinamas **sistemos vidinio modelio sinteze**.

Naudojantis 1.7. skyriaus terminologija, galima sakyti, jog **sistemos mikromodelis – tai sistemos sudėties ir struktūros aprašymas**, t. y. **sistemos sandaros aprašymas.** Šis sistemos vidinio modelio apibrėžimas galioja abiejų tipų sistemoms.

Kai sistemos sudėties ir struktūros aprašymą pavyksta išreikšti matematine kalba, sudarant sistemos elementų matematinius išorinius modelius ir matematiškai aprašant kokioje nors stratoje sistemos struktūrą, t. y. sistemos elementų vietą sistemoje, jų tarpusavio ryšius ir jų ryšius su sistemos aplinka, tai gauname **sistemos matematinį mikromodelį.**

Iš to išplaukia, jog, **sudarant sistemos vidinį matematinį modelį, reikia**:

1) išskirti sistemos sudėties elementus, identifikuoti juos ir sudaryti jų išorinius matematinius modelius, t. y.**matematiškai aprašyti sistemos sudėtį**;

2) išskirti, identifikuoti ir matematiškai aprašyti sistemos sudėties elementų vietas sistemos struktūroje, tų elementų tarpusavio santykius (ryšius, sąveikas) ir jų santykius (ryšius, sąveikas) su sistemos išorine aplinka, t. y. **matematiškai aprašyti sistemos struktūrą**.

Pirmojo tipo sistemų mikromodeliai gali būti **statiniai** ir **dinaminiai,** o antrojo tipo sistemų modeliai kiekvienu momentu – tik statiniai.

Statiniai mikromodeliai sudaromi tik tada, kai elementų išoriniai modeliai, jų išėjimų ir perėjimų funkcijos, o taip pat ir sistemos struktūra nekinta laiko bėgyje (arba laikomi nekintančiais, kai mus dominantis laiko intervalas pakankamai trumpas ir pakitimai per tą laiko intervalą – nežymūs ar nesvarbūs).

Dinaminiai mikromodeliai sudaromi tada, kada reikalinga atsižvelgti į **sistemos sudėties** (jos elementų skaičiaus, jų išorinių modelių) **ar sistemos struktūros evoliuciją bei į sistemos funkcionavimą ir jo evoliuciją**.

Statiniuose išoriniuose sistemos elementų modeliuose **išėjimų ir perėjimų funkcijos tiesiogiai nepriklauso nuo laiko** (išėjimai ir būsenos gali keistis laike tik todėl, kad gali keistis laike įėjimai ir todėl vykti būsenos ir išėjimų reikšmių pasikeitimai, apskaičiuojami naudojantis laike nekintančiomis perėjimų ir išėjimų funkcijomis).

Dinaminiuose išoriniuose sistemos elementų modeliuose **išėjimų ir perėjimų funkcijos gali keistis**, ir **jų tiesioginiais argumentais gali būti ne tik vektorių $\vec{x}$ ir $\vec{z}$ koordinatės, bet ir laikas t.**

Statiniuose sistemos struktūros modeliuose ryšių operatoriai R nepriklauso nuo laiko, o dinaminiuose tų operatorių lentelės, laikui bėgant, gali keistis, t. y., aprašant **dinaminės sistemos struktūrą,** vietoj priklausomybės $y_{k,p}=R(x_{j,u})$ (kur u – agregato A_j įėjimo kontakto numeris, p – agregato A_k išėjimo kontakto, su kuriuo surištas agregato A_j kontaktas u, numeris), tenka nustatyti ir vartoti priklausomybę $y_{k,p}=R(x_{j,u}, t)$, kur t – laikas. **Dinaminiuose mikromodeliuose gali keistis ir sistemos sudėties, ir jos struktūros modeliai, o taip pat sistemos elementų makromodeliai.** Tokių makromodelių pavyzdžius mes jau nagrinėjome 1.4.9. skyrelyje.

Sistemos matematinis mikromodelis vadinamas **analiziniu**, kada visos priklausomybės, jungiančios sistemos elementų įėjimų, išėjimų ir būsenų koordinates į sistemos elementų išorinius modelius, o šiuos – į visos sistemos vidinį modelį, **išreikštos analiziškai ir sudaro matematinių lygybių** (algebrinių, diferencialinių, loginių ir pan. lygčių) **bei nelygybių sistemą.**

Sistemų analiziniai modeliai (išoriniai ir vidiniai) gali būti kauzaliniai (priežastiniai) ir statistiniai (stochastiniai).

Kauzaliniai modeliai sudaromi tais atvejais, kai procesai, vykstantys nagrinėjamoje sistemoje, yra surišti tokiais priežastiniais ryšiais, kuriuos pavyksta išsiaiškinti ir matematiškai aprašyti.

Kai vienareikšmiškų kauzalinių sąryšių nustatyti nepavyksta, o sistemoje vykstančius procesus bei tarp jos elementų egzistuojančius sąryšius pavyksta aprašyti tik statistiškai, apskaičiuojant statistines tų procesų ir sąryšių charakteristikas, tai sudaromi **statistiniai modeliai,** vaizduojantys sąryšius ne tarp momentinių sistemos bei jos elementų įėjimų, išėjimų ir būsenų reikšmių, bet tarp tų reikšmių vidurkių bei momentinių reikšmių tikimybių.

Turėdami kauzalinį analizinį sudėtingos sistemos mikromodelį, galime bandyti gauti iš jo tos sistemos išorinį analizinį modelį, išreikšdami sistemos išėjimų ir naujų būsenų koordinates per sistemos įėjimų ir jos senų būsenų koordinates, t. y. eliminuodami iš aukščiau minėtos lygybių ir nelygybių sistemos tas sistemos elementų įėjimo ir išėjimo koordinates, kurios dalyvauja tik sistemos vidiniame aprašyme. Iš čia išplaukia, jog galimos **dvi sistemos išoriniame modelyje figūruojančių būsenų vektoriaus $\vec{z}$ koordinačių nustatymo metodologijos.** Pirmoji remiasi 1.3. skyrelyje aprašytais metodais (pavyzdžiui, **„juodosios dėžės“ metodu**, kuriuo buvo pasinaudota, nustatant minimalią determinuoto automato būsenų erdvę) ir vadinama **minimalios būsenų erdvės nustatymo makrometodologija.** Antroji remiasi vidiniu sistemos modeliu ir vadinama **sistemos būsenų erdvės nustatymo mikrometodologija.** Naudojantis šia

metodologija, sistemos būsenos vektorius konstruojamas, **jungiant sistemos elementų būsenų vektorius**. Lygindami šias metodologijas, randame, jog **būsenos nustatymo makrometodologija yra pirminė mikrometodologijos atžvilgiu**, nes pasinaudoti mikrometodologija, nustatant sistemos būseną, galima tik tada, kai jau nustatytos sistemos elementų būsenos makrometodologijos metodais. Kuriant sudėtingų sistemų modelius, **abi metodologijos viena kitą papildo.**

Kaip jau buvo minėta, gana dažnai analizinio kauzalinio sudėtingos sistemos mikromodelio sudaryti nepavyksta. Ir tuo labiau nepavyksta gauti iš mikromodelio analizinio tokios sistemos makromodelio.

Pavyzdžiui, jei sistemoje vyksta ne tik determinuoti, bet ir stochastiniai procesai, tai sistemos mikromodelis negali būti sudarytas, naudojantis tik klasikinėmis matematinės analizės funkcijomis, kuriose vieną argumento reikšmę atitinka tik viena funkcijos apibrėžta reikšmė. Savaime suprantama, jog **tokiais atvejais iš sistemos vidinio modelio, naudojantis analiziniais metodais, negalima gauti analizinio jos makromodelio.**

Tačiau net ir tokiais sudėtingais atvejais išlieka galimybė sudaryti **algoritminį sistemos mikromodelį**, t. y. algoritmiškai aprašyti sistemoje vykstančius procesus ir sujungti tokius algoritminius procesų modelius į ESM programų kompleksą taip, kaip realioje sistemoje vykstančių procesų išėjimai ir įėjimai jungiasi vieni su kitais.

Iš algoritminio mikromodelio, sujungus sistemoje vykstančių paprocesių algoritmus į **algoritmų tinklą,** modeliuojant visus svarbius sistemoje vykstančius procesus ir jų sąveikavimą, o po to matematiškai eliminavus iš to modelio visus vidinius kintamuosius, vaizduojančius sistemos vidinių elementų tarpusavio ryšius, ir palikus tik kintamuosius, vaizduojančius sistemos išorinius įėjimus ir išėjimus bei sistemos būseną, **galima gauti algoritminį sistemos makromodelį, arba panaudoti mikromodelį makromodelio vaidmenyje.** Apie tai bus plačiau parašyta 1.12. skyriuje.

Algoritminį sistemos mikromodelį, kuriame modeliuojamų procesų algoritmai **imituoja**[*] tuos procesus, o algoritmų jungimo struktūra izomorfiškai kartoja modeliuojamos sistemos vidinių procesų ir elementų jungimo į sistemą struktūrą, vadiname **imitaciniu sistemos mikromodeliu**. Sistemų imitaciniai mikromodeliai sudaromi, jungiant į sistemą **imitacinius elementų makromodelius**, t. y. tokius modelius, kurių matematinės įėjimų, išėjimų ir fazinės trajektorijos imituoja realius įėjimo, išėjimo ir būsenos kitimo procesus, vaizduodamos matematinėse erdvėse tų procesų parametrų kitimą laike. Pavyzdžiui, galima sudaryti įmonės darbo vietų, sandėlių, vidinio transporto ir kt. imitacinius modelius ir sujungti juos į gamybinio proceso įmonėje imitacinį modelį, kaip tai padaryta įmonės darbo centrų sąveikos modelyje[**] [113]. Plačiau apie imitacinį modeliavimą pakalbėsime 1.13. ir 1.14. skyriuose, kur bus parodyta, kad į **imitacinio mikromodelio sudėtį kartu su algoritminiais gali įeiti ir analiziniai makromodeliai.**

---

[*] **Matematinis (informacinis) imitavimas – tai realių procesų „kartojimas“ (t. y. „mėgdžiojimas“) informacinėje stratoje**. Realūs procesai ir juos imituojantys matematiniai (informaciniai) procesai turi **vienodas struktūras elementarių operacijų stratoje**, **tačiau skiriasi savo substancija, erdve, kurioje tie procesai vyksta, ir galbūt laiku**. Pirmieji – tai realūs medžiaginiai, energetiniai ar informaciniai procesai, vykstantys realioje erdvėje ir realiame laike. Antrieji – tai grynai informaciniai procesai, vykstantys matematinėse erdvėse ir matematiniame (modeliniame) laike, kuris gali sutapti, o gali ir nesutapti su realiu laiku. Detaliau apie imitacinį modeliavimą bus kalbama 1.13.2. skyrelyje.

[**] Žiūr. МВРЦ–1 («Модель взаимодействия рабочих центров») aprašymą, įeinantį į taikomųjų programų paketą ИМОУП ЕС [113]. Su šiuo paketu ir gamybinės įmonės imitacinio modelio (МВРЦ–1) aprašymu galima susipažinti Vilniaus universiteto Matematinės statistikos katedroje, kur galima susipažinti ir su kitais imitaciniais modeliais (IM): kirpyklos IM, mažmeninės bei didmeninės prekybos ir gamybos kompleksiniu modeliu, Foresterio globaliu dinaminiu Pasaulio modeliu, Lietuvos ekonominės – ekologinės – socialinės raidos IM ir kitais.

Jei nepavyksta sudaryti nei analizinio, nei imitacinio matematinio sistemos mikromodelio (o tai būna neretai, nes ne visuomet pavyksta rasti visas pagrindines priklausomybes, esančias sistemoje, ir išreikšti jas matematine kalba), tai tenkinamasi **informaciniu mikromodeliu siaurąja prasme**, t. y. **duomenų banku** apie sistemą, jos elementus, jos struktūrą, sistemoje vykstančius procesus. Tokio informacinio modelio pavyzdžiu gali būti sistemos elementų įėjimų, išėjimų ir būsenų trajektorijų taškų, atitinkančių tam tikrus sistemos kalendoriaus momentus, koordinačių reikšmių masyvas, kurio struktūra atitinka nagrinėjamos sistemos struktūrą.

Kai duomenų banke sukaupiama pakankamai daug **statistinės informacijos** apie sistemos makromodelį ar jos mikromodelį, tai, ją apdorojus **matematinės statistikos ir ekonometrikos metodais,** galima sudaryti sistemos **statistinius makro– ir mikromodelius,** priskiriamus matematinių modelių klasei. Apie **ekonometrinius modelius** ir jų sudarymo būdus bus kalbama 1.14.12. skyrelyje.

Sistemų matematiniai modeliai (tame tarpe ir analiziniai, ir imitaciniai) **gali būti priskirti informacinių modelių klasei**, jei **informacinio modelio sąvoką traktuotume pačia plačiąja prasme.** Matematiniai modeliai yra vertingesni negu paprasti informaciniai modeliai (**informaciniai modeliai siaurąja prasme**, t. y. **duomenų bankai**), nes matematiniai modeliai leidžia rasti sistemos charakteristikas ir jos funkcionavimo trajektorijų koordinačių reikšmes ne tik tuose taškuose, kurie atitinka fiksuotus nagrinėjamos sistemos eksperimentinio tyrimo kalendoriaus momentus, bet ir apskaičiuoti tas reikšmes tarpiniuose taškuose, bei taškuose, esančiuose už sistemos tyrinėjimo kalendoriaus ribų. Analizuodami sistemos matematinį modelį, galime gauti ir tokios informacijos, kurios neturėjome ir kuria tiesiogiai nesinaudojome, sudarydami sistemos modelį. Todėl galima sakyti, jog **informaciniai sistemų modeliai** (siaurąja prasme) **sudaro duomenų bankus**, **o matematiniai – žinių bankus** apie sistemas.

Vidiniai matematiniai modeliai (taip pat kaip ir išoriniai) gali būti **deskripciniai** (**deskriptyviniai**) ir **normatyviniai.**

Normatyvinių vidinių modelių sudarymas vadinamas **mikroprojektavimu**. Jis skiriasi nuo deskripcinių mikromodelių sudarymo proceso tuo, kad **visada prasideda nuo normatyvinio išorinio modelio (makroprojekto) sudarymo,** kai tuo tarpu **deskripciniai mikromodeliai gali būti sudaryti ir neturint deskripcinių makromodelių.** Sudėtingų sistemų atveju deskripciniai jų mikromodeliai visuomet sudaromi anksčiau nei tų sistemų deskripciniai makromodeliai.

Deskripcinio mikromodelio sudarymas prasideda nuo sistemos sudėties išsiaiškinimo ir jos elementų makromodelių sudarymo, kurie po to sujungiami taip, kaip realūs elementai sujungti realioje sistemoje, o sudarant normatyvinį mikromodelį jo sudėtis ir struktūra logiškai išplaukia iš projektuojamos sistemos paskirties ir jos normatyvinio išorinio funkcionavimo įsivaizdavimo.

Projektuojant sudėtingas sistemas gana dažnai **taikoma abiejų metodologijų – normatyvinės ir deskripcinės – sintezė.**

Matematinio mikromodelio sąvoką ir jo sudarymo metodikas iliustruosiu keliais konkrečiais pavyzdžiais.

1.10.2. Medžiagų sandėlio vidinis matematinis modelis

Paprastumo dėlei nagrinėsime 1.4.5. skyrelyje aprašytą nesudėtingą sandėlį, kuriame dirba tik vienas sandėlininkas. Tokiame sandėlyje išskirsime šiuos jo sudėties elementus:

1) sandėlininką S,

2) lentynas L su jose saugomomis medžiagomis,

3) kartoteką K, kurios kortelėse sandėlininkas pažymi kiekvieną dieną gautų ir išduotų medžiagų kiekius bei kiekvienai dienai kiekvienos medžiagos likutį, saugomą lentynose,

4) žurnalą Ž, kuriame sandėlininkas pažymi atsiunčiamus iš įmonės planavimo skyriaus cechams išskirtų medžiagų mėnesinius limitus, o taip pat kiekvieną dieną sumuoja kiekvienam cechui nuo mėnesio pradžios išduotų medžiagų kiekius.

Kartoteka K ir žurnalas Ž – tai **dokumentinės sandėlio atminties elementai,** kuriuose sandėlininkas fiksuoja visus sandėlio būsenos pasikeitimus ir iš kurių gauna sprendimų priėmimui reikalingą informaciją apie sandėlio būseną. Todėl, sudarydami išorinį sandėlininko veiklos matematinį modelį, galėsime laikyti paties sandėlininko (ne kaip asmenybės, o kaip sandėlio struktūros normatyvinio elemento) normatyvinę būseną nekintančia, nes visus sandėlio būsenos pakitimus atspindi sandėlio elementai K ir Ž, o realaus sandėlininko – konkretaus sandėlio sudėties elemento – būsena neturėtų įtakoti sandėlio normatyvinį funkcionavimą.

Vidinę sandėlio struktūrą ir jo ryšius su aplinka grafiškai pavaizduosime 224 pav., kur išorinius sandėlio ryšius žymėsime tais pačiais žymėjimais, kaip ir 1.4.5. skyrelyje, o vidinius – su atitinkamo vidinio elemento viršutiniais indeksais (pavyzdžiui, $\vec{x}_1^{(S)}$ reiškia sandėlininko įėjimo pirmąjį vektorių, $\vec{y}^{(K)}$ – kartotekos išėjimo vektorių ir t. t.).

Sudarysime **sandėlio sudėties elementų išorinius matematinius modelius**.

1.10.2.1. Sandėlininko S išorinis matematinis modelis

1. Sandėlininko kalendorius toks pat, kaip ir 1.4.5. skyrelyje aprašytas sandėlio kalendorius, t. y. diskretus, susidedantis iš mėnesio parų, numeruojamų eilės tvarka: 1, 2, 3, ..., T_k. Sandėlininko įėjimo $\vec{x}_5^{(S)}$ ir jo išėjimo $\vec{y}_7^{(S)}$ kalendoriaus kvantą galima laikyti lygų vienam mėnesiui, o visų kitų jo įėjimų ir išėjimų – vienai parai.

2. Įėjimo vektoriaus $\vec{x}^{(S)}$ struktūra hierarchinė, nes $\vec{x}^{(S)}=(\vec{x}_1^{(S)}, \vec{x}_2^{(S)}, \vec{x}_3^{(S)}, \vec{x}_4^{(S)}, \vec{x}_5^{(S)}, \vec{x}_6^{(S)}, \vec{x}_7^{(S)})$, susideda iš vektorių:

$$\vec{x}_1^{(S)}=(x_{1,1}^{(S)}, x_{1,2}^{(S)},..., x_{1,i}^{(S)},..., x_{1,n}^{(S)}),$$

$$\vec{x}_2^{(S)}=(x_{2,1,1}^{(S)}, x_{2,1,2}^{(S)},..., x_{2,1,j}^{(S)},..., x_{2,1,m}^{(S)}, x_{2,2,1}^{(S)},..., x_{2,i,j}^{(S)},..., x_{2,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{x}_3^{(S)}=(x_{3,1}^{(S)}, x_{3,2}^{(S)},..., x_{3,i}^{(S)},..., x_{3,n}^{(S)}),$$

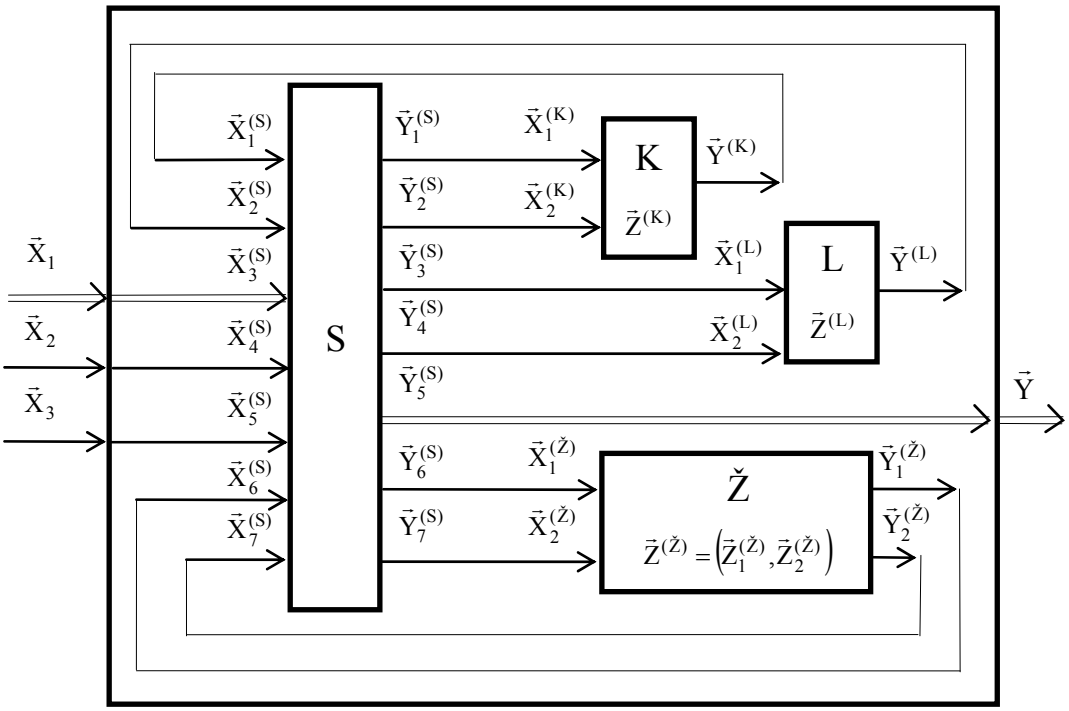
$$\vec{x}_4^{(S)}=(x_{4,1,1}^{(S)}, x_{4,1,2}^{(S)},..., x_{4,i,j}^{(S)},..., x_{4,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{x}_5^{(S)}=(x_{5,1,1}^{(S)}, x_{5,1,2}^{(S)},..., x_{5,i,j}^{(S)},..., x_{5,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{x}_6^{(S)}=(x_{6,1,1}^{(S)}, x_{6,1,2}^{(S)},..., x_{6,i,j}^{(S)},..., x_{6,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{x}_7^{(S)}=(x_{7,1,1}^{(S)}, x_{7,1,2}^{(S)},..., x_{7,i,j}^{(S)},..., x_{7,n,m}^{(S)}),$$

kur $x_{1,i}^{(S)}(t)$ – informacija (sandėlininko randama kartotekoje) apie medžiagos i likutį $x_{1,i}^{(S)}$ sandėlyje paros t pradžioje (paros t pradžiai); $x_{2,i,j}^{(S)}(t)$ – medžiaga i, perduodama cechui j paros t metu (šios medžiagos kiekį $x_{2,i,j}^{(S)}$ sandėlininkas paima iš lentynų, kad perduotų cechui j); $x_{3,i}^{(S)}(t)$ – medžiaga i (ir informacija apie jos kiekį $x_{3,i}^{(S)}$), gaunama į sandėlį per parą t (medžiaga i ir informacija apie jos kiekį ateina iš išorės – nuo tiekėjo); $x_{4,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija apie medžiagos i kiekį, kurio prašo cechas j parai t (ši informacija ateina į sandėlį iš išorės – iš cecho j); $x_{5,i,j}^{(S)}(k)$ – medžiagos i **naujas limitas** cechui j mėnesiui k (tai informacija, ateinanti į sandėlį iš planavimo skyriaus; ji ateina tik kartą per mėnesį – mėnesio (k–1) pabaigoje, o visomis kitomis paromis t šiuo kanalu jokia informacija neperduodama, todėl galima sakyti, jog šis įėjimo kanalas turi skirtingą nuo kitų kanalų kalendorių, kvantuojamą ne paromis, o mėnesiais); $x_{6,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija iš žurnalo apie tai, kiek medžiagos i išduota cechui j nuo mėnesio pradžios iki paros t pradžios; $x_{7,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija iš žurnalo apie medžiagos i **veikiantį limitą** cechui j tam mėnesiui k, kuriam priklauso para t (ši informacija gali būti reikalinga kasdien).



224 pav.

