

1.3. OBJEKTO BŪSENA

Visi objektai, laikui bėgant, sensta, bei, veikiant kokiems nors išoriniams ar vidiniams poveikiams, gali keisti savo vidinę sudėtį ar vidinę struktūrą, o kartu ir savo funkcionavimą. Tačiau daugeliui objektų pastebimų sudėties bei struktūros pokyčių kurį laiką gali ir nebūti, o tas senėjimas gali būti toks lėtas, kad, nagrinėdami santykinai neilgus laiko intervalus, mes galime priimti prielaidą, jog per tam tikrą laiką objektas paseno bei pasikeitė tiek mažai, kad praktiškai galime jį laikyti nė kiek nepasenusiu ir nepasikeitusiu, t. y. laikyti, kad to objekto matematinis modelis*, kurį objektas turėjo laiko intervalo pradžioje, išliko toks pat iki to intervalo pabaigos. Panagrinėsime tokius nekeičiančius savo modelio „nesenstančius“ objektus.

Tarp jų esama ir tokių objektų, kurių išėja ir jos kitimą aprašantis dinaminis vektorius $\vec{y}(t)$ kiekvienu laiko momentu t vienareikšmiškai ir vienodai priklauso tik nuo įėjigos $\vec{x}(t)$, t. y. esama objektų, kurių išėja $\vec{y}(t)$ yra įėjigos $\vec{x}(t)$ (ir tik įėjigos) funkcija $\vec{y} = \vec{f}(\vec{x})$, nepriklausanti tiesiogiai nei nuo laiko t , nei nuo ko nors kito.

Formulė $\vec{y} = \vec{f}(\vec{x})$ reiškia, kad išėjimo vektorius $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ yra vektorinio argumento $\vec{x}$ vektorinė funkcija $\vec{f}(\vec{x})$, susidedanti iš skaliarinių funkcijų:

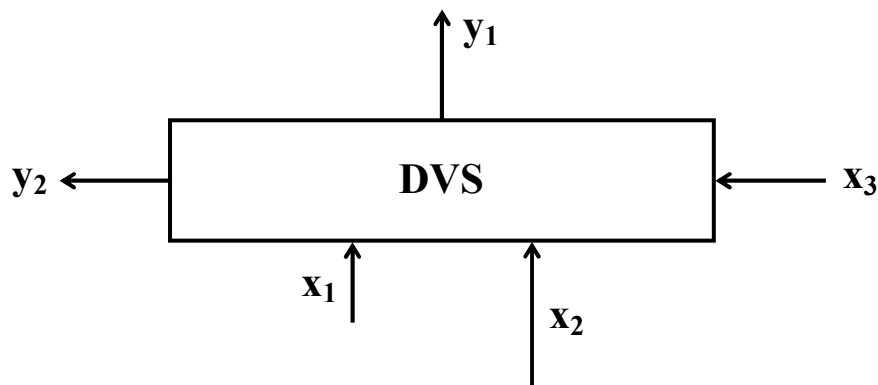
$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n),$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n),$$