3. Išėjimų vektoriaus $\vec{y}^{(S)}$ struktūra taip pat hierarchinė, nes $\vec{y}^{(S)}=(\vec{y}_1^{(S)}, \vec{y}_2^{(S)}, \vec{y}_3^{(S)}, \vec{y}_4^{(S)}, \vec{y}_5^{(S)}, \vec{y}_6^{(S)}, \vec{y}_7^{(S)})$ susideda iš vektorių:

$$\vec{y}_1^{(S)}=(y_{1,1}^{(S)}, y_{1,2}^{(S)},..., y_{1,i}^{(S)},..., y_{1,n}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_2^{(S)}=(y_{2,1}^{(S)}, y_{2,2}^{(S)},..., y_{2,i}^{(S)},..., y_{2,n}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_3^{(S)}=(y_{3,1}^{(S)}, y_{3,2}^{(S)},..., y_{3,i}^{(S)},..., y_{3,n}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_4^{(S)}=(y_{4,1,1}^{(S)}, y_{4,1,2}^{(S)},..., y_{4,i,j}^{(S)},..., y_{4,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_5^{(S)}=(y_{5,1,1}^{(S)}, y_{5,1,2}^{(S)},..., y_{5,i,j}^{(S)},..., y_{5,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_6^{(S)}=(y_{6,1,1}^{(S)}, y_{6,1,2}^{(S)},..., y_{6,i,j}^{(S)},..., y_{6,n,m}^{(S)}),$$

$$\vec{y}_7^{(S)}=(y_{7,1,1}^{(S)}, y_{7,1,2}^{(S)},..., y_{7,i,j}^{(S)},..., y_{7,n,m}^{(S)}),$$

kur $y_{1,i}^{(S)}(t)$ – informacija apie medžiagos i kiekį, gautą į sandėlį per parą t; $y_{2,i}^{(S)}(t)$ – informacija apie medžiagos i kiekį, išduotą visiems cechams per parą t; $y_{3,i}^{(S)}(t)$ – medžiaga i, gauta iš tiekėjų per parą t ir sandėliuojama sandėlio lentynose; $y_{4,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i reikia paimti iš sandėlio ir perduoti per parą t cechui j; $y_{5,i,j}^{(S)}(t)$ – medžiaga i (kartu su perdavimo dokumentu), perduodama paros t metu cechui j; $y_{6,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i per parą t išduota cechui j; $y_{7,i,j}^{(S)}(t)$ – informacija apie naują medžiagos i limitą cechui j kitam mėnesiui arba tuščias signalas ∅, jei mėnuo k dar nesibaigia ir dar nereikalingi naujo mėnesio (k+1) limitai.

4. Kadangi sandėlio atmintį dokumentuose realizuoja elementai K ir Ž, kuriuose registruojami visi sandėlio būsenos pakitimai, tai sandėlininkui nebūtina tuos pakitimus įsiminti ir keisti savo normatyvinę būseną. Todėl **sandėlininko normatyviniame modelyje sandėlininko būseną** galima laikyti nekintančia, t. y. $\vec{z}$ =const.

5. Sandėlininko išėjimų funkcijos:

$y_{1,i}^{(S)}(t) = x_{3,i}^{(S)}(t)$, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k; T_k – paskutinės mėnesio darbo dienos numeris;

$$y_{2,i}^{(S)}(t) = \sum_{j=1}^{m} x_{2,i,j}^{(S)}(t),\ i=1, 2,..., n;\ t=1, 2,..., T_k;$$

$y_{3,i}^{(S)}(t) = x_{3,i}^{(S)}(t)$, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k;

$$y_{4,i,j}^{(S)}(t)=\begin{cases} \min(x_{4,i,j}^{(S)}(t), x_{7,i,j}^{(S)}(t)-x_{6,i,j}^{(S)}(t)), \\ \text{jei} \quad \sum_{j=1}^{m}\min(x_{4,i,j}^{(S)}(t), x_{7,i,j}^{(S)}(t)-x_{6,i,j}^{(S)}(t)) \le x_{1,i}^{(S)}(t); \\ \dfrac{\min(x_{4,i,j}^{(S)}(t), x_{7,i,j}^{(S)}(t)-x_{6,i,j}^{(S)}(t))\cdot x_{1,i}^{(S)}(t)}{\sum_{j=1}^{m}\min(x_{4,i,j}^{(S)}(t), x_{7,i,j}^{(S)}(t)-x_{6,i,j}^{(S)}(t))}, \\ \text{jei} \quad \sum_{j=1}^{m}\min(x_{4,i,j}^{(S)}(t), x_{7,i,j}^{(S)}(t)-x_{6,i,j}^{(S)}(t)) \ge x_{1,i}^{(S)}(t); \end{cases} \quad \text{kur } i=1,2,\ldots,n;\ t=1,2,\ldots,T_k;\ j=1,2,\ldots,m;$$

$y_{5,i,j}^{(S)}(t)=x_{2,i,j}^{(S)}(t)$, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k; j=1,2,…, m;

$y_{6,i,j}^{(S)}(t)=x_{2,i,j}^{(S)}(t)$, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k; j=1,2,…, m;

$$y_{7,i,j}^{(S)}(t)=\begin{cases} \varnothing, & \text{jei} \quad 1 \le t < T_k, \\ x_{5,i,j}^{(S)}(k+1), & \text{jei} \quad t = T_k, \end{cases} \quad \text{kur } i=1, 2,\ldots, n;\ j=1,2,\ldots, m;\ t=1, 2,\ldots, T_k.$$

6. Kadangi sandėlininko būsena nekinta, tai **perėjimo funkcija** sandėlininko normatyviniame matematiniame modelyje išsigimsta į trivialią funkciją – konstantą $\vec{z}^{(S)}(t+1)=\vec{z}^{(S)}(t)=\text{const}$.

1.10.2.2. Kartotekos K išorinis matematinis modelis

1. Kartotekos kalendorius toks pat, kaip ir sandėlininko: laiko kitimo kvantas – viena para.

2. Įėjimo vektoriaus $\vec{x}^{(K)}$ struktūra – hierarchinė, nes $\vec{x}^{(K)}=(\vec{x}_1^{(K)}, \vec{x}_2^{(K)})$ susideda iš vektorių:

$\vec{x}_1^{(K)}=(x_{1,1}^{(K)}, x_{1,2}^{(K)},..., x_{1,i}^{(K)},..., x_{1,n}^{(K)})$,

$\vec{x}_2^{(K)}=(x_{2,1}^{(K)}, x_{2,2}^{(K)},..., x_{2,i}^{(K)},..., x_{2,n}^{(K)})$,

kur $x_{1,i}^{(K)}(t)$ – informacija apie medžiagos i kiekį, gautą į sandėlį per parą t; $x_{2,i}^{(K)}(t)$ – informacija apie medžiagos i kiekį, išduotą visiems cechams per parą t.

3. Išėjimo vektorius – paprastas, turintis n koordinačių:

$\vec{y}^{(K)}=(y_1^{(K)}, y_2^{(K)},..., y_i^{(K)},..., y_n^{(K)})$, kur $y_i^{(K)}(t)$ – informacija apie medžiagos i likutį sandėlyje paros t pradžioje (paros t pradžiai).

4. Būsenos vektorius:

$\vec{z}^{(K)}=(z_1^{(K)}, z_2^{(K)},..., z_i^{(K)},..., z_n^{(K)})$, kur $z_i^{(K)}(t)$ – medžiagos i likutis (informacija apie jį) sandėlyje paros t pradžiai.

5. Išėjimo funkcija:

$y_i^{(K)}(t)=z_i^{(K)}(t)$, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k.

6. Perėjimo funkcija:

$z_i^{(K)}(t+1)=z_i^{(K)}(t)+x_{1,i}^{(K)}(t)-x_{2,i}^{(K)}(t)$, kur, i=1, 2,..., n; t=1, 2,..., T_k.

1.10.2.3. Sandėlio lentynų L išorinis matematinis modelis

1. Lentynų kalendorius toks pat, kaip ir sandėlininko bei kartotekos, t. y. laiko kvantas lygus vienai parai.

2. Įėjimų vektoriaus $\vec{x}^{(L)}$ struktūra – hierarchinė, nes $\vec{x}^{(L)}=(\vec{x}_1^{(L)}, \vec{x}_2^{(L)})$ susideda iš vektorių:

$\vec{x}_1^{(L)}=(x_{1,1}^{(L)}, x_{1,2}^{(L)},..., x_{1,i}^{(L)},..., x_{1,n}^{(L)})$,

$\vec{x}_2^{(L)}=(x_{2,1,1}^{(L)}, x_{2,1,2}^{(L)},..., x_{2,i,j}^{(L)},..., x_{2,n,m}^{(L)})$,

kur $x_{1,i}^{(L)}(t)$ – medžiaga i, gauta į sandėlį per parą t ir pakraunama į lentynas; $x_{2,i,j}^{(L)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i reikia paimti iš sandėlio ir perduoti per parą t cechui j.

3. Išėjimo vektorius:

$\vec{y}^{(L)}=(y_{1,1}^{(L)},\ y_{1,2}^{(L)},...,y_{i,j}^{(L)},...,\ y_{n,m}^{(L)})$, kur $y_{i,j}^{(L)}(t)$ – medžiaga i, išduodama iš sandėlio cechui j parai t.

4. Būsenos vektorius:

$\vec{z}^{(L)}=(z_1^{(L)},\ z_2^{(L)},...,\ z_i^{(L)},...,\ z_n^{(L)})$, kur $z_i^{(L)}(t)$ – medžiagos i likutis, esantis sandėlio lentynose paros t pradžioje.

5. Išėjimo funkcija:

$y_{i,j}^{(L)}(t)=x_{2,i,j}^{(L)}(t)$, i=1, 2,..., n; j=1, 2,...,m; t=1, 2,..., T_k.

6. Perėjimų funkcija:

$$z_i^{(L)}(t+1)=z_i^{(L)}(t)+x_{1,i}^{(L)}(t)-\sum_{j=1}^{m}x_{2,i,j}^{(L)}(t)\ ,\ i=1,2,...,n;\ t=1,2,...,T_k.$$

1.10.2.4. Žurnalo išorinis matematinis modelis

1. Žurnalo kalendorius toks pat, kaip sandėlininko.

2. Įėjimo vektoriaus $\vec{x}^{(Ž)}$ struktūra – hierarchinė, nes $\vec{x}^{(Ž)}=(\vec{x}_1^{(Ž)},\vec{x}_2^{(Ž)})$ susideda iš vektorių:

$\vec{x}_1^{(Ž)}=(x_{1,1,1}^{(Ž)},\ x_{1,1,2}^{(Ž)},...,\ x_{1,i,j}^{(Ž)},...,\ x_{1,n,m}^{(Ž)})$,

$\vec{x}_2^{(Ž)}=(x_{2,1,1}^{(Ž)},\ x_{2,1,2}^{(Ž)},...,\ x_{2,i,j}^{(Ž)},...,\ x_{2,n,m}^{(Ž)})$,

kur $x_{1,i,j}^{(Ž)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i per parą t išduota cechui j; $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t)$ – informacija apie naują medžiagos i limitą cechui j, t. y. $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t)=x_{2,i,j}^{(Ž)}(k+1)$, pereinant iš mėnesio k į mėnesį (k+1), kai $t=T_k$, arba „tuščias signalas“ $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t)=\varnothing$, kai t=1, 2,..., T_k.–1.

3. Išėjimų vektoriaus $\vec{y}^{(Ž)}$ struktūra – hierarchinė, nes $\vec{y}^{(Ž)}=(\vec{y}_1^{(Ž)},\ \vec{y}_2^{(Ž)})$ susideda iš vektorių:

$\vec{y}_1^{(Ž)}=(y_{1,1,1}^{(Ž)},\ y_{1,1,2}^{(Ž)},...,\ y_{1,i,j}^{(Ž)},...,\ y_{1,n,m}^{(Ž)})$,

$\vec{y}_2^{(Ž)}=(y_{2,1,1}^{(Ž)},\ y_{2,1,2}^{(Ž)},...,\ y_{2,i,j}^{(Ž)},...,\ y_{2,n,m}^{(Ž)})$,

kur $y_{1,i,j}^{(Ž)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i išduota cechui j nuo mėnesio pradžios iki paros t pradžios; $y_{2,i,j}^{(Ž)}(t)$ – informacija apie medžiagos i veikiantį limitą cechui j tam mėnesiui k, kuriam priklauso para t.

4. Būsenos vektoriaus $\vec{z}^{(Ž)}$ struktūra – hierarchinė, nes $\vec{z}^{(Ž)}=(\vec{z}_1^{(Ž)},\vec{z}_2^{(Ž)})$ susideda iš vektorių:

$\vec{z}_1^{(Ž)}=(z_{1,1,1}^{(Ž)},\ z_{1,1,2}^{(Ž)},...,\ z_{1,i,j}^{(Ž)},...,\ z_{1,n,m}^{(Ž)})$,

$\vec{z}_2^{(Ž)}=(z_{2,1,1}^{(Ž)},\ z_{2,1,2}^{(Ž)},...,\ z_{2,i,j}^{(Ž)},...,\ z_{2,n,m}^{(Ž)})$,

kur $z_{1,i,j}^{(Ž)}(t)$ – informacija apie tai, kiek medžiagos i išduota cechui j nuo mėnesio pradžios iki paros t pradžios; $z_{2,i,j}^{(Ž)}(t)$ – medžiagos i limitas cechui j tam mėnesiui, kuriam priklauso para t.

5. Išėjimų funkcijos:

$y_{1,i,j}^{(Ž)}(t)=z_{1,i,j}^{(Ž)}(t)$, i=1, 2,..., n; j=1, 2,...,m; t=1, 2,..., T_k ;

$y_{2,i,j}^{(Ž)}(t)=z_{2,i,j}^{(Ž)}(t)$, i=1, 2,..., n; j=1, 2,...,m; t=1, 2,..., T_k.

6. Perėjimų funkcijos:

$z_{1,i,j}^{(Ž)}(t+1)=z_{1,i,j}^{(Ž)}(t)+x_{1,i,j}^{(Ž)}(t)$, i=1, 2,..., n; j=1, 2,...,m; t=1, 2,..., T_k ;

$$z_{2,i,j}^{(Ž)}(t+1)=\begin{cases} z_{2,i,j}^{(Ž)}(t), & \text{jei} \quad t<T_k, \\ x_{2,i,j}^{(Ž)}(k+1), & \text{jei} \quad t=T_k. \end{cases}$$

1.10.2.5. Sandėlio struktūros matematinis modelis

Po to, kai matematiškai aprašėme sandėlio sudėtį, pereisime prie sandėlio struktūros matematinio aprašymo. Grafiškai sandėlio struktūra jau pavaizduota 224 pav.

Išnagrinėsime idealizuotą atvejį, kai tarpelementinių ryšių kanalai – idealūs. Tai reiškia, kad poveikio perdavimo kanalu laikas yra lygus nuliui ir kad poveikis perduodamas kanalu be pakitimų (t. y. be nuostolių, slopinimo, stiprinimo, iškraipymų, triukšmų ir pan.).

Tuomet **sandėlio struktūros matematinį modelį sudarys šios lygybės**:

1) $\vec{x}_1^{(S)} = \vec{y}^{(K)}$; 2) $\vec{x}_2^{(S)} = \vec{y}^{(L)}$; 3) $\vec{x}_3^{(S)} = \vec{x}_1$; 4) $\vec{x}_4^{(S)} = \vec{x}_2$; 5) $\vec{x}_5^{(S)} = \vec{x}_3$; 6) $\vec{x}_6^{(S)} = \vec{y}_1^{(Ž)}$; 7) $\vec{x}_7^{(S)} = \vec{y}_2^{(Ž)}$; 8) $\vec{x}_1^{(K)} = \vec{y}_1^{(S)}$; 9) $\vec{x}_2^{(K)} = \vec{y}_2^{(S)}$; 10) $\vec{x}_1^{(L)} = \vec{y}_3^{(S)}$; 11) $\vec{x}_2^{(L)} = \vec{y}_4^{(S)}$; 12) $\vec{y} = \vec{y}_5^{(S)}$; 13) $\vec{x}_1^{(Ž)} = \vec{y}_6^{(S)}$; 14) $\vec{x}_2^{(Ž)} = \vec{y}_7^{(S)}$.

Jei poveikio $r_{u,v}$ perdavimui būtų reikalingas laiko intervalas $\Delta_{u,v}t$, tai gautume tokias sandėlio struktūros aprašymo formules:

1) $x_{1,i}^{(S)}(t+\Delta_{K,S,i}t) = y_i^{(K)}(t)$; i=1, 2,…, n; t=1, 2,…,$T_k$;

2) $x_{2,i,j}^{(S)}(t+\Delta_{L,S,i,j}t) = y_{i,j}^{(L)}(t)$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k;

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

14) $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t+\Delta_{S,Ž,i,j}t) = y_{7,i,j}^{(S)}(t)$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k.

Jei poveikis $r_{u,v}$, perduodamas ryšių kanalu (u,v), būtų stiprinamas arba silpninamas, tai aukščiau surašytose formulėse tektų įvesti stiprinimo (silpninimo) koeficientus $k_{u,v}$:

1) $x_{1,i}^{(S)}(t+\Delta_{K,S,i}t) = k_{K,S,i} \cdot y_i^{(K)}(t)$; i=1, 2,…, n; t=1, 2,…,$T_k$;

2) $x_{2,i,j}^{(S)}(t+\Delta_{L,S,i,j}t) = k_{L,S,i,j} \cdot y_{i,j}^{(L)}(t)$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k;

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

14) $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t+\Delta_{S,Ž,i,j}t) = k_{S,Ž,i,j} \cdot y_{7,i,j}^{(S)}(t)$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k.

Pačiu bendruoju atveju poveikį ryšių kanalo (u,v) gale galėtume aprašyti kaip poveikio šio kanalo pradžioje funkciją:

1) $x_{1,i}^{(S)}(t+\Delta_{K,S,i}t) = f_{1,K,S,i}(y_i^{(K)}(t))$; i=1, 2,…, n; t=1, 2,…,$T_k$;

2) $x_{2,i,j}^{(S)}(t+\Delta_{L,S,i,j}t) = f_{2,L,S,i,j}(y_{i,j}^{(L)}(t))$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k;

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

14) $x_{2,i,j}^{(Ž)}(t+\Delta_{S,Ž,i,j}t) = f_{14,S,Ž,i,j}(y_{7,i,j}^{(S)}(t))$; i=1, 2,…, n; j=1, 2,…,m; t=1, 2,…,T_k.

Tuomet realius perdavimo kanalus galėtume interpretuoti kaip papildomus sandėlio sudėties elementus (vėlinimo, poveikio transformavimo), sujungtus su kitais atitinkamais elementais idealiais kanalais, t. y. sandėlio mikromodelis turėtų daugiau elementų ir daugiau makromodelių.

Sujungę sandėlio elementų matematinius makromodelius struktūrinių ryšių formulėmis į matematinių lygybių sistemą, gausime sandėlio mikromodelį. Jis gali turėti ir ESM programų paketo pavidalą, kuriame kiekvienas programinis modulis imituotų arba kurį nors sandėlio elementą, t. y. realizuotų to elemento išėjimo ir perėjimo funkcijas, arba kurį nors sandėlio elementų ryšių kanalą, t. y. realizuotų kanalų funkcijas $f_{u,v}$. Jei ryšių kanalai – idealūs, tai sandėlio mikromodelį gautume, sujungę sandėlio elementų modelių įėjimus ir išėjimus taip, kaip parodyta 224 pav., t. y. sudarę iš sandėlio elementų makromodelių struktūrinę matricą, vaizduojančią sandėlio struktūrą.

1.10.3. Baigtinio automato vidinis matematinis modelis

Sudarysime automato, išnagrinėto, 1.3. skyriuje, matematinį makromodelį, o po to ir jo matematinį mikromodelį.

Automato išėjimo ir perėjimo funkcijas išreikšime klasikinės (dvireikšmės) matematinės logikos kalba. Tuo tikslu transformuosime automato įėjimų, išėjimų ir būsenų erdves į dvejetainių koordinačių erdves. Kadangi įėjimo koordinatė x turi tris reikšmes x_0, x_1 ir x_2, tai ją teks pakeisti dviem dvejetainėmis koordinatėmis ξ_1 ir ξ_2, koduojant x_0, x_1 ir x_2 taip, kaip parodyta 63-ojoje lentelėje.

63. lentelė

x	ξ_2	ξ_1
x_0	0	0
x_1	0	1
x_2	1	0

Tuomet iš 1.3. skyriaus 11 lentelės gausime 64-ąją lentelę, vaizduojančią dvejetainėje sistemoje automatų išėjimų ir naujų būsenų priklausomybę nuo automato įėjimų ir senų būsenų.

Pereinant nuo 11-osios prie 64-osios lentelės, z_0 buvo koduojamas 0, o z_1 – 1, analogiškai buvo koduojami ir y_0 bei y_1.

Automato išėjimo funkciją $y=\varphi(x, z)=\Phi(\xi_2, \xi_1, z)$ gausime disjunktyvinėje tobulojoje normaliojoje formoje (DTNF) $y=\bar{z}\bar{\xi}_2\xi_1 \vee z\bar{\xi}_2\bar{\xi}_1 \vee z\xi_2\bar{\xi}_1$, kurią galima supaprastinti, pereinant į DNF $y=\bar{z}\bar{\xi}_2\xi_1 \vee z\bar{\xi}_1$.

Automato perėjimo funkciją $z(t+1)=\psi(z(t), x(t))=\Psi(z(t),\xi_2(t), \xi_1(t))$ taip pat sudarysime DTN formoje: $z(t+1)=\bar{z}(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\xi_1(t) \vee z(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t)$. Šią funkciją taip pat galima supaprastinti. Gausime $z(t+1)=\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\xi_1(t)$.

Nagrinėjamo automato matematinis makromodelis su išėjimo ir perėjimo funkcijomis $y=\bar{z}\xi_2\xi_1 \vee z\overline{\xi_1}$ ir $z(t+1)=\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\xi_1(t)$ nėra vienintelis, nes, pervesdami koordinačių reikšmes į dvejetainę sistemą, mes galėjome jas koduoti ir kitaip. Be to galėjome pasinaudoti pertekliniais įėjimo x koordinatės reikšmių kodais, sudarydami 65-ją lentelę.

64. lentelė

z(t)	$\xi_2(t)$	$\xi_1(t)$	y(t)	z(t+1)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1

65. lentelė

z(t)	$\xi_2(t)$	$\xi_1(t)$	y(t)	z(t+1)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	~	~
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	~	~

65-ojoje lentelėje ženkleliai „~“ reiškia neapibrėžtumą: vietoje „~“ galima rašyti ir 0, ir 1, nes nagrinėjamo automato įėjimas x neturi tokios reikšmės, kuri atitiktų $\xi_2=1$ ir $\xi_1=1$.

Tuo galima pasinaudoti, norint gauti paprastesnes automato išėjimo ir perėjimo funkcijas. Pavyzdžiui, iš 65-osios lentelės galima gauti 66-ąją lentelę.

66. lentelė

z(t)	$\xi_2(t)$	$\xi_1(t)$	y(t)	z(t+1)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

Iš 66-osios lentelės gautume:

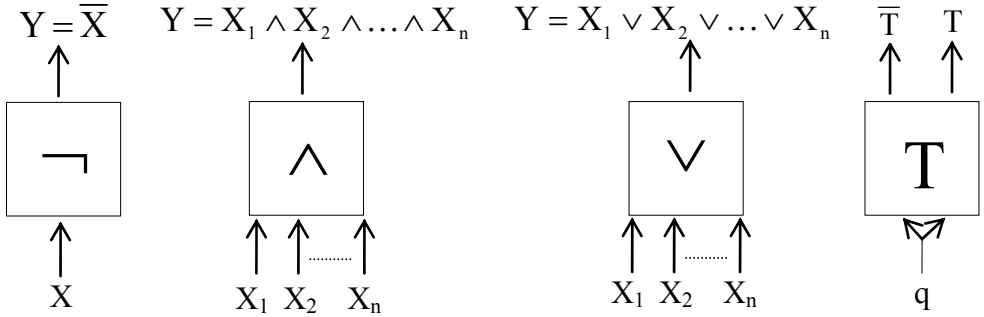
$$y=\bar{z}\bar{\xi}_2\xi_1 \vee \bar{z}\xi_2\xi_1 \vee z\bar{\xi}_2\bar{\xi}_1 \vee z\xi_2\bar{\xi}_1=\bar{z}\xi_1 \vee z\bar{\xi}_1;$$

$$z(t+1)=\bar{z}(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\xi_1(t) \vee z(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee$$

$$\vee z(t)\xi_2(t)\xi_1(t)=\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t) \vee z(t)\xi_1(t).$$

Šis matematinis matricinis makromodelis, būdamas paprastesnis, atitiktų paprastesnį baigtinį automatą, kurio išėjimai ir būsenos, esant įėjimams x_0, x_1 ir x_2, atitiktų 11-ją lentelę.

Sudarysime šio automato mikromodelį. Jo išėjimo ir perėjimo funkcijų realizavimui **bus reikalingi elementai**, **vykdantys loginio neigimo**, **konjunkcijos ir disjunkcijos operacijas**. Be to, **bus reikalingi elementai**, **sugebantys įsiminti ir laikyti savo atmintyje automato būseną**. Kadangi nagrinėjamas automatas turi tik dvi būsenas, tai jų įsiminimui pakaks vieno elemento, vadinamo **trigeriu.** Tokiu būdu nagrinėjamo automato sudėtyje bus šių keturių tipų elementai (žiūr. 225 pav.):



225 pav.

Pirmasis iš tų elementų vadinamas **invertoriumi** ir vykdo loginio neigimo (inversijos) operaciją.

Antrasis elementas vadinamas **konjunktoriumi** (arba sutapimo schema) ir vykdo konjunkcijos operaciją.

Trečiasis elementas vadinamas **disjunktoriumi** (arba surinkimo schema) ir vykdo disjunkcijos operaciją.

Ketvirtasis elementas – **trigeris** – turi du išėjimus ir dvi būsenas. Jo išėjimų ir naujos būsenos priklausomybė nuo įėjimo ir senos būsenos parodyta 67-ojoje lentelėje.

Iš šios lentelės matome, jog trigerio išėjimų funkcijos: T(t)=z(t), $\overline{T}(t)=\overline{z}(t)$, o jo perėjimų funkcija: $z(t+1)=\overline{z}(t)q(t)\vee z(t)\overline{q}(t)$.

67. lentelė

z(t)	q(t)	T(t)	$\overline{T}(t)$	z(t+1)
0	0	0	1	0
0	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	0

Iš perėjimų funkcijos matyti, jog trigeris keičia savo būseną į priešingą („apsiverčia“), kai jo įėjimą q pasiekia signalas q(t)=1. Jei q(t)=0, tai trigeris palieka senoje būsenoje, kurią įsiminęs laiko tol, kol neateina įėjimo signalas q(t)=1.

Sutapatinę trigerio būseną su nagrinėjamo automato būsena (mes tam ir įjungiame į automato sudėtį trigerį, kad jis įsimintų ir vaizduotų automato būseną), rasime, kaip turi keistis trigerio įėjimas q(t), kad automato (ir trigerio) būsena keistųsi, atitikdama automato perėjimų funkciją $z(t+1)=\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t)\vee z(t)\xi_1(t)$.

Tuo tikslu 66-ąją lentelę papildysime stulpeliu q(t) ir gausime 67-ąją lentelę. Stulpelyje q(t) rašysime vienetą tada, kada automato būsena keičiasi, pereinant iš z(t) į z(t+1), ir rašysime nulį, jei to perėjimo metu būsena nesikeičia.

68. lentelė

z(t)	$\xi_2(t)$	$\xi_1(t)$	y(t)	z(t+1)	q(t)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0

Iš 68-osios lentelės gauname, jog $q=\overline{z}(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t)\vee$ $\vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\overline{\xi_1}(t)$.

Turėdami funkcijas $y=\overline{z}\xi_1\vee z\overline{\xi_1}$ ir $q=\overline{z}(t)\xi_2(t)\overline{\xi_1}(t)\vee$ $\vee z(t)\overline{\xi_2}(t)\overline{\xi_1}(t)$, galime sudaryti nagrinėjamo **automato struktūrinę schemą** (žiūr. 226 pav.).

Iš 226 pav. matome, jog nagrinėjamą baigtinį automatą sudaro du invertoriai, vienas trigeris, dvi surinkimo schemos, turinčios po du įėjimus, dvi tokios pat sutapimo schemos ir dvi sutapimo schemos, turinčios po tris įėjimus.

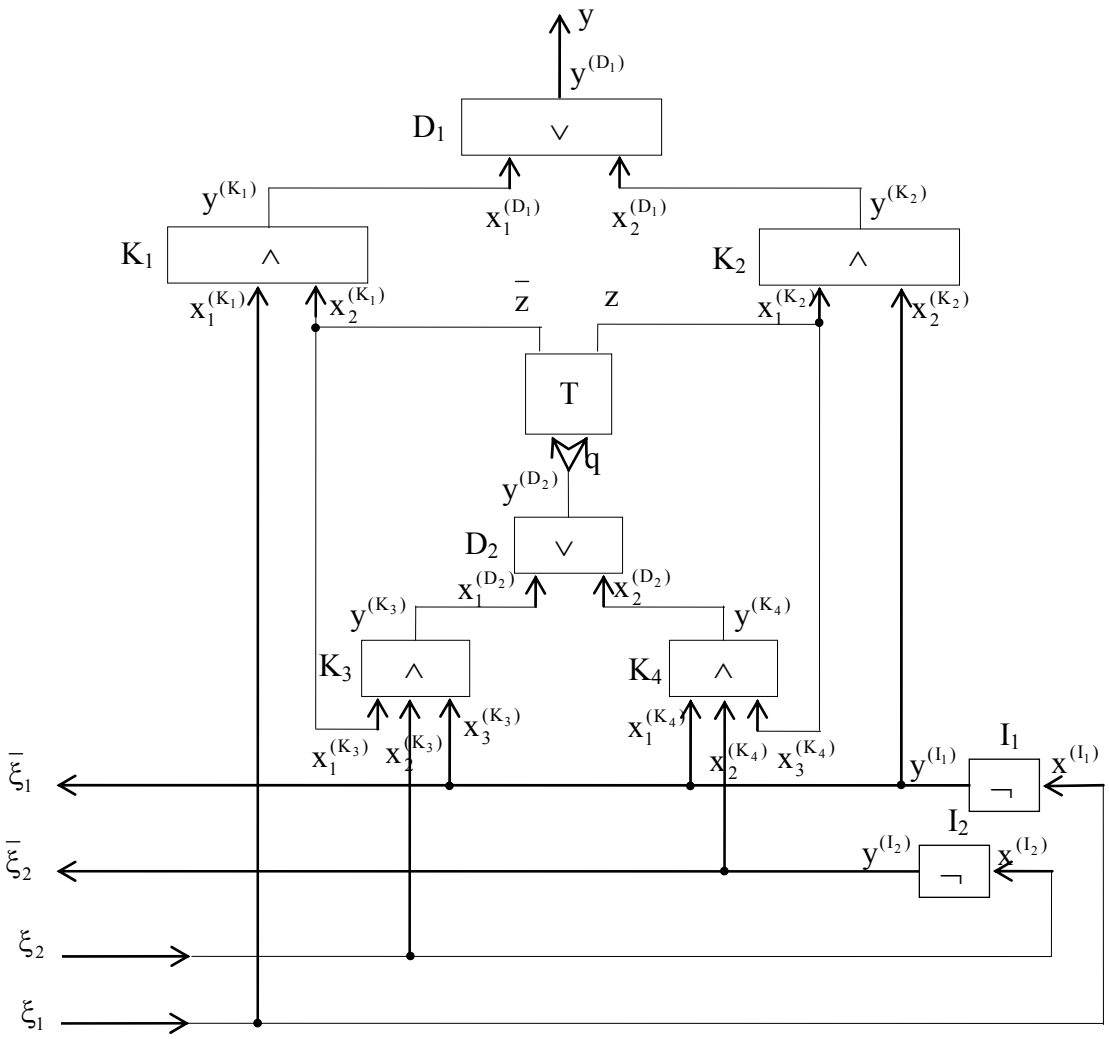
Kadangi invertoriai ir surinkimo bei sutapimo schemos nekeičia savo būsenų, tai jų makromodelių perėjimų funkcijos trivialios, ir todėl užtenka nurodyti išėjimo funkcijas ir aprašyti įėjimų ir išėjimų erdves. Visų tų schemų kalendoriai diskretūs ir jos veikia asinchroniniame režime.

Invertoriaus įėjimo erdvė turi tik vieną dvejetainę koordinatę, kurios reikšmės gali būti lygios 0 ir 1. Tokia pat ir invertoriaus išėjimo erdvė. Tokios pat ir surinkimo bei sutapimo schemų išėjimų erdvės. Šių schemų įėjimų erdvės turi po n dvejetainių koordinačių, kur n – įėjimų skaičius. Tokiu būdu, šių schemų įėjimų erdvės – diskrečios ir susideda iš 2^n taškų. Trigerio įėjimo erdvė – vienmatė ir susideda iš dviejų taškų, o išėjimų erdvė – dvimatė, tačiau, kadangi išėjimai T ir $\overline{T}$ priklausomi, tai ji susideda tik iš dviejų taškų ir gali būti traktuojama kaip vienmatė. Trigerio būsenų erdvė – vienmatė ir susideda iš dviejų taškų.

Invertoriaus išėjimo funkcija $y=\overline{x}$. Surinkimo schemos išėjimo funkcija $y=\bigvee_{i=1}^{n}x_i$. Sutapimo schemos išėjimo funkcija $y=\bigwedge_{i=1}^{n}x_i$. Trigerio išėjimo funkcijos: y_1=T=z, $y_2=\overline{T}=\overline{z}$. Trigerio perėjimo funkcija $z(t+1)=x(t)\overline{z}(t)\vee\overline{x}(t)z(t)$.

226 pav. vaizduoja ne tik automato sudėtį, bet ir automato struktūrą. Ją galėtume aprašyti ir analiziškai, jei įvestume elementų įėjimų ir išėjimų žymenis (žiūr. 226 pav.) ir sudarytume lygybių sistemą (panašiai, kaip tai darėme, analiziškai aprašydami medžiagų sandėlio struktūrą), o taip pat, jei sudarytume šios struktūros matricą ar ryšių operatorių. Sujungę automato elementų makromodelius taip, kaip tai pavaizduota 226 pav., gausime automato mikromodelį, išreikštą dalinai grafinėmis, dalinai analizinėmis priemonėmis. Šio automato vidinį modelį galime išreikšti ir grynai analizinėmis priemonėmis.

Jei automatas būtų turėjęs ne dvi, o daugiau būsenų, jo mikromodelio sudarymui būtų prireikę daugiau trigerių, t. y. automato būsenų erdvę iš vienmatės būtų prireikę transformuoti į k-matę, kur $k\geq\log_2 m$, o m – automato būsenų erdvės taškų skaičius.



226 pav.

1.10.4. Kombinatorinio tipo dvejetainio n-skilčio lygiagretaus veikimo aritmetinio sumatoriaus mikromodelis

Šio sumatoriaus struktūrą vienaskilčių DVS_3 stratoje vaizduoja 1.3. skyriaus 7 pav. Į tokio sumatoriaus sudėtį įeina n elementų – dvejetainių vienaskilčių sumatorių (DVS_3).

DVS_3 matematinį makromodelį mes sudarėme 1.4.1. skyrelyje. Sujungę tuos makromodelius į struktūrą, pavaizduotą 7 pav., gausime n-skilčio sumatoriaus matematinį mikromodelį DVS_3 stratoje.

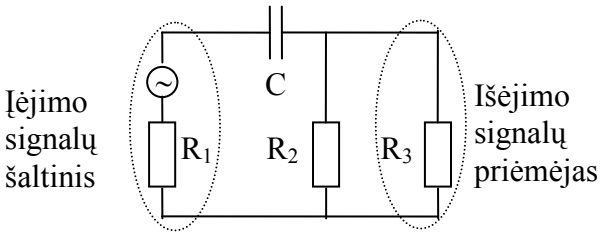
Galima sudaryti n-skilčio sumatoriaus mikromodelį ir loginių schemų stratoje. Tuomet DVS_3 bus laikomi jau ne elementais, o posistemiais, susidedančiais iš smulkesnių elementų – elementarių loginių schemų. Tokio posistemio struktūra pavaizduota 1.3. skyriuje, 8 ir 9 pav. Elementų – invertorių, surinkimo ir sutapimo schemų – makromodeliai buvo gauti, sudarant baigtinio automato mikromodelį (žiūr. 1.10.3. skyrelį). Sujungę tuos makromodelius taip, kaip pavaizduota 8 arba 9 pav., gausime DVS_3 mikromodelį. Sujungę DVS_3 mikromodelius taip, kaip pavaizduota 7 pav., gausime n-skilčio dvejetainio sumatoriaus mikromodelį elementarių loginių schemų stratoje. Elementarias logines schemas taip pat galime interpretuoti kaip sistemas, sudarytas iš radijo detalių ir laidų. Įstatę, naudodamiesi struktūrų superpozicijos operacija, aprašyta 1.9.2.30. skyrelyje, elementarių loginių schemų struktūras, sudarytas radijo detalių sratoje, į n-skilčio dvejetainio sumatoriaus struktūrą elementarių loginių schemų stratoje, gautume to sumatoriaus struktūros modelį radijo detalių stratoje. Šis pavyzdys rodo, jog **sistemų mikromodelius galima sudarinėti įvairiose stratose**. Baigtinio automato pavyzdys rodo, jog **ir vienoje elementų stratoje sistema gali turėti kelis mikromodelius**.

Lygindami 1.10.2 ir 1.10.3 pavyzdžius, galime pastebėti, jog **egzistuoja įvairios matematinių mikromodelių sudarymo metodikos**. Metodiką, panaudotą 1.10.2 pavyzdyje, galima vadinti „baltosios (skaidriosios) dėžės“, o 1.10.3 pavyzdyje – „juodosios dėžės“ metodika. **„Skaidriosios dėžės“**

metodika naudojama, **sudarant sistemų deskriptyvinius modelius** tais atvejais, kada galima pažvelgti į sistemos vidų ir pamatyti jos vidinę struktūrą. „**Juodosios dėžės**“ metodas vartojamas **projektuojant sistemų struktūras bei jų normatyvinius modelius**, naudojantis normatyvine ar deskriptyvine informacija apie jų sąveiką su aplinka, kai sistemos struktūra iš anksto nežinoma. 1.10.3 pavyzdyje bei sudarant DVS_3 mikromodelį iš loginių elementų, buvo panaudotas „juodosios dėžės“ metodas, o sudarant n-skiltį sumatorių iš DVS_3 – „skaidriosios dėžės“ metodas.

1.10.5. Diferencijavimo grandelės vidinis matematinis modelis

Sudarysime diferencijavimo grandelės išorinį ir vidinį matematinius modelius, atsižvelgdami į tai, kad ir įėjimo signalų šaltinis, ir grandelės išėjimo signalų priėmėjas turi vidinę varžą (žiūr. 227 pav., kur ⊖ – įėjimo įtampos generatorius, R_1 – jo vidinė varža, R_3 – išėjimo signalų priėmėjo vidinė varža.



227 pav.

Ši schema skiriasi nuo schemos, pavaizduotos 17 pav., tuo, kad idealizuotoje schemoje, išnagrinėtoje 1.4.3. skyrelyje, buvo laikoma, jog įėjimo varža $R_1=0$, o išėjimo varža $R_3=\infty$. Dabar atsižvelgsime į tai, jog realūs įėjimo šaltiniai turi nuosavą vidinę varžą $R_1>0$, ir į tai, jog realių schemų, priimančių diferencijavimo grandelės išėjimo signalus, vidinė varža $0<R_3<\infty$. Todėl pasikeis ir grandelės išėjimo ir perėjimo funkcijos, lyginant su tomis, kurios buvo gautos 1.4.3. skyrelyje.

Gausime:

1) $E=U_{vid.}+U_R+U_C=i\cdot r+i\cdot R+\frac{q}{C}$; 2) $U_{vid}=i\cdot r$; 3) $r=R_1$; 4) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$;

5) $R=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$; 6) $E=i\left(R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+\frac{q}{C}$; 7) $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$; 8) $x=U_{iėj}=E$;

9) $z=U_c=\frac{q}{C}$; 10) $y=U_{išėj}=U_R=i\cdot R$; 11) $x=i\left(R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)+z$;

12) $i=\frac{(x-z)(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$; 13) $y=\varphi(x,z)=iR=\frac{(x-z)R_2R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$ – išėjimo funkcija;

14) perėjimo funkcija $\frac{dz(t)}{dt}=f(x(t),z(t))=\frac{i}{C}=\frac{(x-z)(R_2+R_3)}{C\cdot(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)}$.

Kaip matome, gautoji dabar išėjimo funkcija skiriasi nuo 1.4.2. skyrelyje gautos išėjimo funkcijos $y=x-z$. Skiriasi ir perėjimo funkcija.

Tačiau nesunku įsitikinti, jog $\lim\limits_{\substack{R_1\to 0\\ R_3\to\infty}}\varphi(x,z)=x-z$, $\lim\limits_{\substack{R_1\to 0\\ R_3\to\infty}}f(x,z)=\frac{x-z}{C\cdot R_2}$, t. y., jog 17 pav. pavaizduotoji schema yra dalinis (ribinis) 227 pav. pavaizduotos schemos atvejis, o čia sudarytas diferencijavimo grandelės makromodelis yra 1.4.3. skyrelyje sudaryto makromodelio apibendrinimas.

Sudarysime diferencijavimo grandelės vidinį matematinį modelį. Išskirsime du vidinius grandelės elementus: kondensatorių, turintį elektros talpumą C, ir rezistorių, turintį varžą R_2. Rezistorius su varžomis R_1 ir R_3 laikysime aplinkos elementais, t. y. nagrinėsime diferencijavimo grandelę, kaip atvirą schemą, turinčią išorinį įėjimą, charakterizuojamą įtampa $U_{iėj.}$ ir jo vidine varža R_1, ir išėjimą į išorę, charakterizuojamą $U_{išėj.}$ ir R_3.

Žinoma, diferencijavimo grandelę galima nagrinėti ir kaip uždarą (autonominę) sistemą. Tuomet tektų išskirti dar du vidinius sistemos elementus: e.v.j. šaltinį, turintį e.v.j.=$U_{iėj.}$ ir vidinę varžą R_1, ir grandelės išėjimo rezistorių, turintį varžą R_3.

Sudarysime pirmojo atviros diferencijavimo grandelės elemento – kondensatoriaus – išorinį matematinį modelį.

Jo įėjimu x_C laikysime elektros srovę i_C, atsirandančią, kaupiantis elektriniam krūviui kondensatoriaus plokštelėse. Tą pačią srovę i_C laikysime ir kondensatoriaus išėjimu y_C. Todėl kondensatoriaus išėjimo funkcija bus triviali $y_C=x_C$. Žinoma, jei atsižvelgtume į elektrinio lauko sklidimo greitį, lygų šviesos greičiui $c\approx300\ 000$ km/s, tai gautume, jog kondensatoriaus išėjimo pokyčiai truputį vėluoja kondensatoriaus išėjimų atžvilgiu, t. y. $y_C(t)= x_C(t-\Delta t)$. Tačiau tas Δt yra toks mažas, kad į jį atsižvelgti reikėtų tik nagrinėjant labai aukšto dažnio virpesius. Tuomet kondensatoriaus C modelis būtų vėlinimo bloko modelis, keičiantis virpesių fazę. Su tokiais modeliais mes susipažinsime 1.11. skyriuje.

Kondensatoriaus būseną charakterizuosime elektrine įtampa U_C tarp jo plokštelių, t. y. $z_C=U_C$. Iš čia gausime jo perėjimų funkciją $\frac{dz_C}{dt}=\frac{dU_C}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{q_C}{C}\right)=\frac{1}{C}i_C=\frac{x_C}{C}$.

Antrojo grandelės elemento – rezistoriaus su varža R_2 – įėjimu laikysime elektros srovę i_{R_2}, tekančia šia varža, t. y. $x_{R_2}=i_{R_2}$. Šio elemento išėjimu laikysime įtampą $U_{R_2}=i_{R_2}\cdot R_2$. Iš čia gauname antrojo grandelės elemento išėjimo funkciją $y_{R_2}=R_2\cdot x_{R_2}$. Kadangi varžos R_2 būsena laike nekinta, tai šio elemento perėjimo funkcija bus triviali $\frac{dz_{R_2}}{dt}=0$ (arba z_{R_2}=const.).

Abiejų grandelės elementų kalendorius bus toks pat, kaip ir visos grandelės, t. y. tolydus.

Aprašysime diferencijavimo grandelės struktūrą, t. y. elementų tarpusavio ryšius ir jų įėjimų bei išėjimų ryšius su grandelės aplinka – įėjimo signalų šaltiniu ir rezistoriumi R_3.

Kadangi $i_C\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=i_{R_2}\cdot R_2=i_{R_3}\cdot R_3=y$, tai gauname formules $x_{R_2}=\frac{R_3}{R_2+R_3}y_C$, $y_{R_2}=y$, aprašančias grandelės elementų tarpusavio ryšį ir antrojo elemento išėjimo ryšį su grandelės išėjimu, t. y. su aplinka.

Kadangi pagal antrąjį Kirchhofo dėsnį grandelės įėjimas $x=U_{\text{įėj.}}=i_CR_1+U_C+i_C\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=$ $=x_CR_1+z+x_C\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$, tai gauname formulę $x_C=\frac{(x-z)(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$, aprašančią pirmojo grandelės elemento įėjimo ryšį su grandelės įėjimu, t. y. su aplinka. Šis ryšys būdingas tuo, jog kondensatoriaus įėjimas x_C priklauso ne tik nuo grandelės įėjimo x, bet ir nuo grandelės būsenos z, t. y. nuo paties kondensatoriaus būsenos z_C (nes $z=U_C=z_C$).

Kadangi $x_C\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=y=y_{R_3}$, tai gauname, jog $x_C=\frac{x-z-y_{R_2}}{R_1}$, t. y., jog egzistuoja ne tik tiesioginis pirmojo elemento išėjimo ryšys su antrojo elemento įėjimu, aprašomas formule $x_{R_2}=\frac{R_3}{R_2+R_3}y_C$, bet ir grįžtamasis ryšys, aprašomas formule $x_C=\frac{x-z-y_{R_2}}{R_1}$.

1.10.6. Tiūringo mašinų vidiniai modeliai

Pirmojo tipo sistemos vidinio modelio struktūra priklauso ne tik nuo tos sistemos išorinio modelio (jo išėjimų ir perėjimų), bet ir nuo vidinio modelio sudėties elementų pasirinkimo.

Pavyzdžiui, 1.10.3. ir 1.10.4. skyreliuose būtume gavę kitokias baigtinių automatų vidinių modelių struktūras, jei tų automatų vidinių modelių sudėties loginiais elementais būtume pasirinkę ne konjunktorius, disjunktorius ir invertorius, o, sakykime, schemas „ir – ne“ (t. y. universalius Šeferio elementus, realizuojančius Šeferio funkciją $f(X_1,X_0)=\overline{X_1\wedge X_2}=\overline{X}_1\vee\overline{X}_2=X_1/X_2$). Dar kitokią tų automatų vidinių modelių struktūrą būtume gavę, jei tų modelių sudėties elementais būtume pasirinkę rezistorius, tranzistorius, diodus ir kondensatorius bei tas detales jungiančius laidininkus. Tuomet konjunktorius, disjunktorius, invertorius, trigerius bei schemas „ir – ne“ būtų galima laikyti automatų vidinių modelių posistemiais, sudarytais iš ką tik minėtų radioelektronikos elementų.