$$y_\ell = f_\ell(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n),$$

$$y_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n).$$

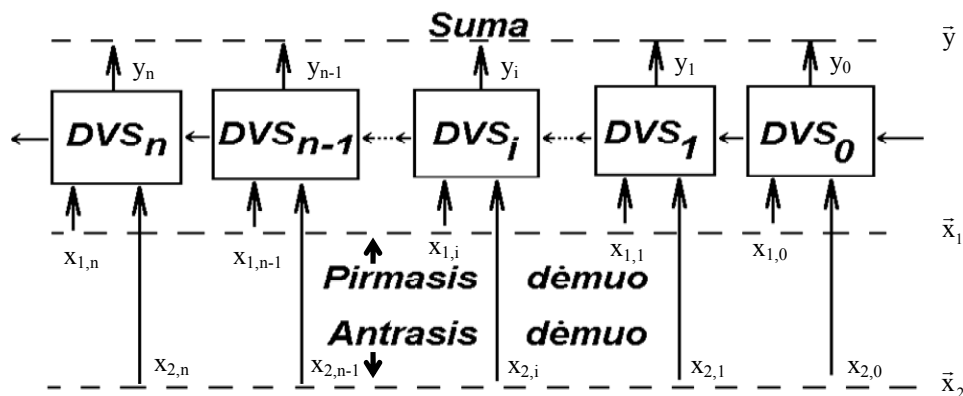
Tokio objekto pavyzdys – **dvejtainis vienaskiltis aritmetinis sumatorius (DVS)**. Tai diskretaus veikimo **baigtinis automatas**, kurio įėjimas turi tris, o išėjimas – du kontaktus (žiūr. 6 pav.), vadinamus **įėjimo ir išėjimo poliais**.



6 pav.

Iš vienaskilčių sumatorių sudaromas **daugiaskiltis lygiagretaus veikimo aritmetinis dvejtainis sumatorius (žiūr. 7 pav.)** – viena pagrindinių ESM procesoriaus aritmetinio įrenginio dalių. Daugiaskilčio lygiagretaus veikimo sumatoriaus išėja $\vec{y}(t)$ taip pat vienareikšmiškai priklauso tik nuo jo įėjigos $\vec{x}(t)$.

* Objekto išorinio matematinio modelio ir tą modelį sudarančių išėjimo ir įėjimo funkcijų aprašymas pateiktas 1.4. skyriuje.



7 pav.

DVS įėjimo vektorių $\bar{x}$ (žiūr. 6 pav.) sudaro trys koordinatės x_1, x_2, x_3 , t. y. $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Tų koordinatų galimos reikšmės – dvejetainiai vienaženkliai skaičiai 0 ir 1, kuriuos reikia sudėti. Kadangi, sudedant tris vienaženklus dvejetainius skaičius, galima gauti sumą, sudarančią dviženklį dvejetainį skaičių (pavyzdžiui, $1+0+1=10$, $1+1+1=11$), tai DVS išėjimo vektorių $\bar{y}$ sudaro dvi koordinatės y_1 ir y_2 , t. y. $\bar{y} = (y_2, y_1)$. Koordinatės y_1 reikšmė rodo sumos vienetus, o y_2 – sumos dvejetainius „dešimtukes“, t. y. dvejetus. Sumatoriuje, turinčiame $n+1$ skilčių (7 pav.), išėjimo signalas y_2 , priklausantis DVS_i, perduodamas į DVS_{i+1} ir tampa jo įėjimo signalu x_3 . Visų vienaskilčių sumatorių DVS₀, DVS₁, DVS₂, ..., DVS_i, ..., DVS_{n-2}, DVS_{n-1}, DVS_n išėjimai y_1 duoda dvejetainius skaitmenis tos sumos, kuri gaunama, sudedant pirmąjį ir antrąjį dėmenis. Pirmojo dėmens dvejetainius skaitmenis vaizduoja visų vienaskilčių sumatorių įėjimai x_1 , antrojo – įėjimai x_2 . Pavyzdžiui, jei reikia sudėti du penkiaženklus dvejetainius skaičius 10011 ir 01011, tai DVS₀ įėjimai turės reikšmes $x_1=1, x_2=1, x_3=0$, o išėjimai – $y_1=0, y_2=1$. DVS₀ išėjimas y_2 taps DVS₁ įėjimu x_3 , ir vienaskilčio DVS₁ įėjimai bus $x_1=1, x_2=1, x_3=1$, o išėjimai bus $y_1=1, y_2=1$. Šio DVS₁ išėjimas y_2 taps DVS₂ įėjimu x_3 , ir DVS₂ įėjimai bus $x_1=0, x_2=0, x_3=1$, o išėjimai – $y_1=1, y_2=0$. Kadangi DVS₂ išėjimas $y_2=0$, tai DVS₃ įėjimas x_3 irgi bus lygus nuliui, todėl, sudėję DVS₃ įėjimus $x_2=1, x_3=x_1=0$, gausime to vienaskilčio sumatoriaus išėjimus $y_1=1, y_2=0$. Analogiškai gausime, kad DVS₄ įėjimai $x_1=1, x_2=0, x_3=0$ ir to sumatoriaus išėjimai bus $y_1=1, y_2=0$. Tokiu būdu penkiauskilčio dvejetainio sumatoriaus vienaskilčių sumatorių DVS₄, DVS₃, DVS₂, DVS₁ ir DVS₀ išėjimai y_1 duos