Tai, kas čia buvo pasakyta apie 1.10.3. ir 1.10.4. skyreliuose nagrinėtų baigtinių automatų vidinius modelius, galima pasakyti ir apie baigtinio automato (sekvencinės mašinos), vadinamo Tiūringo mašina, vidinį modelį. Tiūringo mašinų vidinius modelius taip pat galima sudarinėti ir radioelektronikos detalių lygyje, ir loginių elementų lygyje. Sudėtingesnių Tiūringo mašinų vidinius modelius gana dažnai sudarinėja dar ir **elementariųjų Tiūringo mašinų** lygyje, t. y. sudėtingesnes

Tiūringo mašinas, realizuojančias sudėtingus algoritmus, konstruoja iš paprastesnių Tiūringo mašinų, realizuojančių elementarias operacijas.

Paliksime baigtinių automatų (tame tarpe ir Tiūringo mašinų) konstravimo iš radioelektroninių elementų klausimus radioelektronikos inžinieriniams, o čia **panagrinėsime Tiūringo mašinos vidinio modelio sudarymą, naudojantis: a) loginiais elementais, b) elementariomis Tiūringo mašinomis.**

Tarkime, jog mums reikia sudaryti vidinį modelį tokios Tiūringo mašinos, kuri sugebėtų sumuoti sveikus teigiamus skaičius, t. y. sugebėtų, perskaičiusi juostoje įrašą „$\underbrace{111\ldots111}_{n_1 \text{ vienetukų}}+\underbrace{111\ldots111}_{n_2 \text{ vienetukų}}$“, įrašyti į tą juostą įrašą „$\underbrace{111\ldots111}_{n_1 \text{ vienetukų}}+\underbrace{111\ldots111}_{n_2 \text{ vienetukų}}=\underbrace{1111\ldots1111}_{n_1+n_2 \text{ vienetukų}}$“, vaizduojantį operaciją, jos operandus ir operacijos rezultatą.

Priimsime, jog konstruojamos Tiūringo mašinos įėjimas x yra skaliaras, galintis turėti tris reikšmes „0“, „1“ ir „+“, o būsenos vektorius $\vec{z}$ turi dvi koordinates, t. y. $\vec{z}=(z;i)$, kur koordinatė „z“ gali turėti tik dvi reikšmes (1 ir 2), o koordinatė „i“ gali būti lygi 0 bei bet kuriam natūriniam skaičiui 1, 2, 3, …, n, … (t. y. koordinatės „i“ reikšmė yra skaitliuko, skaičiuojančio vienetukų skaičių, reikšmė).

Sudarysime konstruojamos Tiūringo mašinos veikimo valdymo sistemos išorinį informacinį modelį, t. y., jos įėjimų, perėjimų ir išėjimų priklausomybės lentelę, įrašydami į tos lentelės langelius atitinkamus tripletus, sudarytus iš: 1) išėjimo pirmojo signalo (kuris gali būti 0, 1, + ir =), 2) naujos būsenos vektoriaus $\vec{z}=(z;i)$, 3) išėjimo antrojo signalo, valdančio skaitančios ir rašančios galvutės judėjimą ir galinčio turėti vieną iš trijų (D, S, K) reikšmių, reiškiančių komandas „dešinėn“, „stovėti“ ir „kairėn“ (žiūr. 69-ją lentelę).

69. lentelė

x \ $\vec{z}$	(1;0)	(1;1)	(1;2)	…	(1;i–1)	(1;i)	…	(2;i+1)	…	(2;1)	(2;0)
0	0;(1;0);D	=;(2;1);D	=;(2;2);D	…	=;(2;i–1);D	=;(2;i);D	…	1;(2;i);D	…	1;(2;0);D	0;(1;0);S
1	1;(1;1);D	1;(1;2);D	1;(1;3);D	…	1;(1;i);D	1;(1;i+1);D	…		…		
+	+;(1;0);D	+;(1;1);D	+;(1;2);D	…	+;(1;i–1);D	+;(1;i);D	…		…		

Tarkime, kad konstruojamos Tiūringo mašinos pradinė būsena yra $\vec{z}=(1;0)$.

Kai, būdama tokioje būsenoje, Tiūringo mašina įjungiama ir perskaito juostoje įrašą „0“, tai ji to įrašo nekeičia ir nekeičia savo būsenos, o tik pasislenka vienu langeliu į dešinę. Jei ten vėl randa įrašą „0“, tai ši savo poslinkį į dešinę pakartoja. Taip ji slenka iki tol, kol pasiekia įrašą „1“. Perskaičiusi tą įrašą, galvutė jį palieka nepakeistą, tačiau pakeičia savo būseną (1, 0) į (1, 1) ir pasislenka vienu langeliu į dešinę. Jei, pasislinkus, galvutė vėl perskaito įėjimo įrašą „1“, tai ji tą įrašą palieka nepakeistą, o tik pakeičia savo būseną (1, 1) į būseną (1, 2) ir vėl pasislenka vienu langeliu į dešinę, t. y., slinkdama į dešinę, skaičiuoja perskaitytus vienetukus. Perskaičiusi i-jį (iš eilės) vienetuką, galvutė palieka jį nepakeistą, o tik pakeičia prieš tai buvusią savo būseną (1, i–1) į būseną (1, i) ir vėl pasislenka vienu langeliu į dešinę. Taip ji slenka į dešinę, kol neperskaito įėjimo įrašo, nesutampančio su įrašu „1“.

Tarkime, jog perskaičiusi n_1 vienetukų ir perėjusi į būseną (1, n_1), Tiūringo mašina perskaito po mašinos galvute esantį įrašą „+“. Tuomet ji tik pasislenka vienu langeliu į dešinę, nieko nekeisdama, t. y. pasilikdama būsenoje (1, n_1) ir palikdama juostoje nepakeistą įrašą „+“.

Jei po to Tiūringo mašina randa po savo galvute įrašą „1“, tai elgiasi, kaip ir anksčiau: palieka tą įrašą nepakeistą, pakeičia savo būseną (1, n_1) į būseną (1, n_1+1) ir pasislenka vienu langeliu į dešinę, t. y. vėl tęsia vienetukų skaičiavimą, slinkdama į dešinę.

Tarkime, jog perskaičiusi dar n_2 vienetukų ir patekusi į būseną (1, n_1+n_2), Tiūringo mašina, pasislinkusi į dešinę vienu langeliu, perskaito įėjimo įrašą „0“. Tuomet ji pakeičia tą įrašą įrašu „=„, pakeičia savo būseną (1, n_1+n_2) į būseną (2, n_1+n_2) ir pasislenka vienu langeliu į dešinę. Jei, pasislinkusi į dešinę, Tiūringo mašina vėl randa po savo galvute įėjimo įrašą „0“, tai tas įrašas pakeičiamas į išėjimo įrašą „1“, būsenos $\vec{z}$ antroji koordinatė sumažinama vienetu, t. y. įvyksta perėjimas iš būsenos (2, n_1+n_2) į būseną (2, n_1+n_2–1), ir galvutė vėl pasislenka vienu langeliu į dešinę, keisdama tuos įėjimo įrašus į išėjimo įrašus „1“ ir mažindama būsenos vektoriaus antrosios koordinatės reikšmę vienetuku. Kai ji, įrašiusi tokiu būdu n_1+n_2 vienetukų ir pakeitusi savo būseną (2, 1) į būseną (2, 0), po eilinio pasislinkimo į dešinę vėl randa po galvute įėjimo įrašą „0“, tai ji to įrašo jau nebekeičia, o tik sugrįžta į pradinę būseną (1, 0) ir sustoja, suformavusi juostoje įrašą $\underbrace{111\ldots111}_{n_1 \text{ vienetukų}}+\underbrace{111\ldots111}_{n_2 \text{ vienetukų}}=\underbrace{1111\ldots1111}_{n_1+n_2 \text{ vienetukų}}$. O tai reiškia, kad mūsų konstruojamoji Tiūringo mašina, turinti ką tik aprašytąją įėjimų, būsenų ir išėjimų priklausomybės lentelę (išorinį informacinį modelį), gali rasti bet kokių teigiamų sveikųjų skaičių sumą. Tokios mašinos išorinis informacinis modelis kompaktiškai kaip tik ir pateikiamas 69-ojoje lentelėje.

Kai kurie tos lentelės langeliai yra tušti. Tai reiškia, jog tuo atveju, kai Tiūringo mašina yra būsenoje (2, i) (kurioje ji atsiduria, kai, perskaičiusi visus duotus vienetus, susiduria su įrašais „0“), jos įėjimo įrašais gali būti tik įrašai „0“. Taip ir būna, kai visi juostos langeliai, esantys dešinėje užduoties įrašo „111…111+111…111“ pusėje (t. y. į dešinę nuo to įrašo) yra tušti. Todėl, esant normaliems užduočių užrašams, situacijų, atitinkančių tuščius 69-osios lentelės langelius, pasitaikyti negali.

Žinoma, į tuščiuosius langelius galima įrašyti tokius įrašus, kurie turėtų nurodyti, kaip privalėtų elgtis Tiūringo mašina, susidūrusi su situacija, kurios neturėtų būti: ar ji privalėtų tą situaciją ignoruoti ir toliau tęsti užduoties vykdymą, ar sustoti, pranešdama apie nereglamentuotą situaciją. Pirmuoju atveju į stulpelio (2, i) tuščiuosius langelius galima būtų įrašyti „1; (2; i–1); D“, o antruoju – komandą „S“ (sustoti). Tuščiais informacinio modelio langeliais galima pasinaudoti Tiūringo mašinos vidinio modelio minimizavimui, apie ką bus kalbama 1.16. skyriaus 1.16.1.4.10. skyrelyje, aprašančiame **dalinių (nepilnai apibrėžtų) teiginių algebros funkcijų minimizavimo metodus.** Šiuo atveju tokiais metodais, kurių suvokimui prireiktų specialių papildomų žinių, mes dar nesinaudosime, palikdami tai iki 1.16. skyriaus.

69-oji lentelė duoda atsakymą ir į klausimus, kaip elgtųsi sukonstruotoji Tiūringo mašina, gavusi užduotis: 1) „$0...0\ \underbrace{11...11}_{\text{n vienetukų}}\ 00...$“, 2) „00+11…1100…“, 3) „0011…11+00…“, 4) „00+00… ir pan.

Nesunku įsitikinti (palieku tai skaitytojui), kad pirmuoju atveju Tiūringo mašina įrašys į juostą įrašą „$0...0\ \underbrace{11...11}_{\text{n vienetukų}} = \underbrace{11...11}_{\text{n vienetukų}}\ 00...$“, reiškiantį teisingą lygybę (tapatybę). Antruoju atveju taip pat gausime teisingą lygybę „00+11…11=11…1100…“, panašiai kaip ir trečiuoju atveju, t. y. duotojo skaičiaus sumą su nuliais, kuri šiuo atveju bus išreikšta įrašu „0011…11+00=11…1100“. Ketvirtuoju atveju Tiūringo mašina paliks nepakeistą įėjimo įrašą „00+00…“ ir nesustodama judės į dešinę, kol nesutiks įrašytų vienetų arba nebus sustabdyta kokiu nors kitu būdu.

Turėdami išorinį Tiūringo mašinos modelį, galime sudaryti jos vidinį modelį, pasirinkdami tuos ar kitus vidinio modelio sudėties elementus.

Tarkime, jog pasirinkome mums jau žinomus elementus – konjunktorius, disjunktorius, invertorius ir trigerius.

Tarkime, jog mes konstruojame Tiūringo mašiną, sugebančią sudėti vienaženklius dešimtainius neneigiamus skaičius, pervestus į vienetainę sistemą. Tuomet $0 \le n_1 \le 9$, $0 \le n_2 \le 9$ ir vektoriaus $\vec{z}$ antroji koordinatė i keisis nuo 0 iki 18.

Kad galėtume pasinaudoti klasikinės logikos dvejetainiais elementais ir sudaryti Tiūringo mašinos vidinį matematinį modelį aprašančią dvejetainę lentelę, išreiškiančią priklausomybes tarp vektorių $\vec{x}$, $\vec{y}$ ir $\vec{z}$ koordinačių reikšmių, o taip pat tarp trigerių įėjimų vektoriaus koordinačių reikšmių, mums reikia tas koordinačių reikšmes išreikšti dvejetainėje sistemoje.

Kaip matome iš 69-osios lentelės, įėjimas x gali turėti tris reikšmes: „0“, „1“ ir „+“, pirmasis išėjimas – keturias reikšmes: „0“, „1“, „=“ ir „+“, antrasis išėjimas – tris reikšmes: „D“, „S“ ir „K“. Kadangi paskutinioji antrojo išėjimo reikšmė („K“) šiuo atveju nenaudojama, tai galima apsiriboti tik dviem jo reikšmėmis: „D“ ir „S“. Tiūringo mašinos būsenos vektoriaus $\vec{z}$ pirmoji koordinatė gali turėti tik dvi reikšmes: „1“ ir „2“, o antroji – 19 reikšmių (nuo 0 iki 18).

Išreikšime tas reikšmes dvejetainėje sistemoje (žiūr. 70-ją, 71-ją, 72-ją, 73-ją ir 74-ją lenteles):

70. lentelė

y_1	$\eta_{1,1}$	$\eta_{1,0}$
0	0	0
1	0	1
=	1	0
+	1	1

71. lentelė

y_2	η_2
S	0
D	1

72. lentelė

x	ξ_1	ξ_0
0	0	0
1	0	1
+	1	1

73. lentelė

z_1	ζ_0
1	0
2	1

74. lentelė

z_2=i	ζ_5	ζ_4	ζ_3	ζ_2	ζ_1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
…	…	…	…	…	…
9	0	1	0	0	1
…	…	…	…	…	…
18	1	0	0	1	0

Dabar jau galima sudaryti lentelę, išreiškiančią dvejetainėje sistemoje priklausomybes tarp įėjimo, išėjimo ir būsenų vektoriaus koordinačių. Kadangi būsenos vektoriui aprašyti prireikė šešių dvejetainių koordinačių, tai Tiūringo mašinos vidinio modelio sudarymui prireiks 6 trigerių. Tų trigerių įėjimų priklausomybės nuo Tiūringo mašinos įėjimų ir būsenos aprašymui įsivesime šešias funkcijas q_0, q_1, q_2, q_3, $q_4$ir q_5. Vektorių $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ ir $\vec{q}$ priklausomybes aprašanti lentelė (žiūr. 75-ją lentelę) turės 23 stulpelius ir ne mažiau kaip 66 eilutes.

75. lentelė

$\vec{x}$		$\vec{z}(t)$						$\vec{y}$			$\vec{z}(t+1)$						$\vec{q}$					
ξ_1	ξ_0	ζ_0	ζ_5	ζ_4	ζ_3	ζ_2	ζ_1	$\eta_{1,1}$	$\eta_{1,0}$	η_2	ζ_0	ζ_5	ζ_4	ζ_3	ζ_2	ζ_1	q_0	q_5	q_4	q_3	q_2	q_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1

0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Jei būtume norėję pasinaudoti 69-osios lentelės tuščiaisiais langeliais funkcijų minimizavimui, taikydami teiginių algebros dalinių funkcijų minimizavimo metodus, tai 75-ojoje lentelėje būtume gavę ne 66, o 19×2×3=114 eilučių. Paliksime, kaip jau minėjau, teiginių algebros dalinių funkcijų minimizavimo klausimus 1.16.1.4. skyreliui ir pereisime prie Tiūringo mašinos išėjimo funkcijų ir trigerių įėjimo funkcijų, reikalingų tos mašinos vidinio modelio konstravimui, sudarymo naudojantis 75-ja lentele, t. y. neatsižvelgiant į papildomas dalinių funkcijų minimizavimo galimybes.

Lygindami pirmojo išėjimo koordinates $\eta_{1,1}$ ir trigerio T_0 įėjimo q_0 reikšmes, matome, kad jų lentelės turi daug bendro ir, be to, kiekvienoje iš jų nulių yra daugiau negu vienetų. Todėl, išreiškiant $\eta_{1,1}$ ir q_0 priklausomybę nuo argumentų ξ_1, ξ_0, ζ_0, ζ_5, ζ_4, ζ_3, ζ_2, ζ_1, tikslinga tų priklausomybių ieškoti tobulojoje disjunkcinėje normalioje formoje (TDNF).

Gauname, kad $q_0 = \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\zeta_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\zeta_2\zeta_1 \vee$
$\vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\zeta_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\zeta_2\zeta_1 \vee$
$\vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\bar{\zeta}_3\zeta_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\bar{\zeta}_3\zeta_2\zeta_1 \vee$
$\vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\zeta_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\zeta_3\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\zeta_3\zeta_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\zeta_3\zeta_2\zeta_1 \vee$
$\vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\zeta_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1$.

Suklijavę kai kurias vieneto konstituentes bei tokiu būdu gautas kai kurias elementarias konjunkcijas ir iškėlę už skliaustų kai kuriuos bendruosius dauginamuosius, gauname tokią trigerio T_0 įėjimo funkcijos formulę:

$q_0 = \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\left[\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5(\zeta_4 \vee \zeta_3 \vee \zeta_2) \vee \bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\left(\bar{\zeta}_0\zeta_5\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_2\zeta_1 \vee \zeta_0\bar{\zeta}_5\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1\right)\right]$. Analogiškai gauname ir pirmojo išėjimo koordinatės $\eta_{1,1}$ formulę:

$$\eta_{1,1} = \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\bar{\zeta}_0\left[\bar{\zeta}_5(\zeta_4 \vee \zeta_3 \vee \zeta_2) \vee \bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\left(\zeta_5\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\zeta}_2\zeta_1\right)\right] \vee \xi_1\xi_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\left(\bar{\zeta}_4 \vee \bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\right).$$

Kadangi pirmojo išėjimo koordinatės $\eta_{1,0}$ reikšmė žymiai dažniau yra lygi 1, tai tikslinga funkciją, vaizduojančią $\eta_{1,0}$ reikšmės priklausomybę nuo argumentų ξ_1, ξ_0, ζ_0, ζ_5, ζ_4, ζ_3, ζ_2 ir ζ_1 reikšmių ieškoti jau ne TDN, o TKN formoje ir po to tą funkciją minimizuoti, stengiantis išsaugoti tokias tos formulės dalis, kurios galėtų būti bendros kitoms nagrinėjamoms Tiūringo mašinos vidinio modelio sudarymui reikalingoms funkcijoms. Gauname formulę:

$$\eta_{1,0}=\xi_1\vee\xi_0\vee\zeta_0(\zeta_5\vee\zeta_4\vee\zeta_3\vee\zeta_2\vee\zeta_1)\vee\zeta_5(\zeta_4\vee\zeta_3\vee\zeta_2\zeta_1).$$

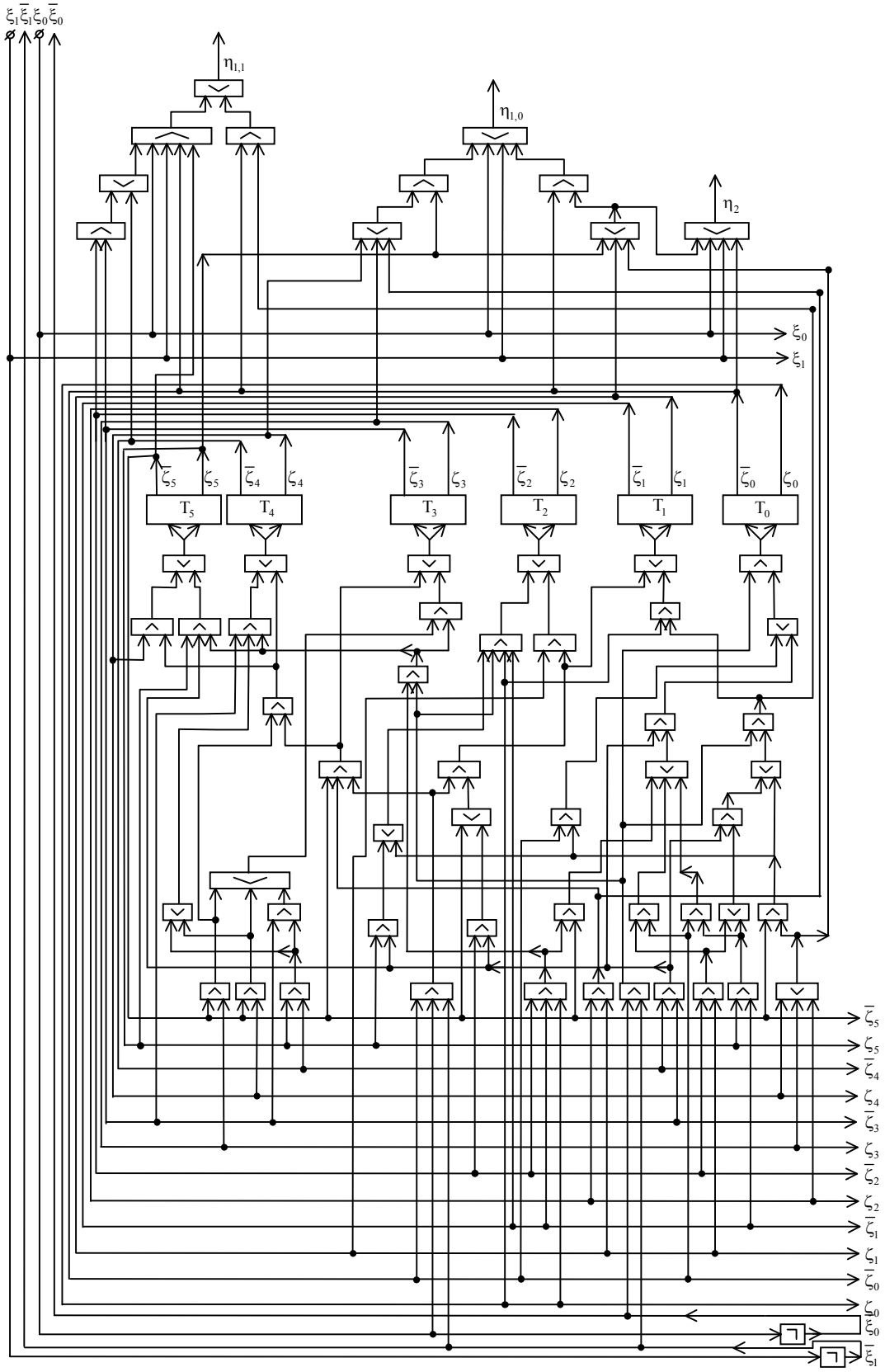
Antrojo išėjimo funkciją η_2 randame labai paprastai, nes ji lygi 1 visur, išskyrus vieną tašką. Gauname $\eta_2 = \xi_1 \vee \xi_0 \vee \bar{\zeta}_0 \vee \zeta_5 \vee \zeta_4 \vee \zeta_3 \vee \zeta_2 \vee \zeta_1$.

Trigerio T_5 įėjimas q_5 tik dviejuose taškuose įgyja reikšmę, lygią 1, o visose kitose eilutėse yra lygus 0. Todėl $q_5 = \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\zeta_0\zeta_5\bar{\zeta}_4\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1 \vee \bar{\xi}_1\xi_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_4\zeta_3\zeta_2\zeta_1$.

Įėjimas q_4 lygus 1 tik keturiose eilutėse. Šiek tiek supaprastinę jo TDNF, gauname, kad $q_4 = \bar{\xi}_1\xi_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_3\zeta_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\zeta_0\bar{\zeta}_3\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1\left(\bar{\zeta}_5\zeta_4 \vee \zeta_5\bar{\zeta}_4\right)$.

Analogiškai gauname įėjimo q_3 formulę, suklijuodami jau ne 4, o 8 vieneto konstituentes: $q_3 = \bar{\xi}_1\xi_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\zeta_0\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1\left(\bar{\zeta}_5\zeta_3 \vee \bar{\zeta}_5\zeta_4 \vee \zeta_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\right) = \bar{\xi}_1\xi_0\bar{\zeta}_0\bar{\zeta}_5\zeta_2\zeta_1 \vee \bar{\xi}_1\bar{\xi}_0\zeta_0\bar{\zeta}_2\bar{\zeta}_1\left[\bar{\zeta}_5(\zeta_3 \vee \zeta_4) \vee \zeta_5\bar{\zeta}_4\zeta_3\right]$.

Įėjimas q_2 yra lygus 1 jau 18 eilučių. Suklijavę funkcijos q_2 TDNF vieneto konstituentes ir iškėlę už skliaustų bendruosius daugiklius, gauname: $q_2 = \overline{\xi}_1\xi_0\overline{\zeta}_0\zeta_1\left(\overline{\zeta}_5 \vee \overline{\zeta}_4\overline{\zeta}_3\overline{\zeta}_2\right) \vee \overline{\xi}_1\overline{\xi}_0\zeta_0\overline{\zeta}_1 \wedge$ $\wedge\left[\overline{\zeta}_5\left(\zeta_4 \vee \zeta_3 \vee \zeta_2\right) \vee \overline{\zeta}_4\overline{\zeta}_3\zeta_5\right]$.



228 pav.

Įėjimas q_1 yra lygus 1 jau 36 eilutėse ir tik 30 eilučių lygus 0. Todėl būtų tikslinga ieškoti funkcijos q_1 TKN formoje. Tačiau, atsižvelgdami į tai, kad, ieškant funkcijos q_1 TDNF, galima pasinaudoti funkcijų q_2 ir q_3 apskaičiavimais ir bendromis formulių dalimis, sudarome funkcijos q_1 TDNF. Gauname, jog $q_1 = \overline{\xi}_1\xi_0\overline{\zeta}_0\left(\overline{\zeta}_5 \vee \overline{\zeta}_4\overline{\zeta}_3\overline{\zeta}_2\right) \vee \overline{\xi}_1\overline{\xi}_0\zeta_0\left[\overline{\zeta}_5\left(\zeta_4 \vee \zeta_3 \vee \zeta_2\right) \vee \overline{\zeta}_4\overline{\zeta}_3\left(\zeta_5\overline{\zeta}_2 \vee \zeta_2\overline{\zeta}_1\right)\right]$.

Sudarant schemos, turinčios kelis išėjimus, vidinį modelį, galima pasinaudoti tuo, kad kai kurių išėjimų funkcijos, o taip pat kai kurių trigerių įėjimų funkcijos turi bendrų dalių, ir tokiu būdu šiek tiek minimizuoti visą schemą. Yra specialūs metodai, skirti tokių schemų minimizavimui (žiūr. 1.2.9.8. skyrelį šių eilučių autoriaus knygelėje [112]), tačiau čia mes jų nenagrinėsime ir jais nesinaudosime (kaip ir dalinių funkcijų minimizavimo metodais, kurie bus aprašyti šios mokymo priemonės 1.16.1.4.10. skyrelyje). Todėl Tiūringo mašinos valdymo sistemos struktūros modelis (žiūr. 228 pav.), sudarytas, naudojantis ką tik gautomis formulėmis, dar nėra pats paprasčiausias. Siūlyčiau skaitytojui pabandyti jį dar šiek tiek supaprastinti, naudojantis čia ką tik paminėtais metodais.

228 pav. pateikta schema vaizduoja ne visą Tiūringo mašiną, o tik mūsų sukonstruotos **Tiūringo mašinos valdymo sistemos vidinę struktūrą**. Norėdami gauti **pilną Tiūringo mašinos vidinį modelį**, prie šios schemos turėtume prijungti skaitymo ir rašymo galvutės, formuojančios įėjimo signalus ξ_1 ir ξ_0 bei priimančios iš valdymo sistemos įėjimo signalus $\eta_{1,1}$ ir $\eta_{1,0}$, vidinį modelį, o taip pat magnetinės juostos ir važiuoklės, priimančios iš valdymo sistemos išėjimo komandas η_2 ir stumiančios galvutę į dešinę ar paliekančios ją stovėti vietoje, modelius. Tokių modelių sudarymui prireiktų specialių žinių apie nuskaitymo iš magnetinės juostos bei įrašymo į ją įrenginius, o taip pat apie žingsninius variklius, todėl mes čia tų modelių nesudarinėsime, palikdami tą darbą specialių sričių inžinieriams.

Pereisime prie **sudėtingų Tiūringo mašinų vidinių modelių konstravimo iš elementarių Tiūringo mašinų**. Elementariųjų Tiūringo mašinų rinkinį (kaip ir elementariųjų loginių schemų – loginių elementų – rinkinį) galima pasirinkti įvairiai. Čia pasinaudosiu rinkiniu, pateiktu knygoje [50]. Tą rinkinį sudaro Tiūringo mašinos, pavadintos mašinomis A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L ir M. Tų mašinų išoriniai informaciniai modeliai pateikti 76÷87 lentelėse, sudarytose panašiai, kaip ir 69-oji lentelė.

76. lentelė
Mašina A

x\z	z_1
0	1, z_0, S
1	1, z_1, D

77. lentelė
Mašina B

x\z	z_1
0	0, z_1, K
1	0, z_0, K

78. lentelė
Mašina C

x\z	z_1	z_2	z_3
0	0, z_2, D	0, z_2, D	0, z_0, K
1	1, z_1, D	1, z_3, D	1, z_3, D

79. lentelė. Mašina D

x\z	z_1	z_2	z_3	z_4
0		1, z_3, D	1, z_3, D	
1	1, z_2, D	1, z_2, D	1, z_4, K	0, z_0, K

80. lentelė. Mašina E

x\z	z_1	z_2
0		0, z_0', D
1	1, z_1, K	1, z_0'', D

81. lentelė. Mašina F

x\z	z_1	z_2
0	0, z_2, K	0, z_2, K
1	1, z_1, K	1, z_0, S

82. lentelė.
Mašina G

x\z	z_1
0	0, z_0, S
1	0, z_1, K

83. lentelė. Mašina H

x\z	z_1	z_2
0	1, z_0, S	0, z_1, D
1	1, z_2, D	1, z_2, D

84. lentelė. Mašina I

x\z	z_1	z_2
0		1, z_0, K
1	1, z_2, K	1, z_2, K

85. lentelė. Mašina K

x\z	z_1	z_2
0	0, z_2, D	0, z_0, S
1	1, z_2, D	0, z_0, S

86. lentelė.
Mašina L

x\z	z_1
0	0, z_0, K
1	1, z_1, K

87. lentelė.
Mašina M

x\z	z_1
0	0, z_0', S
1	1, z_0'', S

Visose šiose lentelėse būsena z_0 reiškia rimties būseną. Patekdama į šią būseną, Tiūringo mašina įvykdo gautąją komandą ir sustoja (net ir tuo atveju, kai nėra komandos S), daugiau nebereaguodama į jokias komandas ir nebekeisdama savo būsenos. Kai kurios Tiūringo mašinos gali turėti ne vieną, o kelias rimties būsenas. Jos žymimos z_0 su štrichais: z_0', z_0'', z_0''' ir t. t. Pavyzdžiui, mašinos E ir M turi po dvi rimties būsenas.

Mašinos A darbo algoritmas labai paprastas: jei juostoje ji randa vienetukus, tai slenka į dešinę, jų nekeisdama tol, kol suranda pirmąjį nulį. Tada ji spausdina 1 vietoj 0 ir sustoja rimties būsenoje. Jei mašina A suranda juostoje nulį pačioje pradžioje savo darbo, tai ji niekur ir nepajuda, tik pakeičia tą nulį į vienetą ir pereina į rimties būseną. Taigi, mašinos A paskirtis – surasti pirmąjį 0 ir, pakeitus jį į 1, sustoti.

Mašinos B paskirtis – judant į kairę, pirmąjį sutiktą vienetą pakeisti nuliu. Tuo atžvilgiu mašina B, lyginant ją su mašina A, elgiasi lyg ir atvirkščiai: mašina A gali judėti tik į dešinę, o mašina B – tik į kairę; mašina A pirmąjį sutiktą nulį pakeičia vienetu ir sustoja, o mašina B pirmąjį sutiktą vienetą pakeičia nuliu ir sustoja.

Mašina C jau truputį sudėtingesnė. Ji turi ne tik rimties būseną z_0 ir pradinę būseną z_1, bet ir dar dvi darbines būsenas z_2 ir z_3. Ši mašina suranda pirmąją vienetukų grupę, esančią į dešinę nuo pradinės ląstelės ir po jos esančios nulių grupės, ir sustoja prie paskutinio vienetuko.

Dar sudėtingesnė yra mašina D, turinti rimties būseną z_0 ir keturias darbines būsenas: pradinę būseną z_1 ir dar tris būsenas (z_2, z_3, z_4). Ši mašina pradeda darbą tik tada, kada po galvute turi vienetuką. Slinkdama vienetukais į dešinę, ji tų vienetukų nekeičia, t. y. rašo vietoj vienetukų tuos pačius vienetukus. Vienetukų rašymo ji nepertraukia ir sutikusi pirmąją nulių grupę. Ji, judėdama į dešinę, tuos nulius keičia į vienetukus iki tol, kol vėl sutinka vienetuką. Tuomet ji, nekeisdama to vienetuko, sugrįžta viena ląstele atgal (t. y. į kairę) ir pereina į būseną z_4. Kadangi sugrįžusi ji randa po galvute neseniai įrašytą paskutinį vienetuką, tai, pakeitusi tą vienetuką nuliu ir pasislinkusi į kairę dar viena ląstele, pereina į rimties būseną z_0 ir sustoja. Trumpai tariant, mašina D pakeičia vienetukais pirmąją nulių grupę, esančią tarp vienetukų grupių, palikdama paskutinį nulį nepakeistą ir sustodama prie paskutinio vienetuko.

Mašina E turi dvi darbines ir, kaip jau buvo minėta, dvi rimties būsenas. Ji pradeda darbą tik tada, kada, būdama pradinėje būsenoje z_1, perskaito po galvute esantį vienetą. Perskaičiusi tą vienetą, ji pasislenka viena ląstele į kairę ir, priklausomai nuo tos ląstelės turinio, pereina į tą ar kitą rimties būseną, sugrįždama į dešinę ir įrašydama į pradinę ląstelę perskaitytos kairiosios ląstelės turinį: jei kairiojoje ląstelėje mašina randa 0, tai pereina į rimties būseną z_0' ir į pradinę ląstelę įrašo 0, o jei randa 1, tai pereina į rimties būseną z_0'' ir į pradinę ląstelę įrašo 1.

Mašina F, judėdama į kairę, suranda po grupės nulių esančią artimiausią vienetukų grupę ir sustoja rimties būsenoje prie pirmojo vienetuko, nekeisdama jo (o taip pat ir prieš tai buvusių nulių bei vienetų).

Mašina G tuo atveju, kai pradinėje būsenoje po jos galvute yra vienetukas, pakeičia ji nuliu, o po to pakeičia nuliais ir visus kitus į kairę esančius vienetukus iki pirmojo nulio, kurį suradusi, ji sustoja nekeisdama to nulio ir pereidama į rimties būseną. Jei pradinėje būsenoje po mašinos G galvute yra 0, tai mašina sustoja iškart, nekeisdama to nulio ir pereidama į rimties būseną.

Mašina H dirba šiek tiek panašiai į mašiną A, tačiau ji pakeičia vienetu ne pirmąjį po vienetų grupės sutiktąjį, judant į dešinę, nulį, o antrąjį, sustodama prie jo. Jei po vienetų grupės yra tik vienas nulis, o toliau vėl vienetai, tai mašina H, to nulio nekeisdama, juda vienetais į dešinę iki tol, kol sutinka grupę iš dviejų vienas po kito einančių nulių ir sustoja prie antrojo, pakeisdama jį vienetu. Jei mašina H, būdama pradinėje būsenoje z_1, atranda, kad po jos galvute įrašytas 0, tai ji sustoja iškart, pereidama į rimties būseną ir pakeisdama tą nulį į vienetą.

Mašina I gali pradėti darbą tik tuomet, kai pradinėje būsenoje z_1 po jos galvute yra įrašytas vienetas. Tuomet ji tą vienetą ir po jo į kairę visą esančią vienetų grupę (jei tokia yra) „pastumia“ vienu langeliu į kairę, sustodama ties pirmuoju langeliu, esančiu į kairę nuo „pastumtos“ vienetų grupės.

Mašina K iš pradinės ląstelės, nekeisdama jos turinio, pereina į dešiniąją ląstelę ir ten sustoja, įrašydama į ją bet kuriuo atveju 0 ir pereidama į rimties būseną.

Kai pradinėje būsenoje z_1 po mašinos L galvute yra 0, tai mašina, jo nekeisdama, pereina į rimties būseną, pasislinkdama į kairę viena ląstele. Kai pradinėje būsenoje po mašinos L galvute yra 1, tai mašina, nieko nekeisdama, juda į kairę iki tol, kol sutinka nulį. Tuomet ji, nekeisdama to nulio, pasislenka dar viena ląstele į kairę ir pereina į rimties būseną, sustodama ties antrąja į kairę ląstele nuo vienetukų grupės pabaigos.

Mašina M iš pradinės būsenos z_1, niekur nejudėdama ir nieko nekeisdama, priklausomai nuo po galvute esančio įėjimo įrašo pereina į pirmąją arba antrąją rimties būseną.

Elementariųjų Tiūringo mašinų rinkinį galima plėsti, įvedant dar ir kitas mašinas, tačiau čia apsiribosiu jau aprašytomis mašinomis A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L ir M ir pereisiu prie operacijų su Tiūringo mašinomis aprašymo.

Įvesime **Tiūringo mašinų daugybos operaciją**. Tarkime, jog mums duotos dvi Tiūringo mašinos T_1 ir T_2, turinčios po vieną rimties būseną $z_0^{(1)}$ ir $z_0^{(2)}$ ir po k_1 ir k_2 darbinių būsenų, kurias žymėsime $z_1^{(1)}$, $z_2^{(1)}$, …, $z_{k_1}^{(1)}$ ir $z_1^{(2)}$, $z_2^{(2)}$, …, $z_{k_2}^{(2)}$.

„Sutapatinsime“ pirmosios mašinos rimties būseną $z_0^{(1)}$, į kurią ji patenka savo darbo pabaigoje, su antrosios mašinos pradine būsena $z_1^{(2)}$, t. y. priimsime, jog, pirmajai Tiūringo mašinai baigiant darbą ir patenkant į būseną $z_0^{(1)}$, tuo pačiu momentu įjungiama antroji Tiūringo mašina, kuri tęsia pirmosios mašinos pradėtąjį darbą iki tol, kol patenka į rimties būseną $z_0^{(2)}$. Tokį **dviejų Tiūringo mašinų T_1 ir T_2 sujungimą ir vadina Tiūringo mašinų daugyba, o tokio sujungimo rezultatą** – Tiūringo mašiną $T=T_1 \cdot T_2$, turinčią k_1+k_2 darbinių būsenų $z_1 = z_1^{(1)}$, $z_2 = z_2^{(1)}, \ldots, z_{k_1} = z_{k_1}^{(1)}$, $z_{k_1+1} = z_1^{(2)}$, $z_{k_1+2} = z_2^{(2)}, \ldots, z_{k_1+k_2} = z_{k_2}^{(2)}$ ir vieną rimties būseną $z_0 = z_0^{(2)}$ – **Tiūringo mašinų T_1 ir T_2 sandauga.**

Nesunku įsitikinti, kad **Tiūringo mašinų daugybos operacija yra asociatyvi**, t. y. kad $(T_1 \cdot T_2) \cdot T_3 = T_1 \cdot (T_2 \cdot T_3)$. Tai leidžia kalbėti ne tik apie binarinę, bet ir apie **n–arinę Tiūringo mašinų daugybos operaciją** $T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \ldots \cdot T_n = T$, o taip pat apie **Tiūringo mašinos kėlimo laipsniu operaciją** $T \cdot T \cdot \ldots \cdot T = T^n$.

Nesunku taip pat įsitikinti, kad **Tiūringo mašinų daugybos operacija nėra komutatyvi**. Pavyzdžiui, $F \cdot G \neq G \cdot F$.

Kai dauginamos Tiūringo mašinos, turinčios ne vieną, o kelias rimties būsenas, galimi keli sandaugos variantai. Tuomet, kad Tiūringo mašinų sandauga liktų apibrėžta, reikia nurodyti, kokia pirmojo dauginamojo rimties būsena tampa antrojo dauginamojo pradine būsena. Pavyzdžiui, kai T_1 turi dvi rimties būsenas, tai gali egzistuoti dvi skirtingos mašinų T_1 ir T_2 sandaugos. Ta mašinų T_1 ir T_2 sandauga, kurioje mašinos T_1 pirmoji rimties būsena tampa mašinos T_2 pradine būsena, žymima $T_1 \begin{cases} (1) \cdot T_2 \\ (2) \end{cases}$, o ta sandauga, kurioje mašinos T_2 pradine būsena tampa mašinos T_1 antroji rimties būsena, žymima $T_1 \begin{cases} (1) \\ (2) \cdot T_2 \end{cases}$.

Mašina $T_1 \begin{cases} (1) \cdot T_2 \\ (2) \end{cases}$ turės pradinę būseną $z_1 = z_1^{(1)}$ ir tiek rimties būsenų, kiek jų turi mašina T_2 plius dar vieną – antrąją mašinos T_1 rimties būseną $z''^{(1)}_0$.

Mašina $T_1 \begin{cases} (1) \\ (2) \cdot T_2 \end{cases}$ turės tą pačią pradinę būseną $z_1 = z_1^{(1)}$, tačiau jos rimties būsenų sąrašas bus jau kitoks. Jį sudarys mašinos T_2 rimties būsenos ir pirmoji mašinos T_1 rimties būsena $z'^{(1)}_0$.

Naudodamiesi įvestais žymėjimais, galime sukonstruoti ir sudėtingesnes Tiūringo mašinų sandaugas.

Pavyzdžiui, Tiūringo mašina $T = T_1 \begin{cases} (1) \cdot T_2 \cdot T_3 \\ (2) \cdot T_4 \end{cases}$ turės pradinę būseną $z_1 = z_1^{(1)}$ ir tiek rimties būsenų, kiek jų turės mašinos T_3 ir T_4 kartu. Kai mašina T_1, baigdama savo darbą, pereis į rimties būseną $z'^{(1)}_0$, tai jos darbą tęs Tiūringo mašina, esanti mašinų T_2 ir T_3 sandauga. O kai mašina T_1, baigdama savo darbą, pereis į rimties būseną $z''^{(1)}_0$, tai jos darbą tęs mašina T_4.

Dauginant Tiūringo mašinas, turinčias kelias rimties būsenas, galima gauti ir dar sudėtingesnes konstrukcijas, pavyzdžiui, Tiūringo mašiną $T = T_1 \begin{cases} (1) \cdot T_2 \begin{cases} (1) \cdot T_7 \cdot T_8 \\ (2) \cdot T_9 \end{cases} \\ (2) \cdot T_3 \cdot T_4 \\ (3) \cdot T_5 \cdot T_6 \begin{cases} (1) \cdot T_{10} \\ (2) \cdot T_{11} \cdot T_{12} \\ (3) \cdot T_{13} \cdot T_{14} \cdot T_{15} \end{cases} \end{cases}$ ir pan.

Įvesime **Tiūringo mašinos iteracijos operaciją**, kuri gaunama, **sutapatinant Tiūringo mašinos kokią nors rimties būseną su jos pradine būsena**.

Kai Tiūringo mašina T teturi tik vieną rimties būseną, tai jos iteracija sutampa su jos laipsniu T^n, kur $n\to\infty$. Tuomet gaunama Tiūringo mašina, neturinti rimties būsenos. Tokia mašina žymima $\dot{T}$, kur taškas virš T reiškia mašinos T iteraciją.

Kai mašina T turi kelias rimties būsenas, tai reikia nurodyti, kuri iš jos rimties būsenų sutapatinama su pradine būsena. Tai galima padaryti, nurodant sutapatinamos rimties būsenos numerį. Pavyzdžiui, žymėjimas $T = \dot{T}_1\{(r)$ reiškia, kad mašina T gaunama, sutapatinant mašinos T_1 r–tąją rimties būseną su pradine būsena.

Kai iteruojamos sudėtingos mašinos, naudojamasi sudėtingesne žymėjimų sistema: elementarios mašinos, kurių pradinės būsenos sutapatinamos su kitų elementarių mašinų rimties būsenomis, žymimos vienodu taškelių skaičiumi. Pavyzdžiui, Tiūringo mašinoje $T = \dot{T}_1 \cdot \ddot{T}_2 \begin{cases} (1)\cdot \dot{T}_3 \\ (2)\cdot T_4 \cdot \ddot{T}_5 \\ (3)\cdot T_6 \end{cases}$ mašinos T_3 rimties būsena sutapatinta su mašinos T_1 pradine būsena, o mašinos T_5 rimties būsena sutapatinama su mašinos T_2 pradine būsena, kuri sandaugoje $T_1 \cdot T_2$ yra sutapatinta su mašinos T_1 rimties būsena. Tokiu būdu sudaryta Tiūringo mašina T turės tik mašinos T_6 rimties būsenas.

Dabar jau galime užsiimti **tipinių Tiūringo mašinų konstravimu, naudojantis turimomis elementariomis Tiūringo mašinomis ir įvestomis Tiūringo mašinų daugybos ir iteracijos operacijomis**.

Pavyzdžiui, iš elementariųjų tipinių Tiūringo mašinų L, M, C ir G galima sukonstruoti šiek tiek sudėtingesnę tipinę Tiūringo mašiną $N = \dot{L} \cdot M \begin{cases} (1)C \\ (2)\dot{G} \end{cases}$.

Mašina N, pradėdama darbą pradinėje būsenoje, sutampančioje su mašinos L pradine būsena perskaitys po mašinos galvute esantį įėjimo įrašą.

Jei ji ras, kad tas įrašas yra 0, tai, nekeisdama to įrašo, pasislinks viena ląstele į kairę ir pereis į mašinos M darbo režimą, o jei ras, kad tas įrašas yra 1, tai, nekeisdama to įrašo ir savo būsenos (t. y. pasilikdama L mašina), irgi pasislinks į kairę.

Pirmuoju atveju mašina N, dirbdama mašinos M režime, perskaitys tos ląstelės, į kurią pateko po pirmojo poslinkio į kairę, turinį. Jei ten ras įrašą 0, tai, nekeisdama to įrašo ir niekur nepaslinkdama, pradės dirbti kaip mašina C, o jei ras įrašą 1, tai nekeisdama to įrašo ir niekur nepasislinkdama, pradės dirbti kaip mašina G.

Dirbdama kaip mašina G, ji nekeisdama savo būsenos, pakeis vienetą į nulį ir pasislinks viena ląstele į kairę. Jei ten vėl ras 1, tai procedūra pasikartos ir kartosis iki tol, kol mašina, judėdama į kairę ir keisdama vienetus į nulius, nesutiks pirmojo nulio. Tuomet ji sustos, to nulio nekeisdama, ir vėl pradės dirbti kaip mašina L. Turėdama po galvute 0, jo nekeisdama, ji pasislinks viena ląstele į kairę ir pereis į mašinos M darbo režimą. Jei perskaičiusi ląstelės turinį, mašina ras, kad jis yra 1, tai ji vėl pereis į mašinos G darbo režimą ir ką tik aprašytoji procedūra pasikartos: mašina, judėdama į kairę, pakeis nuliais eilinę grupę vienetų iki pirmojo nulio. Ir tai kartosis iki tol, kol mašina nesusidurs su situacija, kada į kairę nuo grupės vienetų, pakeistų į nulius, nulių bus daugiau negu vienas. Tuomet mašina iš režimo M pateks ne į režimą G, o į režimą C.

Dirbdama režime C, mašina pradės judėti į dešinę. Pradžioje ji praeis visus 0, jų nekeisdama, po to pirmąją grupę vienetų, jų nekeisdama, ir sutikusi pirmąjį nulį po tų vienetų, sustos virš paskutiniojo tos grupės vieneto rimties būsenoje, sutampančioje su mašinos C rimties būsena.

Antruoju atveju, kai mašina N pradinėje būsenoje ras po galvute įėjimo įrašą 1 ir, nekeisdama to įrašo ir būsenos, pasislinks viena ląstele į kairę, tęsdama L mašinos darbą, jos tolimesnis darbas priklausys nuo to, ką ras mašina po savo galvute po pirmojo poslinkio į kairę. Jei ji ten ras 0, tai jo nekeisdama, pasislinks viena ląstele į kairę ir pradės darbą M mašinos režime, kurį mes jau esame aprašę, aprašydami atvejį, pavadintą pirmuoju. Jei mašina L ras ten 1, tai, nekeisdama to įrašo ir savo būsenos, pasislinks viena ląstele į kairę. Jei ten vėl ras 1, tai procedūra pasikartos ir taip kartosis iki tol, kol mašina, dirbdama L režime ir slinkdama į kairę, nesusidurs su pirmuoju nuliu. Tuomet ji, nekeisdama to įrašo, pasislinks vienu langeliu į kairę ir pereis į mašinos M darbo režimą. Ir vėl pradės kartotis procedūros, aprašytos aprašant pirmąjį atvejį.