penkiaženklį dvejetainį skaičių 11110, lygų skaičių 10011 ir 01011 sumai:
$$\begin{array}{r} 10011 \\ + 01011 \\ \hline 11110 \end{array}$$

Aštuntainėje sistemoje ši operacija atrodytų taip:
$$\begin{array}{r} 23 \\ + 13 \\ \hline 36 \end{array}, \text{ o dešimtainėje: } \begin{array}{r} 19 \\ + 11 \\ \hline 30 \end{array}.$$

1. lentelė

x_3	x_2	x_1	y_2	y_1
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

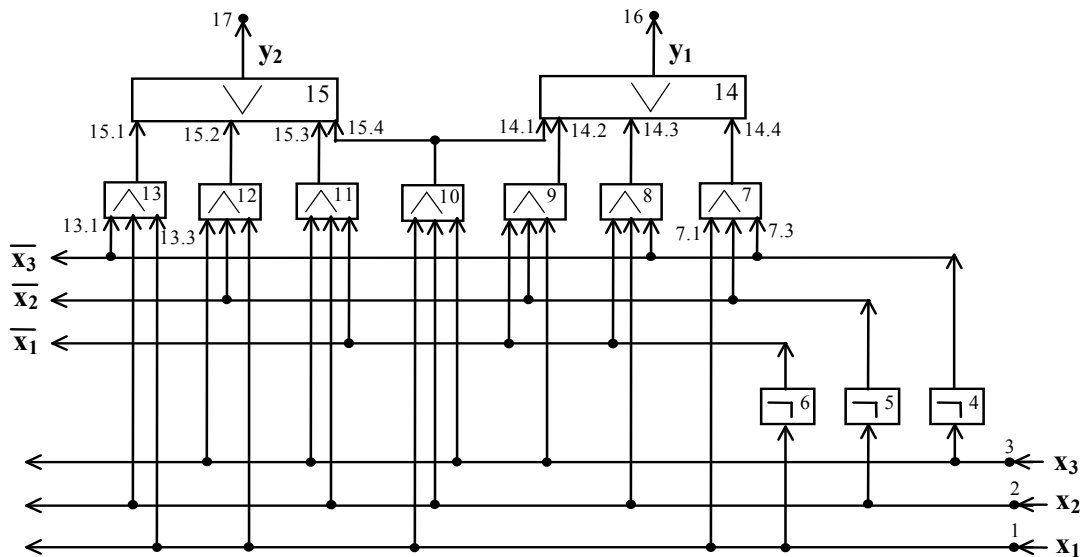
Kiekvieno vienaskilčio DVS išėjimo koordinatų y_1 ir y_2 reikšmių priklausomybę nuo įėjimo koordinatų x_1, x_2 ir x_3 reikšmių galima aprašyti atitikimo lentele (žiūr. 1-ąją lentelę), kurią vadinsime **DVS įėjimų ir išėjimų lentele**.