Apibendrindami tai, ką gavome, nagrinėdami mašinos N darbą, galime pasakyti, kad mašina N visus vienetus, esančius kairiau pradinės ląstelės iki pirmųjų dviejų iš eilės einančių nulių, esančių į kairę nuo tų vienetų grupių, pakeičia nuliais, t. y. „išvalo“ juostą į kairę nuo pradinės ląstelės iki pirmųjų dviejų iš eilės einančių nulių.

Analogiškai, kaip buvo išnagrinėtas sukonstruotos iš elementariųjų mašinų tipinės Tiūringo mašinos N darbas, galima išnagrinėti ir šiek tiek sudėtingesnių tipinių Tiūringo mašinų

$P = \dot{I} \cdot M \begin{cases} (1)\dot{C} \\ (2)K \cdot C \cdot A \end{cases}$, $R_1 = H \cdot \dot{F} \cdot E \begin{cases} D \cdot C \\ B \cdot C \cdot \dot{A} \end{cases}$, $R_m = H\dot{F}^m E \begin{cases} (1)DC^m \\ (2)BC^m \dot{A} \end{cases}$, $R_m^m = [R_m]^m =$

$= \left[H\dot{F}^m E \begin{cases} (1)DC^m \\ (2)BC^m \dot{A} \end{cases}\right]^m$, $S_m = AR_m^m BF^m BC^m$ ir pan. darbą.*

Aprašysiu, kaip standartiniu būdu vykdomas sveikaskaitinių funkcijų reikšmių apskaičiavimas Tiūringo mašinomis.

Skaičius 0 juostoje vaizduojamas vienu vienetuku, skaičius 1 – dviem iš eilės einančiais vienetukais, skaičius n – n+1 iš eilės einančių vienetukų seka. Toks truputį nenatūralus skaičių juostoje vaizdavimo būdas panaudotas todėl, kad tuščių ląstelių, kurias iki šiol žymėjome (ir vėliau žymėsime) nuliais, naudojamų skaičių atskyrimui ir Tiūringo mašinos galvutės judėjimo valdymui, negalima (norint išvengti kolizijų) vartoti skaičiaus 0 vaizdavimui. Todėl ir tenka skaičius n, kur n=0, 1, 2,… vaizduoti iš eilės einančių vienetukų sekomis, turinčiomis ne po n (kaip turėtų būti vienetinėje sistemoje), o po n+1 vienetuką.

Priimta laikyti, kad du skaičiai m ir n užrašyti juostoje **šalia vienas kito**, jei tuos skaičius skiria lygiai viena tuščia ląstelė.

Pavyzdžiui, norėdami juostoje užrašyti šalia vienas kito skaičius 12, 0 ir 4, gautume užrašą 001111111111111010111110.

Apskaičiuojamos funkcijos argumentų reikšmės surašomos šalia viena kitos taip, kad kairiau pirmojo argumento reikšmės būtų nemažiau kaip dvi tuščios ląstelės, o tarp argumentų reikšmių – po vieną tuščią ląstelę.

Tiūringo mašinos **galvutės standartinė padėtis apskaičiavimo pradžioje** – virš paskutiniojo (dešiniojo) vienetuko, priklausančio paskutiniojo (dešiniojo) funkcijos argumento reikšmės atvaizdui, t. y. tokia padėtis, kai visos argumentų reikšmės yra atvaizduotos juostoje standartiniu būdu į kairę nuo galvutės taip, kad **paskutinis vienetukas yra po galvute, o visos ląstelės į dešinę nuo galvutės yra tuščios**.

Sakoma, kad **Tiūringo mašina T, pradėdama darbą pradinėje būsenoje nuo standartinės padėties, gali apskaičiuoti funkcijos $f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ reikšmę**, jei esant bet kurioms duotoms argumentų $x_1, x_2, \ldots, x_k$ reikšmėms, praėjus baigtiniam laiko intervalui nuo darbo pradžios, mašina pereina į rimties būseną, sustodama standartinėje padėtyje, kurioje į kairę nuo galvutės standartiniu būdu yra užrašyti skaičiai $x_1, x_2, \ldots, x_k$ ir y, kur $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, ir galvutė yra sustojusi virš paskutiniojo (dešinio) vienetuko, priklausančio vienetukų sekai, vaizduojančiai funkcijos $f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ reikšmę y, o į dešinę nuo galvutės visos juostos ląstelės yra tuščios.

Taip organizuojant Tiūringo mašinų darbą, juostoje jokių ženklų, vaizduojančių operacijas, kurias reikia įvykdyti, jau nebereikia, nes **kiekvieno algoritmo realizavimui konstruojama atitinkama Tiūringo mašina**.

Palieku skaitytojui įsitikinti, kad, pavyzdžiui, mašina $P = \dot{I}M \begin{cases} (1)\dot{C} \\ (2)KCA \end{cases}$, būdama standartinėje padėtyje ir pradėdama darbą nuo elementarios mašinos I pradinės būsenos, baigia darbą, „perstumdama“ skaičių x, virš kurio dešiniojo vienetuko ji stovėjo pradžioje, į kairę iki artimiausiojo juostos kairėje pusėje buvusio skaičiaus, palikdama tarp tų skaičių vienos tuščios ląstelės tarpą.

Analogiškai galime įsitikinti, jog mašina $R_m^m = \left[H\dot{F}^m E \begin{cases} (1)DC^m \\ (2)BC^m \dot{A} \end{cases}\right]^m$, būdama standartinėje padėtyje virš skaičių $x_1, x_2, \ldots, x_m$ sekos paskutinį skaičių x_m vaizduojančios vienetų sekos paskutiniojo (dešiniojo) vieneto ir turėdama pradinę būseną, sutampančią su mašinos H pradine būsena, baigia darbą, nukopijavusi duotąją skaičių $x_1, x_2, \ldots, x_m$ seką ir prirašiusi ją kaip tos sekos tęsinį, t. y. suformavusi juostoje užrašą, susidarantį iš skaičių $x_1, x_2, \ldots, x_m$, 0, $x_1, x_2, \ldots, x_m$ sekos atvaizdų.

Panagrinėję mašinos $S_m = AR_m^m BF^m BC^m$ darbą, rastume, jog ši mašina daro beveik tą patį, ką ir mašina R_m^m, t. y. kopijuoja skaičių $x_1, x_2, \ldots, x_m$ seką, tačiau tarp originalo ir kopijos palieka ne vienos, o dviejų „tuščių“, t. y. „nulinių“, ląstelių tarpą.

Analizuodami Tiūringo mašiną, kurios išorinį modelį vaizduoja 69-oji lentelė, ir tos mašinos darbą, galime pastebėti, kad ta mašina dar ne visai atitinka aprašytus standartus. Todėl, norint ją padaryti

---

* Mašinų R_m, R_m^m ir S_m formulėse paprastumo dėlei praleistas Tiūringo mašinų daugybos ženklas “·”. Šiuo supaprastinimu naudosimės ir vėliau.

standartine (t. y. sugebančią iš užrašo $00\underbrace{111\ldots1111}_{n_1+1\text{ vienetukų}}0\underbrace{111\ldots11110}_{n_2+1\text{ vienetukų}}$ gauti užrašą $00\underbrace{111\ldots1111}_{n_1+1\text{ vienetukų}}0\underbrace{111\ldots11110}_{n_2+1\text{ vienetukų}}\ \underbrace{1111\ldots1111}_{n_1+n_2+1\text{ vienetukų}}\ 0\ldots$), tektų šiek tiek modifikuoti.

Siūlyčiau skaitytojui pabandyti įvykdyti tą modifikaciją, t. y. sudaryti standartinės Tiūringo mašinos, sugebančios sumuoti sveikus teigiamus skaičius standartiniu būdu, išorinį informacinį modelį (įėjimų,išėjimų ir būsenų priklausomybės lentelę), o po to – ir vidinį tokios mašinos modelį loginių elementų ir elementariųjų Tiūringo mašinų lygyje.

Būtų naudinga skaitytojo matematinės kultūros ir abstraktaus mąstymo ugdymo atžvilgiu, jei skaitytojas rastų laiko ir noro susipažinti su rekursija ir rekursinėmis funkcijomis ir po to pasidomėtų, kaip įrodoma teorema, kad **kiekvienai rekursinei funkcijai visada galima sukonstruoti tokią Tiūringo mašiną, kuri sugebėtų apskaičiuoti tos funkcijos reikšmę bet kokiomis leistinomis jos argumentų reikšmėmis.**

Žinoma, tokių knygų kaip [50] (ir tuo labiau S. K. Klini „Įvado į metamatematiką“) studijavimas nėra lengvas darbas ir ne visiems „įkandamas“, tačiau išbandyti savo jėgas kai kuriems skaitytojams, turintiems geresnį matematinį pasiruošimą ir polinkį į abstraktų mastymą, manau, būtų įdomu ir naudinga. Šių eilučių autorius, būdamas studentu, tai darė ir nesigaili dėl sugaišto laiko.

1.10.7. Periodinė cheminių elementų lentelė – antrojo tipo sistemos vidinio modelio pavyzdys

Antrojo tipo sistemų modeliai turi savo specifiką ir skiriasi nuo pirmojo tipo sistemų modelių visų pirma tuo, kad **antrojo tipo sistemos**, griežtai kalbant (žiūr. antrojo tipo sistemų apibrėžimą 1.6.2. skyrelyje), **nėra „fiziniai objektai“** (žiūr. 1.1. skyrių), **tiesiogiai sąveikaujantys su savo aplinka ir patys esantys savo elementų „fizinio“ sąveikavimo produktais, o yra tik abstrakčios struktūrizuotos aibės, sudarytos iš esybių, reiškiančių kažkokių objektų individualių savybių rinkinius, kuriuose tos savybės tenkina visai tai aibei būdingus dėsningumus, apsprendžiančius kiekvienos esybės vietą sistemos struktūroje**.

Pati antrojo tipo sistema jau yra lyg ir savo rūšies modelis, nes **jos reliacinė struktūra** (žiūr. 1.7.5. skyrelį) **yra objektyviai egzistuojančios atributinės struktūros** (žiūr. 1.7.4. skyrelį) **abstrakcija, abstraktus jos modelis, išreiškiantis atributinėje struktūroje glūdinčius dėsningumus**.

Todėl **antrojo tipo sistemos sąvokai būdingas savotiškas dualizmas**: nagrinėdami antrojo tipo sistemos atributinę struktūrą, mes galime teigti, kad nagrinėjame objektyviai egzistuojančią realybę ir kad **antrojo tipo sistema – objektyviai egzistuojanti sistema**, sudaryta iš realių objektų individualių savybių rinkinių; nagrinėdami antrojo tipo sistemos reliacinę struktūrą, mes galime teigti, kad nagrinėjame abstraktų realios sistemos modelį ir kad **antrojo tipo sistema yra abstraktus modelis**, **atspindintis objektyviai egzistuojančius dėsningumus**.

Iš antrojo tipo sistemų specifikos išplaukia, jog, nagrinėjant tokias sistemas, nėra prasmės ieškoti jų tiesioginio fizinio sąveikavimo su aplinka dėsningumų, nes tokio sąveikavimo iš viso būti negali, ir **tuo atžvilgiu antrojo tipo sistemos yra uždaros sistemos** (žiūr. 1.6.4.1. skyrelį), **nors jos gali būti neuždaros tų sistemų papildymo naujais elementais atžvilgiu**, kas yra įmanoma, kai antrojo tipo sistema dar nėra pilna.

Iš čia ką tik minėtojo antrojo tipo sistemų uždarumo išplaukia, jog **nėra prasmės kalbėti apie antrojo tipo sistemos išorinį modelį**. Juk antrojo tipo sistema nėra toks objektas, kuris atsiranda fiziškai susijungus kokiems nors mažesniems fiziniams objektams į junginį, tampantį atskiru nauju daiktu, sugebančiu reaguoti į išorinius aplinkos poveikius. Todėl nėra prasmės kurti tokios sistemos „sąveikavimo“ su savo aplinka modelį, kurį galėtume pavadinti išoriniu modeliu. Įdėmesnis skaitytojas tai galėjo pastebėti jau žymiai anksčiau: 1.4. skyriuje tarp daugybės ten

paminėtų išorinių modelių pavyzdžių niekur nebuvo kalbama apie antrojo tipo sistemų išorinius modelius. Vietoj tokių modelių galima būtų kurti tik instrukcijas, aprašančias, kaip tokio tipo sistemas konstruoti, kaip jas tobulinti, prireikus papildyti, kaip jomis naudotis.

Tačiau antrojo tipo sistemos turi tai, ką galima vadinti sistemos sudėtimi (žiūr. 1.7.2. ir 1.10.1 skyrelius), ir tai, ką galime vadinti sistemos struktūra (žiūr. 1.7.4., 1.7.5., 1.7.6. ir 1.10.1 skyrelius). Todėl **antrojo tipo sistemos gali turėti vidinius modelius**.

Antrojo tipo sistemų **vidinių modelių specifika** pasireiškia dar ir tuo, kad jie **lyg ir persidengia su pačia antrojo tipo sistema**, o tuo tarpu pirmojo tipo sistema ir jos modelis yra nesutampančios esybės, egzistuojančios atskirai. Galima teigti, kad antrojo tipo sistemos vidinis modelis egzistuoja atskirai nuo to, kas sudaro antrojo tipo sistemos atributinę struktūrą, ir todėl **antrojo tipo sistemos vidinis modelis yra tos sistemos atributinės struktūros modelis**; tačiau galima teigti ir tai, kad **antrojo tipo sistemos reliacinė struktūra yra tos sistemos vidinio modelio sudėtinė dalis, t. y. reliacinė antrojo tipo sistemos struktūra, priklausydama pačiai antrojo tipo sistemai, priklauso ir jos vidiniam modeliui**. Toks antrojo tipo sistemos ir jos modelio sąvokų persidengimas išplaukia iš jau minėto antrojo tipo sistemos sąvokai būdingo dualizmo.

Aprašysime **periodinės cheminių elementų lentelės, esančios antrojo tipo sistema, vidinį modelį**, t. y. aprašysime tos sistemos sudėtį ir struktūrą.

Šios sistemos **sudėties modelį** mes jau esame sudarę. Tai – 36-oji lentelė iš 1.9.1.2. skyrelio. Šioje lentelėje išvardinti visi tos antrojo tipo sistemos elementai, kiekvienam elementui priskirtas specialus žymuo ir nurodyta pagrindinė elemento charakteristika – atominis skaičius Z, iš kurio išplaukia ir elemento savybės, ir jo vieta sistemos struktūroje. Toje pačioje lentelėje pateikiamas ir kiekvieno **cheminio elemento atomams būdingo elektroninio apvalkalo vidinis modelis**, nusakantis elektronų skaičių tame apvalkale ir jų vietas to apvalkalo sluoksniuose bei posluoksniuose (žiūr. 36-osios lentelės ketvirtąjį stulpelį „Elemento nesužadinto atomo elektroninio apvalkalo struktūra“). Jei toje lentelėje dar būtų nurodyti elementų izotopų atominiai svoriai A, tai būtų galima nustatyti ir atomų branduolių sandarą, t. y. protonų ir neutronų skaičių juose. Žodžiu, galima teigti, jog cheminių elementų periodinėje lentelėje egzistuoja šią antrojo tipo sistemos sudėtį sudarančių elementų modeliai, o kartu – ir visos tos sistemos sudėties modelis.

Turime ir šios **antrojo tipo sistemos struktūros modelį**. Tai – 35-oji lentelė iš 1.9.1.2. skyrelio, kurios eilutės ir stulpeliai vaizduoja cheminių elementų periodus ir grupes bei pogrupius, o langeliai – elementų vietas antrojo tipo sistemos struktūroje. Kiekvienas šios antrojo tipo sistemos sudėties elementas, aprašytas 36-joje lentelėje, gauna vieną ir tik vieną griežtai apibrėžtą vietą – tam tikrą periodą ir grupę bei pogrupį, kurių numerius galima vienareikšmiškai nustatyti, žinant elemento atominį numerį Z, t. y. protonų skaičių atomo branduolyje.

Šios antrojo tipo sistemos sudėtis ir struktūra ne tik atvaizduotos 36-joje ir 35-joje lentelėse, bet ir gana detaliai aprašytos 1.9.1.2. skyrelyje, todėl čia nebesikartosiu.

1.10.8. Kitų antrojo tipo sistemų ir jų vidinių modelių pavyzdžiai

Dar vieną antrojo tipo sistemos ir jos vidinio modelio pavyzdį gautume pabandę sudaryti mūsų planetos **gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemą** (klasifikacinį medį).

Gyvųjų organizmų klasifikavimą buvo pradėjęs dar Aristotelis, kuris juos buvo suskirstęs į 14 grupių, o dar detaliau juos klasifikavo jau pagal dydį. Šiek tiek natūralesnę klasifikavimo sistemą bandė sukurti XVII a. anglų gamtininkas Dž. Rėjus (J. Ray), kuris teigė, jog kiekvienam organizmui turi būti duotas nuolatinis mokslinis pavadinimas. Tačiau dabartinės gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemos pradininku laikomas XVIII a. švedų mokslininkas K. Linėjus (K. Linne), knygos „Gamtos sistema“ (1735m.) autorius, dešimtame tos knygos leidime (1759m.) pasiūlęs **organizmų rūšių įvardijimo sistemą – dvinarę nomenklatūrą,** kuria biologai naudojasi iki šiol. Pirmasis tos nomenklatūros žodis yra lotyniškas **genties,** kuriai priklauso aprašomoji rūšis, pavadinimas, o antrasis – tai rūšiai būdingo, išskiriančio iš kitų tos genties rūšių, požymio lotyniškas pavadinimas – pirmojo žodžio epitetas (pavyzdžiui, homo sapiens, t. y. žmogus protingasis, kur žodis „homo“ yra genties pavadinimas). Norint rūšyje išskirti porūšius gali būti pridėtas dar vienas lotyniškas epitetas (pavyzdžiui, homo sapiens

sapiens), atskiriantis tą porūšį nuo kitų (mūsų nagrinėjamu konkrečiu atveju – nuo homo sapiens neanderthalensis, t. y. nuo jau išnykusių neandertaliečių).

Vienai ir tai pačiai **rūšiai** priskiriami organizmai, kurie gali tarpusavyje kryžmintis ir turėti vaisingų palikuonių, priklausančių tai pačiai rūšiai. Rūšys bei porūšiai gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemoje yra laikomi **mažiausiais natūraliais klasifikavimo vienetais.**

Selekcininkai, dirbdami su kai kurių rūšių organizmais, yra išvedę gana daug įvairių **veislių,** kurios yra dar mažesni (bet jau ne natūralūs, o dirbtiniai) klasifikavimo vienetai.

Giminingos rūšys jungiamos į gentis; gentys – į **šeimas;** šeimos, klasifikuojant gyvūnus bei į juos panašius organizmus, – į **būrius,** o klasifikuojant augalus ir grybus bei į juos panašius organizmus, – į **eiles**, būriai ir eilės – į **klases;** klasės, klasifikuojant gyvūnus bei į juos panašius organizmus, – į **tipus,** o klasifikuojant augalus ir grybus bei į juos panašius organizmus, – į **skyrius;** tipai ir skyriai – į **karalystes.**

Kiekvieną iš čia išvardintų septynių **pagrindinių klasifikavimo rangų** galima dalinti į **papildomus** (pavyzdžiui, antklasis, poklasis, infraklasė, antšeimis, pošeimis, triba, potribė ir pan.), todėl egzistuoja virš 30 klasifikavimo rangų: karalystė, pokaralystė, tipas (skyrius), potipis (poskyris), antklasis, klasė, poklasis, infraklasė, antbūrys, būrys (eilė), pobūris, infrabūrys, antšeimis, šeima, pošeimis, triba, potribė, gentis, pagentė, rūšis, porūšis ir kt.

Gyvųjų organizmų klasifikavimo sistema skirta tam, kad kiekvienam gyvam organizmui būtų galima nurodyti jo vietą **gyvybės klasifikavimo medyje.** Siekiama, kad toks vietos priskyrimas būtų pakankamai objektyvus, fenomenologiškai ir genetiškai pagrįstas: pvz, dabar mūsų planetoje gyvenantys žmonės, nepriklausmai nuo to, kuriai **rasei** (europidų, Azijos mongolidų, Amerikos mongolitų, t. y. indėnų, Afrikos negridų, Okeanijos australidų ar dar kokiai nors smulkesnei bei kuriai nors mišriajai, kaip, pavyzdžiui, Uralo rasė, Rytų Afrikos – Etiopų rasė ir pan.) jie bebūtų priskiriami, priklauso Homo sapiens sapiens porūšiui, Homo sapiens rūšiai, Homo genčiai, homininų (Homininae) pošeimiui, hominidų (Hmonidae) šeimai, hominoidų (Hominoidae) antšeimiui, siauranosių beždžionių (Catarhina) infrabūriui, beždžionių (Simiae) pobūriui, primatų (Primatae) būriui, placentinių (Eutheria) infraklasei, tikrųjų žvėrių (Theria) poklasiui, žinduolių (Mammalia) klasei, keturkojų (Tetrapoda) antklasiui, stuburinių (Vertebrata) potipiui, chordinių (Chordata) tipui, gyvūnų (Animalia) karalystei.

Kadangi dažnai atrandamos vis naujos gyvųjų organizmų rūšys, tarp kurių kai kurioms neįmanoma surasti atitinkamos vietos egzistuojančioje organizmų klasifikavimo sistemoje, tai tą sistemą tenka laikas nuo laiko tobulinti.

Nuo Aristotelio laikų biologai gyvuosius organizmus skirstė tik į dvi karalystes: augalus ir gyvūnus. Patobulinus šviesinį mikroskopą buvo rasti vienaląsčiai organizmai, kurie netiko nei augalų, nei gyvūnų karalystei: XIX a. devintajame dešimtmetyje vokiečių mokslininkas E. Hekelis (E. Haeckel) pasiūlė įvesti trečią karalystę. Jis pavadino ją protistais (Protista). 1969m. R. H. Vitakeris (R. H. Whittaker) praplėtė klasifikacijos sistemą iki **penkių karalysčių:** moneros (Monnera), protistai (Protista), grybai (Fungi), augalai (Plantae) ir gyvūnai (Animalia). Tokio suskirstymo vis dar laikomasi iki šiol, nors jau yra pasiūlymų įvesti dar aukštesnį klasifikacinio medžio lygį, suskirstant gyvuosius organizmus į tris **evoliucinius domenus:** bakterijas, archėjas ir eukariotus.

Bakterijų ir **archėjų** domenai gaunami suskaidant **prokariotų (monerų)** karalystę, t. y. atskiriant archėjas (metano gamintojas, halofilus ir termoacidofilus) nuo bakterijų, o **eukariotų domenas –** sujungiant likusias keturias karalystes į vieną domeną. **Virusai,** dėl kurių prigimties vis dar ginčijamasi, nors su tam tikromis išlygomis juos irgi būtų galima priskirti prie gyvųjų organizmų, nepriskiriami nė prie vienos iš penkių minėtų karalysčių ir nė prie vieno domeno, nes jie yra neląstelinės sandaros, ir tuo kardinaliai skiriasi nuo visų kitų gyvųjų organizmų. Apie virusus ir jų sandarą bus kalbama 1.14.13. skyrelyje. Ten bus aprašyta ir ląstelės sandara.

Monerų karalystei prikllauso vienaląsčiai organizmai, neturintys tikro branduolio ir todėl vadinami dar ir **prokariotais.** Tai įvairios bakterijos: termofilinės, melsvosios, žaliosios, purpurinės, deinokokai, chlamidijos, planktomicetai, bakteroidai, spirochetos ir kt. – daugiau nei keturi tūkstančiai rūšių, kurios suskirstomos į 12 stambių ir į dar keletą smulkesnių grupių.

Visų kitų keturių karalysčių organizmai (ir vienaląsčių, ir daugialąsčių) ląstelės turi tikrą branduolį, ir todėl visi tie organizmai vadinami eukariotais.

Protistų karalystei priklauso paprasčiausi eukariotiniai organizmai. Dauguma jų yra vienaląsčiai, tačiau yra ir tokių, kurie gyvena iš vienaląsčių organizmų sudarytomis kolonijomis, o taip pat ir tikrų, bet labai primityvių daugialąsčių. Dauguma protistų gyvena vandenyje. Tai šiek tiek panašūs į augalus **dumbliai** (žalieji – apie 7000 rūšių, rudieji – apie 1500 rūšių, raudonieji – apie 4000 rūšių, auksadumbliai – apie 11 000 rūšių, šarvadumbliai – apie 1000 rūšių, euglendumbliai – apie 1000 rūšių), šiek tiek panašūs į grybus **gleivūnai** (560 rūšių) ir **oomicetai** (580 rūšių), o taip pat šiek tiek panašūs į gyvūnus **pirmuonys** (amebos – apie 40 000 rūšių, infuzorijos – apie 8000 rūšių, sporagyviai – apie 3600

rūšių, gyvūniniai žiuželiniai – pirmuonys, gyvenantys gyvūnų organizmuose ir sukeliantys įvairias ligas, pavyzdžiui, miegligę, stiprų viduriavimą ir t. t.).

Dar visai neseniai žalieji, rudieji ir raudonieji dumbliai buvo laikomi primityviais augalais ir priskiriami prie augalų karalystės. Dar ir dabar yra mokslininkų, kurie tebesilaiko šios nuomonės. Tai rodo, kad gyvųjų organizmų klasifikacija dar nėra pakankamai objektyvi, nors paskutiniu metu taikomi DNR ir gyvųjų organizmų kilmės analizės metodai leidžia pažvelgti į tų organizmų klasifikavimą šiek tiek giliau ir objektyviau lyginant su jų išorinių požymių panašumo lyginimo metodais.

Grybų karalystei priklauso saprofitiniai skaidytojai. Jie skiriasi nuo augalų visų pirma tuo, kad negali fotosintetinti, ir tuo, kad jų ląstelių sienelės neturi celiuliozės, o nuo gyvūnų tuo, kad negali judėti ir neturi vidinių virškinimo organų bei kitų organų, būdingų gyvūnams. Grybų karalystėje išskiriami keturi skyriai: **zigomicetai** (600 rūšių), **aukšliagrybiai** (30 000 rūšių), **papėdgrybiai** (16 000 rūšių) ir **grybšiai** (25 000 rūšių). Dauguma grybų yra daugialąsčiai ir dauginasi sporomis, nors, pavyzdžiui, toks aukšlegrybis kaip mielės dauginasi nelytiškai – pumpuravimu. Tik trūkstant maisto mielės pradeda daugintis lytiškai: susidaro aukšliai ir aukšliasporės. Grybšiai dauginasi tik nelytiškai.

Augalų karalystei priklauso daugialąsčiai fotosintetinantys autotrofai su gerai išreikštais diferencijuotais audiniais, turintys lytinius organus, kuriuos supa nelytinių ląstelių sluoksnis, neleidžiantis besivystančiai gametai išdžiūti. Tuo jie skiriasi nuo fotosintetinančių dumblių, kuriuos dar visai neseniai biologai priskirdavo prie augalų. Ekosistemų mitybos cikluose augalai (kaip ir fotosintetinantys dumbliai) užima gamintojų poziciją ir yra įvairių gyvūnų maistas. Augalai skiriasi nuo gyvūnų tuo, kad neturi eilės organų, būdingų gyvūnams, ir negali laisvai judėti. Augalų karalystėje išskiriami šie skyriai: **kerpsamanės** (10 000 rūšių), **lapsamanės** (12 000 rūšių), **ylvaisūnai, psilotūnai** (apie 10 rūšių), **pataisai** (1000 rūšių), asiūkliai (32 rūšys), **paparčiai** (12 000 rūšių), **spygliuočiai** (550 rūšių), **cikūnai** (100 rūšių), **ginkūnai** (išlikusi tik viena rūšis – ginkmedžiai), **gnetūnai** (70 rūšių), **žiediniai augalai** (235 000 rūšių).

Gyvūnų karalystei priskiriami daugialąsčiai organizmai, sugebantys judėti ir turintys vidinius virškinimo organus. Gyvūnai minta augalais ir kitais gyvūnais, todėl jei yra vartotojai, nes nesugeba patys pasigaminti jiems reikalingų organinių medžiagų iš neorganinių. Gyvūnų karalystėje išskiriami 34 tipai. Svarbiausieji iš jų: **pintys** (5000 rūšių), **dilginantieji** (9400 rūšių), **plokščiosios kirmėlės** (13 000 rūšių), **apvaliosios kirmėlės** (500 000 rūšių), **verperės** (2000 rūšių), **moliuskai** (110 000 rūšių), **žieduotosios kirmėlės** (12 000 rūšių), **nariuotakojai** (daugiau milijono rūšių), **dygiaodžiai** (daugiau 6500 rūšių), **nepilnachordiniai** (90 rūšių), **chordiniai** (45 000 rūšių).

Gyvūnų karalystėje ypatingai įdomūs yra nariuotakojų ir chordinių tipai.

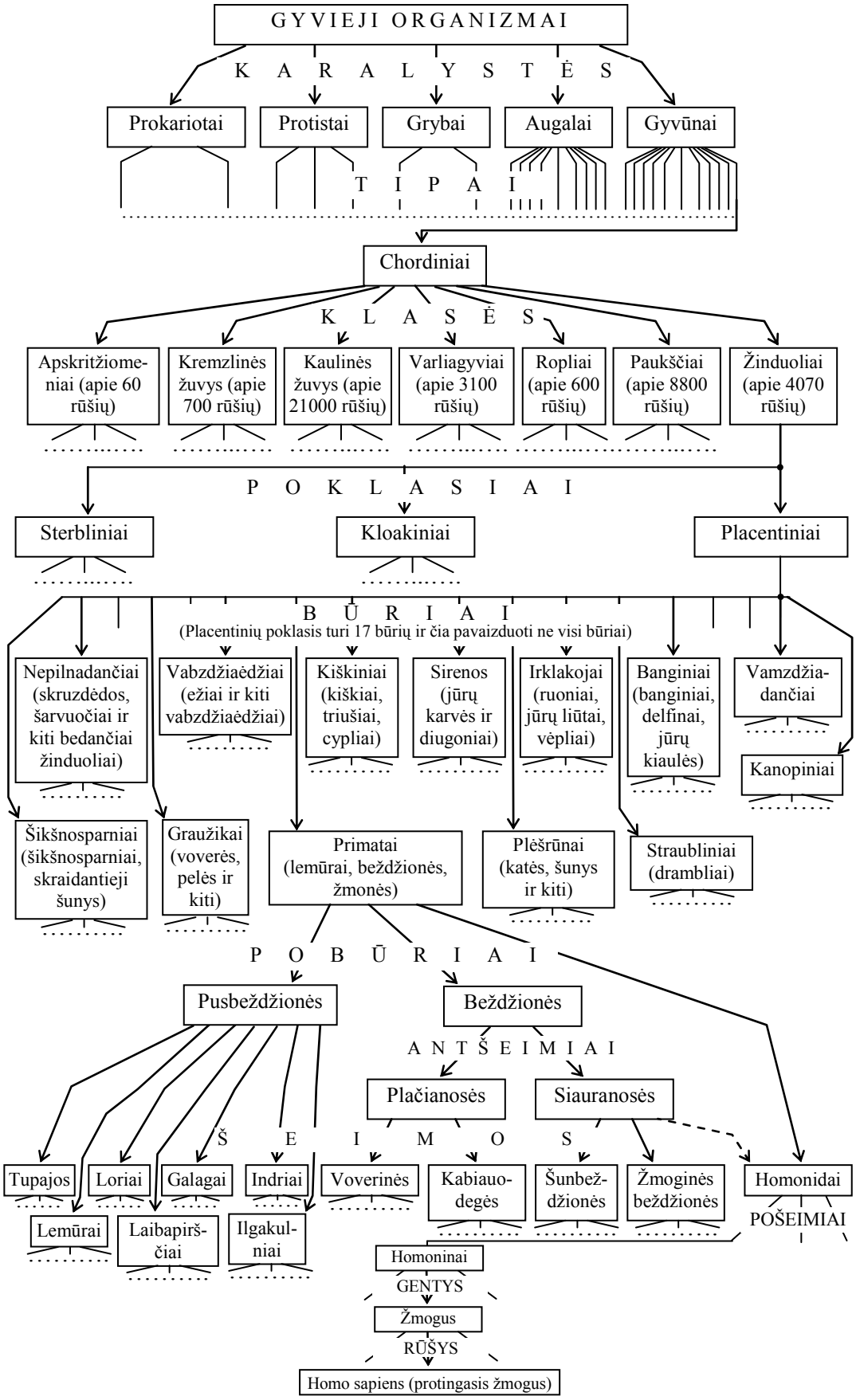
Pirmasis išsiskiria rūšių gausumu. Jame išskiriami trys potipiai: 1) **cheliceriniai,** kuriems priklauso vorai, skorpionai, erkės, kardauodegiai – viso apie 11 000; 2) **vienšakakojai,** kuriems priklauso dviporakojai (10 000 rūšių), šimtakojai (2500 rūšių), vabzdžiai (daugiau nei 900 000 rūšių); 3) **vėžiagyviai,** kuriems priklauso ūsakojai, krabai ir krevetės, dafnijos, vėdarėliai, šoniplaukos, žuvų utėlės ir kt. penkiaporakojai – viso apie 40 000 rūšių.

Chordinių tipas įdomus tuo, kad tai labai margas tipas ir jam priklauso tokie išskiritniai organizmai kaip žmonės. Tame tipe išskiriami trys potipiai: **bekaukoliai** (23 rūšys), **gaubtagyviai** (1250 rūšių) ir **stuburiniai** (43 700 rūšių).

Stuburinių potipyje išskiriamis 3 antklasiai: 1) **bežandžiai**, kuriems priklauso apskritžiomenių klasė (apie 60 rūšių) ir iškastiniai skydaodžiai; 2) **žuvys,** kurioms priklauso dvi klasės: kremzlinės žuvys (apie 700 rūšių), kaulinės žuvys (apie 21 000 rūšių) ir iškastinės šarvuotosios žuvys; 3) **keturkojai,** kuriems priklauso 4 klasės: varliagyviai (apie 3100 rūšių), ropliai (apie 6000 rūšių), paukščiai (apie 8800 rūšių) ir žinduoliai (apie 4500 rūšių). Paukščiai priskiriami keturkojų antklasiui, nors turi tik dvi kojas, todėl, kad jų priekinės galūnės evoliucijos eigoje virto sparnais, o jų protėvių roplių žvynai – plunksnomis. Manoma, kad paukščiai yra gimininingi tiems dinozaurams, kurie bėgiojo dviem kojom.

Gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemos struktūra (klasifikacinis medis) schematiškai ir fragmentiškai (parodytas ne pilnas medis, o tik kai kurie jo fragmentai) pavaizduotas 229 pav.

Čia ką tik aprašytoji gyvųjų organizmų klasifikavimo sistema ir 229 pav. pateikti jos struktūros grafinio modelio fragmentai dar nėra visuotinai priimti, nes ne visi mokslininkai yra vienodos nuomonės, kaip reikėtų klasifikuoti gyvuosius organizmus. Jau buvo minėta apie siūlymus suskaidyti monerų karalystę ir įvesti evoliucinį domenų lygį, o taip pat apie ginčus, kam priskirti fotosintetinančius dumblius – protistams ar augalams. Yra ir eilė kitų – smulkesnių – nesutarimų. Pavyzdžiui, titnagdumblius, čia mūsų pateiktoje klasifikacijoje priskirtus auksadumblių skyriui, kai kurie biologai išskiria į dar vieną protistų karalystės skyrių ir vadina diatominiais dumbliais. Kitas pavyzdys: didelė dalis mokslininkų laiko tupajas pusbezdžionių pobūrio šeima, tačiau yra mokslininkų, kurie tupajas išskiria į atskirą būrį, nepriskirdami jų primatams. Nėra vieningos nuomonės ir dėl hominidų šeimos vietos sistemoje.


GYVIEJI ORGANIZMAI
K A R A L Y S T Ė S
Prokariotai
Protistai
Grybai
Augalai
Gyvūnai
T I P A I
Chordiniai
K L A S Ė S
Apskritžiomeniai (apie 60 rūšių)
Kremzlinės žuvys (apie 700 rūšių)
Kaulinės žuvys (apie 21000 rūšių)
Varliagyviai (apie 3100 rūšių)
Ropliai (apie 600 rūšių)
Paukščiai (apie 8800 rūšių)
Žinduoliai (apie 4070 rūšių)
P O K L A S I A I
Sterbliniai
Kloakiniai
Placentiniai
B Ū R I A I
(Placentinių poklasis turi 17 būrių ir čia pavaizduoti ne visi būriai)
Nepilnadančiai (skruzdėdos, šarvuočiai ir kiti bedančiai žinduoliai)
Vabzdžiaėdžiai (ežiai ir kiti vabzdžiaėdžiai)
Kiškiniai (kiškiai, triušiai, cypliai)
Sirenos (jūrų karvės ir diugoniai)
Irklakojai (ruoniai, jūrų liūtai, vėpliai)
Banginiai (banginiai, delfinai, jūrų kiaulės)
Vamzdžiadančiai
Kanopiniai
Šikšnosparniai (šikšnosparniai, skraidantieji šunys)
Graužikai (voverės, pelės ir kiti)
Primatai (lemūrai, beždžionės, žmonės)
Plėšrūnai (katės, šunys ir kiti)
Straubliniai (drambliai)
P O B Ū R I A I
Pusbeždžionės
Beždžionės
A N T Š E I M I A I
Plačianosės
Siauranosės
Š E I M O S
Tupajos
Loriai
Galagai
Indriai
Voverinės
Kabiauodegės
Šunbeždžionės
Žmoginės beždžionės
Homonidai
POŠEIMIAI
Lemūrai
Laibapirščiai
Ilgakulniai
Homoninai
GENTYS
Žmogus
RŪŠYS
Homo sapiens (protingasis žmogus)

229 pav.

Vieni mokslininkai hominidus laiko primatų būrio beždžionių pobūrio siauranosių beždžionių infrabūrio hominidų antšeimio šeima, o kiti tos šeimos nepriskiria siauranosių beždžionių infrabūriui, laikydami, kad tą infrabūrį sudaro tik dvi šeimos: šunbeždžionės ir žmoginės beždžionės. Ne visų mokslininkų nuomonės sutampa ir dėl hominidų šeimos pošeimių ir genčių bei dėl žmogaus evoliucijos stadijų bei tempų. Dauguma mokslininkų vienintelę dabar mūsų planetoje išlikusią Homo genties rūšį – Homo sapiens – kildina iš Homo erectus (pitekantropo), laikydami Homo sapiens tiesioginiu pitekantropo palikuoniu. Patį Homo erectus („statųjį žmogų“) dauguma mokslininkų kildina iš Homo habilis („sumanusis žmogus“), kurių neišliko, kaip neišliko ir Homo habilis „protėvių“: Australopithecus aforensis ir Australopithecus ramidus. Tačiau yra mokslininkų, kurie laikosi šiek tiek kitokios nuomonės. Reikia pažymėti, kad šiek tiek skiriasi gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemos, priimtos JAV ir daugumoje Europos šalių. Tačiau galima tikėtis, kad, kaupiantis faktinei medžiagai ir tobulėjant filogenetinių tyrimų metodikoms, nesutarimų mažės, ir gyvųjų organizmų klasifikavimo sistema taps vis objektyvesnė, artėdama prie antrojo tipo sistemos modelio.

Antrojo tipo sistemos pavyzdžiu galėtų būti ir 1.9.1.3. skyrelyje nagrinėtoji **cheminių junginių klasifikavimo sistema**, kuri dar nėra pilnai susiformavusi kaip antrojo tipo sistema. Dar **tebevyksta tos sistemos atributinės struktūros formavimasis ir nėra pakankamai išryškėję jos reliacinės struktūros bruožai**. Todėl ir egzistuoja įvairios nuomonės dėl cheminių junginių grupavimo ir kai kurių junginių vietos klasifikavimo sistemoje, kas dar labiau būdinga ką tik nagrinėtai gyvųjų organizmų klasifikavimo sistemai. Todėl **1.9.1.3. skyrelis gali pasitarnauti kaip gera 1.7.4., 1.7.5. ir 1.7.6. skyreliuose išsakytos minties apie „užslėptą“ (dar nepamatytą) antrojo tipo sistemos struktūrą iliustracija**. Tai ir buvo viena iš priežasčių, dėl kurių 1.9.1.3. skyrelis ir atsirado šioje mokymo priemonėje. Tame skyrelyje galima rasti ir tokių cheminių junginių sistemos posistemių modelių pavyzdžių, kuriuos jau būtų galima pavadinti antrojo tipo sistemų modeliais (žiūr. 73 ir 74 pav., vaizduojančius **angliavandenilių klasifikavimo medį** ir jų **homologines bei izologines eiles**, o taip pat jų darinių **genetines eiles**).

Antrojo tipo sistemos pavyzdžiu galima laikyti ir **kristalų klasifikavimo sistemą**, kuri buvo nagrinėjama 1.9.1.4. skyrelyje. Tame skyrelyje pateiktos lentelės ir paveikslėliai, vaizduojantys tos sistemos struktūrą ir tos sistemos klasių atstovus, paimti kartu, sudaro kristalų klasifikavimo sistemos modelį.

Dar viena grupė antrojo tipo sistemų pavyzdžių – įvairios **matavimo vienetų sistemos**: tarptautinė (SI), MKSA, MKSK, MKS, MSK, CGSE, CGSM, CGS (Gauso), CGS_{ε_0}, CGS_{μ_0}, CGSFr, CGBi, natūralioji Planko, natūralioji Hartrio, natūralioji Lujo, natūralioji Dirako ir kitos.

Čia apžvelgsiu tik vieną iš jų – **tarptautinę (Systeme International), sutrumpintai žymimą SI**. Tai **fizikinių dydžių vienetų sistema**, kurios **pagrindiniai vienetai** yra **metras, kilogramas, sekundė, amperas, kelvinas, kandela** ir **molis**. **Papildomieji vienetai** yra skirti kampams matuoti. Tai – **radianas** ir **steradianas**. Iš pagrindinių ir papildomųjų vienetų, naudojantis fizikos formulėmis, matematiškai išreiškiančiomis priklausomybes tarp fizikinių dydžių, gaunami **išvestiniai vienetai**. Dažniausiai vartojami SI vienetai, pateikti 88-ojoje lentelėje.

Tarptautinė vienetų sistema yra universali, nes apima visas mokslo ir technikos šakas, ir **koherenti**, nes išvestiniai vienetai yra gaunami iš lygčių (formulių, išreiškiančių priklausomybes tarp fizikinių dydžių), neturinčių proporcingumo koeficientų (kurie tampa būtini, kai, pavyzdžiui, darbas matuojamas kilogramometrais, o šilumos kiekis – kalorijomis).

88. lentelė

Fizikinis dydis	Vieneto pavadinimas	Žymėjimas	Pastaba
Ilgis	metras	m	pagrindinis vienetas
Masė	kilogramas	kg	pagrindinis vienetas
Laikas, trukmė	sekundė	s	pagrindinis vienetas
Elektros srovės stiprumas	amperas	A	pagrindinis vienetas
Termodinaminė temperatūra	kelvinas	K	pagrindinis vienetas
Šviesos stiprumas	kandela	cd	pagrindinis vienetas
Medžiagos kiekis	molis	mol	pagrindinis vienetas
Plokščiasis kampas	radianas	rad	papildomasis vienetas
Erdvinis kampas	steradianas	sr	papildomasis vienetas
Plotas	kvadratinis metras	m^2	išvestinis vienetas
Tūris, talpa	kubinis metras	m^3	išvestinis vienetas
Dažnis	hercas	Hz	išvestinis vienetas
Greitis	metras per sekundę	m/s	išvestinis vienetas
Pagreitis	metras sekundei kvadratu	m/s^2	išvestinis vienetas
Kampinis greitis	radianas per sekundę	rad/s	išvestinis vienetas

Fizikinis dydis	Vieneto pavadinimas	Žymėjimas	Pastaba
Kampinis pagreitis	radianas sekundei kvadratu	rad/s^2	išvestinis vienetas
Tankis	kilogramas kubiniam metrui	kg/m^3	išvestinis vienetas
Jėga, svoris	niutonas	N	išvestinis vienetas
Slėgis, mechaninis įtempimas	paskalis	Pa	išvestinis vienetas
Kinematinė klampa	kvadratinis metras sekundei	m^2/s	išvestinis vienetas
Dinaminė klampa	paskalsekundė	Pa·s	išvestinis vienetas
Darbas, energija, šilumos kiekis	džaulis	J	išvestinis vienetas
Galia (galingumas)	vatas	W	išvestinis vienetas
Elektros kiekis, elektros krūvis	kulonas	C	išvestinis vienetas
Potencialas, elektros įtampa, elektrovaros jėga (evj)	voltas	V	išvestinis vienetas
Elektros lauko stiprumas	voltas metrui	V/m	išvestinis vienetas
Elektrinė varža	omas	Ω	išvestinis vienetas
Elektros laidumas	simensas	S	išvestinis vienetas
Magnetinis srautas	vėberis	Wb	išvestinis vienetas
Induktyvumas	henris	H	išvestinis vienetas
Magnetinė indukcija	tesla	T	išvestinis vienetas
Magnetinio lauko stiprumas	amperas metrui	A/m	išvestinis vienetas
Magnetovaros jėga	amperas	A	išvestinis vienetas
Entropija	džaulis kelvinui	J/K	išvestinis vienetas
Specifinė šiluminė talpa (specifinė šiluma)	džaulis kilogramui kelvinui	J/(kg·K)	išvestinis vienetas
Šiluminis laidumas	vatas metrui kelvinui	W/(m·K)	išvestinis vienetas
Energinis šviesos stiprumas	vatas steradianui	W/sr	
Bangos skaičius	vienetas metrui	m^{-1}	išvestinis vienetas
Šviesos srautas	liumenas	lm	išvestinis vienetas
Skaistis	kandela kvadratiniam metrui	cd/m^2	išvestinis vienetas
Apšviestumas, šviesis	liuksas	lx	išvestinis vienetas
Optinės sistemos laužiamoji geba	dioptrija	dpt	išvestinis vienetas
Jonizuojančio spinduliavimo absorbuotoji dozė	grėjus	Gy	išvestinis vienetas
Jonizuojančio spinduliavimo ekvivalentinė dozė	sivertas	Sv	išvestinis vienetas
Radioaktyviojo šaltinio (nuklido) aktyvumas	bekerelis	Bq	išvestinis vienetas

Daliniams ir kartotiniams vienetams bei jų pavadinimams sudaryti vartojami specialūs daugikliai ir atitinkamos pirmosios žodžio dalys (žiūr. 89-ją lentelę).

89. lentelė

Žodžio pirmoji dalis	Žymėjimas	Skaitinė vertė	Žodžio pirmoji dalis	Žymėjimas	Skaitinė vertė	Žodžio pirmoji dalis	Žymėjimas	Skaitinė vertė
Eksa	E	10^{18}	Hekta	h	10^2	Nano	n	10^{-9}
Peta	P	10^{15}	Deka	da	10	Piko	p	10^{-12}
Tera	T	10^{12}	Deci	d	10^{-1}	Femto	f	10^{-15}
Giga	G	10^9	Centi	c	10^{-2}	Ato	a	10^{-18}
Mega	M	10^6	Mili	m	10^{-3}			
Kilo	K	10^3	Mikro	μ	10^{-6}			

Galima rasti dar gana daug įvairių kitų antrojo tipo sistemų ir jų modelių pavyzdžių. Tai ir įvairios **kodavimo sistemos** (pavyzdžiui, **Hemingo, Grėjaus ir kiti kodai**, tame tarpe **genetinis kodas**), **žvaigždžių klasifikavimo sistema** pagal jų amžių, dydį, temperatūrą, jų spektro savybes, nuotolį nuo Saulės sistemos, priklausymą tiems ar kitiems žvaigždynams ir t. t., **įvairūs klasifikatoriai, naudojami ekonomikoje, statistikoje, valstybių valdymo praktikoje**, įvairūs **žinynai ir informaciniai bankai** ir t. t. ir t. t.