Tą priklausomybę galima išreikšti ir analiziškai, t. y. galima užrašyti išėjimo funkcijų $y_1=f_1(x_1, x_2, x_3)$ ir $y_2=f_2(x_1, x_2, x_3)$ matematines formules **klasikinės matematinės logikos kalba**. Pavyzdžiui, užrašę šias formules tobuloje disjunktinėje normalinėje formoje (TDNF), gausime:

$$y_1 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 x_1,$$

$$y_2 = \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 x_1.$$

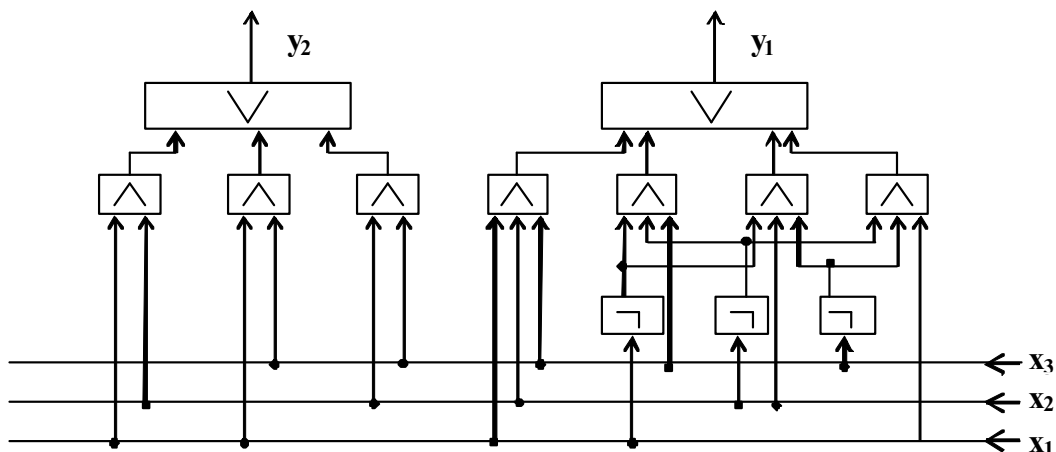
Funkcijos y_1 ir y_2 vienareikšmiškai aprašo išėjimų vektoriaus $\bar{y} = (y_2, y_1)$ priklausomybę nuo įėjimų vektoriaus $\bar{x}$. Tokias funkcijas gali realizuoti loginė schema, pavaizduota 8 pav. Tai vienas DVS **principinės loginės schemos** variantų.



8 pav.

DVS schemoje blokai, pažymėti ženklu ∇ , atlieka disjunkcijos, ženklu $\wedge$ – konjunkcijos ir ženklu $\neg$ – neigimo (inversijos) operacijas.

DVS schema, pavaizduota 8 pav., nėra vienintelė. Funkciją y_2 galima supaprastinti ir užrašyti žymiai paprasčiau: $y_2 = x_2x_1 \vee x_3x_1 \vee x_3x_2$. Tuomet loginė DVS schema taip pat taps paprastesnė (žiūr. 9 pav.). Nors schemas, pavaizduotos 8. ir 9. pav., turi **skirtingas struktūras ir sudėtis**, tačiau jos yra **funkcionaliai ekvivalentės**.



9 pav.

Tačiau tokių paprastų objektų, kurių išeigos vektoriaus $\bar{y}$ koordinačių reikšmės priklauso tik nuo įeigos vektoriaus $\bar{x}$ koordinačių reikšmių, net tarp „nesenstančių“ objektų – ne taip jau daug. **Labai dažnai vektoriaus $\bar{y}$ koordinačių reikšmės priklauso ne tik nuo objekto aplinkos, t. y. nuo vektoriaus $\bar{x}$ koordinačių reikšmių, bet ir nuo paties objekto, t. y. nuo to, kas dabar yra bei vyksta objekto viduje ir ką priimta vadinti objekto būseną.**

Objekto **būsena dabar** yra tai, ką objektas **dabar „atsimena“** iš savo praeities bei tai, **kas jame dabar vyksta**, ir todėl **gali įtakoti objekto atsaką $\bar{y}(t)$ dabar į aplinkos poveikius** (o kartais – **ne tik dabar, bet ir ateityje**, nes tai, kas vyksta dabar, gali būti „įsiminta“ ir atsilipti ateityje).

Jei mes atsukime vandens bakelio čiaupą, tai ištekančio vandens srovės greitis priklausys ne tik nuo to, kokių greičiu mes pilsime vandenį į bakelį, bet ir nuo vandens lygio bakelyje. Jei mes nustosime pylę vandenį į bakelį, ir vektoriaus $\bar{x}$ koordinačių reikšmės taps pastovios ir lygios nuliui, tai

vanduo iš bakelio kurį laiką dar tekės vis mažėjančiu greičiu, t. y. vektoriaus $\vec{y}$ koordinatės keisis, nors vektoriaus $\vec{x}$ koordinatės bus pastovios ir keisis tik vandens lygis bakelyje. Nesunku įrodyti (žiūr. 1.4.4. skyrelį), kad, nepilant į bakelį vandens, ištekantio iš bakelio vandens greitis (priėmus, jog vandens klampumas bei vidinė trintis ir jo trintis į indo sienelės yra labai maži dydžiai, į kuriuos galima nekreipti dėmesio, laikant juos lygiais 0) yra $v = \sqrt{2gh}$, kur g – kūno laisvo kritimo pagreitis ($g \approx 9,81 \frac{m}{s^2}$), o h – vandens stulpo bakelyje aukštis, išmatuotas metrais nuo čiaupo lygio. Vandens

stulpo aukštis h ir bus viena šio objekto būsenos charakteristikų – **būsenos vektoriaus $\vec{z}$ koordinačių**. Kitomis vektoriaus $\vec{z}$ koordinatėmis galėtų būti vandens temperatūra, kokių nors priemaišų koncentracija jame ir t.t., tačiau šiuo atveju tos charakteristikos nėra svarbios. Todėl šiuo atveju būseną yra skalarias $z=h$.

Medžiagų sandėlio būsenos vektoriaus $\vec{z}$ koordinatėmis bus įvairių medžiagų, sukauptų sandėlyje, kiekiai, o sandėlio išeiga $\vec{y}$ priklausys ne tik nuo įeigos $\vec{x}$ (kurios koordinatėmis bus priimamų į sandėlį medžiagų kiekiai ir medžiagų kiekiai, nurodyti sandėlio aptarnaujamų vartotojų pareikalavimuose), bet ir nuo būsenos $\vec{z}$. Todėl **išėjimų funkcijos $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$** argumentais bus ne tik vektoriaus $\vec{x}$, bet ir vektoriaus $\vec{z}$ koordinatės, nes, savaime suprantama, sandėlis negalės išduoti vartotojui tų medžiagų, kurių sandėlyje šiuo metu nėra, nors vartotojas ir būtų jų pareikalavęs.

Objekto būsenos sąvoką pakankamai suprantamai ir pakankamai tiksliai apibrėžti yra žymiai sunkiau negu objekto įėjimų ir išėjimų sąvokas, nes objekto būsenos sąvoka yra abstraktesnė už pastarąsias ir ne visada turi tą apčiuopiamą akivaizdumą, kuris būdingas objekto įėjimų ir išėjimų sąvokoms net tada, kai objekto įeiga ir išeiga yra ne tik medžiaginė ar energetinė, bet ir informacinė.

Objekto būseną priimta laikyti tai, kas kaupiasi ir susikaupia objekto viduje dėl aplinkos poveikio į objektą bei dėl paties objekto viduje vykstančių procesų ir pasireiškia kaip paties objekto tiesioginis poveikis į objekto išeigą, formuojant tą išeigą kaip objekto poveikį į jo aplinką, atsirandantį kaip objekto atsakas (reakcija) į aplinkos poveikį, vadinamą objekto įeiga.