Todėl **mokėti projektuoti antrojo tipo sistemas ir naudotis jų modeliais yra taip pat svarbu, kaip mokėti projektuoti ir tobulinti pirmojo tipo sistemas, mokėti eksperimentuoti su jų modeliais.**

1.10. skyriaus santrauka

Šio skyriaus paskirtis – **įvesti sistemos vidinio modelio** (kitaip vadinamo dar **sistemos mikromodeliu) sąvoką** ir aprašyti **tokių modelių tipus bei jų sudarymo metodus**, iliustruojant konkrečiais sistemų vidinių modelių bei jų sudarymo pavyzdžiais.

Sistemos mikromodeliu vadinamas jos sandaros t. y. jos sudėties ir struktūros aprašymas.

Paprastų sistemų mikromodeliai sudaromi jos elementų lygyje, sudarant tų elementų išorinius modelius (makromodelius) taip, kaip aprašyta.1. 4. skyriuje, o po to sujungiant tuos makromodelius į mikromodelį taip, kaip realūs sistemos elementai yra sujungti į realios sistemos struktūrą.

Sudėtingų sistemų mikromodeliai turi hierarchinę struktūrą, nes sudėtinga sistema, sudarant jos mikromodelį, pradžioje yra skaidoma ne į elementus, o į posistemius, pastarieji, reikalui esant, – dar į smulkesnius posistemius ir t. t., ir tik patys smulkieji posistemiai – į elementus. Sudarius elementų makromodelius, jie yra jungiami į mažiausiųjų posistemių mikromodelius, šie – į stambesnių posistemių mikromodelius ir t. t., kol gaunamas **hierarchinis visos sudėtingos sistemos mikromodelis.**

Sistemų mikromodeliai gali būti deskripciniai ir normatyviniai.

Deskripciniai mikromodeliai sudaromi aprašant jau egzistuojančias sistemas, o **normatyviniai –** projektuojant naujas sistemas bei tobulinant egzistuojančias. Todėl normatyviniai mikromodeliai vadinami **mikroprojektais**, o jų elementų normatyviniai makromodeliai – **makroprojektais.**

Sudėtingų sistemų vidinių deskripcinių modelių sudarymo procesas skiriasi nuo sudėtingų sistemų vidinių normatyvinių modelių – mikroprojektų – sudarymo proceso: vidinis mikroprojektavimas prasideda išorinio projekto – makroprojekto – sudarymu, iš kurio po to gaunamas mikroprojektas, o sudėtingos sistemos deskripcinis modeliavimas prasideda realios sistemos dekompozicija, jos elementų makromodelių ir visos sistemos deskripcinio mikromodelio sudarymu. Tuo mikromodeliu galima naudotis ir kaip makromodeliu, kai sudėtingos sistemos deskripcinio makromodelio sudaryti nepavyksta.

Išoriniai ir vidiniai modeliai gali egzistuoti tik pirmojo tipo sistemoms, o antrojo tipo sistemoms gali egzistuoti tik vidiniai modeliai.

Kai sistemų modelius pavyksta išreikšti matematine kalba, tai tokius modelius vadina **matematiniais**.

Matematiniai modeliai gali būti analiziniai ir algoritminiai.

Algoritminiai modeliai modeliuoja sistemos funkcionavimą ir yra to funkcionavimo algoritmų aprašymai kokia nors matematine (pavyzdžiui, kokia nors **algoritmine**) kalba. Deskripciniai algoritminiai modeliai, imituojantys (t. y. „mėgdžiojantys“) realios sistemos funkcionavimą, vadinami tos sistemos ir joje vykstančių procesų **imitaciniais modeliais.**

Imitaciniai modeliai gali būti ir determinuoti, ir statistiniai.

Statistiniai imitaciniai modeliai sudaromi tada, kada sistemoje vykstantys procesai laikomi stochastiniais.

Analiziniai mikromodeliai matematine kalba aprašo priklausomybes, egzistuojančias tarp sistemos elementų (įskaitant ir sistemos polius – sistemos įėjimų ir išėjimų kontaktus) įėjimų, išėjimų ir būsenų, pateikdami tas priklausomybes struktūrizuotoje formoje, atspindinčioje sistemos sudėtį ir struktūrą.

Analiziniai mikromodeliai gali būti kauzaliniai ir statistiniai.

Kauzalinis analizinis mikromodelis matematine kalba aprašo priežastinius ryšius, egzistuojančius sistemoje. Kai priežastinių ryšių išsiaiškinti ir matematiškai aprašyti nepavyksta, bandoma ieškoti sistemoje egzistuojančių statistinių priklausomybių ir sudaryti sistemos **statistinį analizinį mikromodelį,** išreiškiantį priklausomybes tarp sistemos elementų įėjimų, išėjimų ir būsenų galimų reikšmių tikimybių ir tų reikšmių vidurkių.

Iš kauzalinio analizinio mikromodelio kartais pavyksta, eliminavus vidinius sąryšius, gauti kauzalinį analizinį sistemos makromodelį. Jei makromodelio tokiu būdu gauti nepavyksta, tai bet kuriuo atveju sistemos vidinį modelį (kauzalinį ir statistinį, analizinį ir algoritminį) galima naudoti sistemos išorinio modelio vaidmenyje, apskaičiuojant sistemos išėjimus ir naujas būsenas, atitinkančias sistemos įėjimus ir dabartines būsenas.

Priklausomai nuo to, ar sistemos sudėtis ir struktūra, laikui bėgant, išlieka nepakitusios ar keičiasi, pavyzdžiui, keičiantis sistemos elementams bei ryšiams tarp jų, sistemų mikromodeliai gali būti statiniai ir dinaminiai.

Statinių mikromodelių išėjimai ir būsenos gali keistis tik keičiantis sistemos išėjimams, o pačios priklausosomybės tarp sistemos elementų įėjimų, išėjimų ir būsenų išlieka pastovios. **Dinaminiuose mikromodeliuose** gali keistis ne tik elementų įėjimai, išėjimai ir būsenos, bet ir priklausomybės tarp jų.

Pavyzdžiui, kai sistemos elementai yra 1.4.9. skyrelyje aprašytos KDS, ir kai ryšiai tarp sistemos elementų yra pastovūs, tai ir pati sistema bus KDS, o jos mikromodelis – statinis.

Jei kai kurie sistemos elementai yra dinaminės sistemos, nesančios klasikinėmis, ar ryšiai tarp sistemos elementų nėra pastovūs, tai ir pati sistema nebus KDS, o jos mikromodelis bus dinaminis mikromodelis, kuris keisis laikui bėgant.

1.10.2.÷1.10.8. skyreliuose pateikiami įvairių sistemų vidinių modelių ir jų sudarymo pavyzdžiai.

1.10.2. skyrelyje pateiktas medžiagų sandėlio vidinio modelio sudėties ir struktūros aprašymas, sudaryti sandėlio elementų – sandėlininko, kartotekos, lentynų ir žurnalo – išoriniai matematiniai modeliai, o sandėlio struktūra aprašyta dviem būdais: grafiškai ir analiziškai.

1.10.3. skyrelyje parodyta, kaip iš automato išorinio modelio galima gauti normatyvinį vidinį jo modelį – automato mikroprojektą.

1.10.4. skyrelyje aprašytas kombinatorinio tipo dvejetainio n-skilčio lygiagretaus veikimo aritmetinio sumatoriaus mikromodelis vienaskilčių dvejetainių sumatorių lygyje.

1.10.5. skyrelyje pateiktas diferencijavimo grandelės vidinio modelio sudarymo proceso aprašymas ir parodyta, kaip iš diferencijavimo grandelės mikromodelio galima gauti jos makromodelį.

1.10.6. skyrelyje aprašytas Tiūringo mašinos valdymo sistemos vidinio modelio sudarymas tokių elementų kaip konjunktoriai, disjunktoriai, invertoriai bei trigeriai lygyje ir parodyta, kaip iš elementariųjų Tiūringo mašinų gali būti sudarytos sudėtingesnės Tiūringo mašinos.

1.10.7. ir 1.10.8. skyreliai skirti antrojo tipo sistemų vidinių modelių aprašymui. Juose nagrinėjamos trys antrojo tipo sistemos: periodinė cheminių elementų sistema, gyvųjų organizmų klasifikavimo sistema ir tarptautinė matavimo vienetų sistema. Pateikiami tų sistemų vidinių informacinių (siaurąja prasme) modelių (jų fragmentų) aprašymai.

Kaip rodo dėstymo praktika, išnagrinėtų pavyzdžių pakanka, kad studentai sugebėtų atlikti deskripcinių ir normatyvinių mikromodelių sudarymo užduotis.

Išsiaiškintinos sąvokos

algoritminė kalba
algoritminis sistemos makromodelis
algoritminis sistemos mikromodelis
analizinis modelis
analizinis sistemos makromodelis
analizinis sistemos mikromodelis
antbūris (organizmų)
antklasis (organizmų)
antrojo tipo sistema
antrojo tipo sistemos vidinio modelio specifika
antrojo tipo sistemos vidinis modelis
antšeimė (organizmų)
archėjos
atributinė struktūra
augalų karalystė
automato būsena
automato struktūrinė schema

baigtinio automato vidinis matematinis modelis
bakterijos
beždžionių pobūris
būrys (organizmų)
būsenų vektoriaus nustatymo makrometodas
būsenų vektoriaus nustatymo mikrometodas
būsenų vektorius

chordinių tipas

dalinė teiginių algebros funkcija
deskripcinė modeliavimo metodologija
diferencijavimo grandelės išėjimo funkcija
diferencijavimo grandelės išorinis modelis
diferencijavimo grandelės perėjimų funkcija
diferencijavimo grandelės vidinis modelis
dinaminė sistema, nesanti KDS
dinaminis mikromodelis
disjunkcija
disjunktoriaus išėjimo funkcija
disjunktorius
dokumentinė sandėlio atmintis
domenai (organizmų)
dumbliai
duomenų bankas kaip informacinis sistemos modelis
dvejetainis n – skiltis sumatorius
dvejetainis vienaskiltis sumatorius
dvinarė nomenklatūra

eilė (organizmų)
ekonometrika
ekonometrikos metodai
ekonometrinis makromodelis
ekonometrinis mikromodelis
elektrinė talpa
elektrinis krūvis
elektrinis laukas

elektrovaromoji jėga (e.v.j.)
elementariosios Tiūringo mašinos
elementas (sistemos)

fenomenologinis pagrįstumas

genetinės eilės
genetinis kodas
genetinis pagrįstumas
gentis (organizmų)
gyvybės klasifikavimo medis

Hemingo kodas
hierarchinė struktūra
hierarchinis mikromodelis
hominidų šeima
homininų pošeimis

imitaciniai sistemos elementų makromodeliai
imitacinis sistemos mikromodelis
imitavimas
informacinis modelis plačiąja prasme
informacinis modelis siaurąja prasme
informacinis sistemos makromodelis
informacinis sistemos mikromodelis
infrabūrys (organizmų)

„juodosios dėžės“ metodas

karalystės (organizmų)
kartoteka
kartotekos būsenos vektorius
kartotekos įėjimų vektoriai
kartotekos išėjimo funkcija
kartotekos išėjimo vektorius
kartotekos išorinis modelis
kartotekos kalendorius
kartotekos perėjimų funkcija
kauzalinis (priežastinis) modelis
keturkojų antklasis
Kirchhofo antrasis dėsnis

lentynų būsenos vektorius
lentynų įėjimų vektoriai
lentynų išėjimo funkcija
lentynų išėjimo vektorius
lentynų išorinis matematinis modelis

makromodelis
makroprojektas
makroprojektavimas
matavimo vienetų lentelė
matavimo vienetų sistema
matematinė kalba
matematinis imitavimas
matematinis sistemos modelis

naujas limitas
normatyvinė modelių kūrimo metodologija
normatyvinės ir deskripcinės metodologijų sintezė

eukariotai
evoliuciniai domenai

gyvųjų organizmų klasifikavimo sistema
gyvūnų karalystė
grafinis sistemos struktūros modelis
Grėjaus kodas
grybų karalystė

hominoidų antšeimis
Homo gentis
homologinės eilės
Homo sapiens rūšis
Homo sapiens sapiens porūšis

infraklasė (organizmų)
invertoriaus išėjimo funkcija
invertorius
išėjimo funkcija
išėjimo funkcijos priklausomybė nuo laiko
išorinis sistemos modelis
išvestiniai tarptautinės matavimo sistemos vienetai
izologinės eilės

Kirchhofo dėsniai
klasės (organizmų)
klasifikatoriai
klasifikavimo rangai
klasikinė dinaminė sistema (KDS)
kombinatorinė schema
kondensatoriaus talpa
kondensatorius
konjunkcija
konjunktoriaus išėjimo funkcija
konjunktorius
kristalų klasifikavimo sistema

lentynų kalendorius
lentynų perėjimo funkcija
lygiagretaus veikimo sumatorius
loginio neigimo elementas (invertorius)

matematinis sistemos struktūros aprašymas
matematinis sistemos sudėties aprašymas
medžiagų sandėlio vidinis matematinis modelis
mikromodelis
mikroprojektas
mikroprojektavimas
monerų (prokariotų) karalystė

normatyvinis funkcionavimas
normatyvinis makromodelis
normatyvinis mikromodelis

nuoseklaus veikimo sumatorius

omas
organizmų rūšių įvardijimo sistema (dvinarė nomenklatūra)

pagrindiniai organizmų klasifikavimo rangai
pagrindiniai tarptautinės matavimų sistemos vienetai
papildomieji organizmų klasifikavimo rangai
papildomieji tarptautinės matavimų sistemos vienetai
perėjimų funkcija
perėjimų funkcijos priklausomybė nuo laiko
periodinė cheminių elementų lentelė
placentinių infraklasė
pobūris (organizmų)
pogentis (organizmų)
pokaralystė (organizmų)
poklasis (organizmų)
porūšis (organizmų)
poskyris (organizmų)
pošeimis (organizmų)
potipis (organizmų)
potribė (organizmų)
primatų būrys
prokariotų (monerų) karalystė
protistų karalystė

rasė
rekursinė funkcija
reliacinė struktūra
rezistorius
rūšis

sandėlininko įėjimų vektoriai
sandėlininko išėjimų funkcijos
sandėlininko išėjimų vektoriai
sandėlininko išorinis matematinis modelis
sandėlininko kalendorius
sandėlininko normatyvinė būsena
siauranosių beždžionių infrabūrys
sistemos būsenų erdvės nustatymo makrometodas
sistemos būsenų erdvės nustatymo mikrometodas
sistemos išorinis modelis (makromodelis)
sistemos sandara
sistemos sandaros aprašymas
sistemos struktūra
sistemos struktūros aprašymas
sistemos struktūros evoliucija
sistemos struktūros modeliai: analizinis, grafinis
sistemos sudėties aprašymas
sistemos sudėties evoliucija
sistemos sudėties modelis
sistemos sudėties schema
sistemos sudėtis
sistemos vidinio modelio sintezė
sistemos vidinis modelis (mikromodelis)
sistemų analizės makrometodologija
sistemų analizės mikrometodologija
skyrius (organizmų)
statinis mikromodelis
statistinė informacija
statistinis modelis
stuburinių potipis
surinkimo schema
sutapimo schema

šeima (organizmų)

tarptautinė matavimo vienetų sistema (SI)
teiginių algebra
teiginių algebros funkcijų minimizavimo metodai
tikrųjų žvėrių poklasis
tipai (organizmų)
tipinės Tiūringo mašinos
Tiūringo mašinos iteracijos operacija
Tiūringo mašinos valdymo sistemos vidinė struktūra
Tiūringo mašinos vidinis modelis
Tiūringo mašinų daugybos operacija
Tiūringo mašinų sandauga
triba (organizmų)
trigerio būsena
trigerio būsenų erdvė
trigerio įėjimų erdvė
trigerio išėjimo funkcija
trigerio išėjimų erdvė
trigerio perėjimų funkcija
triviali būsena

veikiantis limitas
veislė (organizmų)
vidinė varža
vidinis sistemos modelis (mikromodelis)
virusai

žinduolių klasė
žinių bankas
žurnalo būsenos vektorius
žurnalo įėjimų vektoriai
žurnalo išėjimų funkcijos
žurnalo išėjimų vektoriai
žurnalo kalendorius
žurnalo perėjimų funkcijos
žvaigždžių klasifikavimo sistema

UŽDUOTYS

1.10.1. Sudarykite automato, aprašyto, 1.3.13. užduotyje (žiūr. 13 lentelę), matematinį mikromodelį. Kiek trigerių turės tokio automato konstrukcija? Ar galima sudaryti kelis šio automato mikromodelius, kurie, būdami funkcionaliai ekvivalentiškais, turėtų skirtingas (neizomorfiškas) struktūras?

1.10.2. Sudarykite tokio sandėlio, kuriam medžiagas tiekia keli tiekėjai, matematinį mikromodelį, atsižvelgdami į tai, kad reikalinga vesti skirtingų tiekėjų pristatytų medžiagų apskaitą ir informuoti įmonės vadovybę apie tiekimo planų (tiekimo sutarčių) pažeidimus, pavyzdžiui, tiekimo vėlavimus.

1.10.3. Sudarykite gazuoto vandens pardavimo automato matematinį mikromodelį.

1.10.4. Sudarykite autobuso bilietų pardavimo automato (žiūr. 1.4.8 užduotį) matematinį mikromodelį.

1.10.5. Sudarykite vamzdžių paskirstymo automato (žiūr. 1.4.9 užduotį) matematinį mikromodelį.

1.10.6. Sudarykite sandėlio saugyklos, turinčios n stelažų (žiūr. 1.4.10 užduotį) matematinį mikromodelį.

1.10.7. Sudarykite procesų P_1 ir P_2, aprašytų 1.3. skyriuje (žiūr. 10 pav.), matematinius modelius (išorinį ir vidinį).

1.10.8. Sudarykite dvejetainio septyniaskilčio lygiagretaus veikimo sumatoriaus, pavaizduoto 7 pav., mikromodelius trijose stratose: 1) DVS, 2) elementarių loginių schemų ir 3) radioelektronikos elementų stratoje. Nubrėžkite atitinkamas to sumatoriaus principines schemas.

1.10.9. Sudarykite nuoseklaus veikimo dvejetainio sumatoriaus (žiūr. 1.7.29 užduotį) matematinį mikromodelį elementarių loginių schemų stratoje. Nubrėžkite tokio sumatoriaus principinę schemą radioelektronikos elementų stratoje.

1.10.10. Sudarykite uždaros (autonominės) diferencijavimo grandelės matematinį mikromodelį, laikydami jos vidiniais elementais (žiūr. 227 pav.) ne tik kondensatorių C ir rezistorių R_2, bet ir įėjimo signalų šaltinį su e.v.j., lygia U, ir vidine varža, lygia R_1, o taip pat ir grandelės išėjimo signalų priėmėją – rezistorių su varža R_3.

1.10.11. Perskaitykite knygos [32] ketvirtąjį skyrių («Имитационая модель сложной системы», 123-175 psl.) ir sudarykite trumpą referatą apie imitacinius modelius ir imitacinį modeliavimą.

1.10.12. Perskaitykite knygos [32] penktąjį skyrių («О практическом применении универсальной автоматизированной имитационной модели», 174-195 psl.) ir sudarykite trumpą referatą apie imitacinių modelių sudarymo automatizavimą.

1.10.13. Išnagrinėkite knygos [32] šeštame skyriuje («Методика использования АИМ на примере моделирования процесса переработки грузов на складе», 196-227 psl.) aprašytą sudėtingos sistemos imitacinio modelio sudarymo procesą ir, pasinaudoję šiuo ir kitais anksčiau išnagrinėtais pavyzdžiais, sudarykite kokio nors proceso imitacinį modelį.

1.10.14. Susipažinkite su pas kurso dėstytoją esančiu TPP „Imitacinis operatyvaus gamybos valdymo modelis“ («Имитационная модель оперативного управления производством ИМОУП ЕС») ir įeinančiu į to paketo sudėtį darbo centrų sąveikos modeliu («Модель взаимодействия рабочих центров МВРЦ–1») bei su kontrolinio pavyzdžio aprašymu. Išmokite naudotis tuo paketu ir jo interfeisu «ПАУЗА» pasyvaus stebėtojo ir aktyvaus dalyvio režimuose. Organizuokite vieną imitacinio modelio seansą (parai arba kelioms paroms) ir gaukite to seanso protokolą. Išnagrinėję tą protokolą, sudarykite Hanto grafikus, vaizduojančius darbo centrų ir transporto priemonių apkrovimą ir prastovas. Nurodykite modeliuojamo gamybinio proceso organizavimo tobulinimo galimybes.

1.10.15. Įvykdykite programoje [1] nurodytą pirmąją užduotį (žiūr. tos programos 32–33 puslapius).

1.10.16. Raskite statinių ir dinaminių bei deskripcinių ir normatyvinių sistemų mikromodelių pavyzdžių.

1.10.17. Raskite analizinių ir algoritminių matematinių mikromodelių pavyzdžių.

1.10.18. Kodėl matematiniai objektų ir sistemų modeliai gali būti priskirti informacinių modelių tipui? Raskite sistemos informacinio (siaurąja prasme) mikromodelio pavyzdį. Kuo skiriasi duomenų ir žinių bankai?

1.10.19.Raskite pavyzdžių, kada sistemos būsenų erdvės nustatymui naudojama mikrometodologija. Kuo ji skiriasi nuo objekto būsenų erdvės nustatymo makrometodologijos?

1.10.20. Raskite pavyzdžių, kada sistemos mikromodelio sudarymui naudojama „juodosios dėžės“ ir kada – „skaidriosios dėžės“ metodika.

1.10.21. Susipažinkite su Vilniaus Universiteto Matematinės statistikos katedros studentų sudarytais imitaciniais kirpyklos, mažmeninės bei didmeninės prekybos ir gamybos imitaciniais modeliais.

1.10.22. Susipažinkite su Dž. Foresterio dinaminiu Pasaulio modeliu ir su VU studentės V. Dranseikaitės sudarytu Lietuvos ekonominės – ekologinės – socialinės raidos modeliu. Išmokite dirbti su šiais modeliais.

1.10.23. Susipažinkite su Pasaulio Banko modeliu RSMS–X. Kokiam modelių tipui Jūs priskirtumėte šį modelį? Ką galėtų duoti RSMS–X sujungimas su Dž. Foresterio dinaminiu Pasaulio modeliu į vieną modelį?

1.10.24. Susipažinkite su Vilniaus Universiteto Matematinės statistikos katedroje instaliuota modeliavimo sistema Powersim ir išmokite, naudodamiesi Powersim, kurti sistemų vidinius dinaminius imitacinius modelius ir eksperimentuoti su jais.

1.10.25. Sukonstruokite Tiūringo mašinos, sugebančios vykdyti aritmetinę sveikų skaičių atimtį $a–b$, kai $a \geq b$, išorinį ir vidinį modelį. Kaip reikėtų pakeisti tą modelį, kad būtų galima nuimti apribojimą $a>b$?

1.10.26. Pertvarkykite Tiūringo mašiną, kurios valdymo sistemos vidinio modelio struktūra loginių elementų lygyje pavaizduota 228 pav., į standartinę Tiūringo mašiną ir sudarykite jos valdymo sistemos vidinį modelį elementariųjų tipinių Tiūringo mašinų ir loginių elementų lygyje.

1.10.27. Sudarykite kokios nors antrojo tipo sistemos, nenagrinėtos šioje mokymo priemonėje vidinį modelį (pavyzdžiui, žvaigždžių spektrinių klasių sistemos modelį).

1.10.28. Aprašykite natūraliąją Hartrio matavimo vienetų sistemą ir palyginkite ją su kitomis matavimo vienetų sistemomis.