Išreiškiant čia ką tik pateiktą verbalinį „nesenstančio“ objekto būsenos sąvokos apibūdinimą matematine kalba, galima tokio objekto būseną $\vec{z}$ formaliai apibrėžti kaip matematinės funkcijos $\vec{y} \equiv \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$, vadinamos išėjimo funkcija ir aprašančios objekto išeigą $\vec{y}$, antrąjį vektorinį argumentą, charakterizuojantį vidinį paties objekto poveikį į jo išeigą ir papildantį pirmojo tos funkcijos vektorinio argumento – objekto įeigos $\vec{x}$ – poveikį taip, kad sudarytoji dviejų argumentų funkcija $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$ pilnai ir vienareikšmiškai aprašytų „nesenstančio“ objekto išeigą $\vec{y}$.

Funkcija $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$, kaip ką tik buvo pažymėta, vadinasi **objekto išėjimo funkcija ir matematiškai išreiškia „nesenstančio“ objekto išeigos $\vec{y}$ priklausomybę nuo dviejų faktorių – tos funkcijos argumentų: 1) nuo objekto įeigos $\vec{x}$, t. y. nuo objekto aplinkos poveikio, 2) nuo objekto būsenos $\vec{z}$, t. y. nuo to, kas yra bei vyksta objekto viduje.**

Reikėtų pažymėti, jog taip apibūdinta objekto būseną galėtų būti vadinama pilnąja objekto būseną. Sudėtingo realaus objekto pilnąją būseną aprašantis vektorius $\vec{z}$ dėl realių objektų neišsemiamumo galėtų turėti be galo daug koordinačių. Tačiau, nagrinėjant tą objektą kokiu nors vienu aspektu, ne visos tos koordinatės ir jų reikšmės būna svarbios. Todėl praktikoje apsiribojama tik **artutiniu objekto pilnosios būsenos modeliu – vektoriumi $\vec{z} = (z_1, z_2, \dots, z_p, \dots, z_r)$, turinčiu baigtinį mums tuo metu svarbių koordinačių z_p skaičių.**

Čia pateikiami „nesenstančio“ objekto būsenos $\vec{z}$ apibūdinimai, kuriuos galima laikyti sąvokos „objekto būseną“ verbaliniais apibrėžimais, nors ir yra

pakankamai tikslūs, yra gana gremėzdiški ir reikalauja atitinkamo įsigilinimo į čia pateiktų ilgų ir painių frazių prasmę. Galbūt galima būtų suformuluoti ir paprastesnį objekto būsenos apibrėžimą, bet tai nėra paprasta, nes objekto būseną – **abstrakti pirminė sąvoka** ir galėtų būti griežtai apibrėžta tik **implicitiškai** (žiūr. šios mokymosi priemonės 1.5. skyriaus skyrelį „Apibrėžimai“), o tokių sąvokų **eksplicitiniai apibrėžimai** visada turės didesnių ar mažesnių trūkumų. Pabandysiu pagilinti sąvokos „objekto būseną“ **intuityvų suvokimą**, aptardamas vieną „paprasto apibrėžimo“ variantą.

Man įsiminė paprastesnis būsenos sąvokos „apibrėžimas“, kurį prieš keletą metų buvo pateikusi viena linksma besilaukianti studentė, po kurio laiko sėkmingai tapusi jauna mamytė. Į klausimą, kas yra sistemos būseną, ši studentė suformulavo tokį gana originalų sistemos būsenos „apibrėžimą“: „Sistemos būseną – tai sistemos stovis, prasidedantis įėjimo procesu ir pasireiškiantis sistemos išėjimu“. Kadangi aš nebuvo visiškai patenkintas tokiu „apibrėžimu“, tai pateikiau tai studentei kelis papildomus klausimus. Į pirmąjį mano klausimą „Ar gali egzistuoti sistemos, kurios turi tik įėjimą, bet neturi išėjimo, ir, jei tokios sistemos egzistuoja, tai kaip pasireiškia tokių sistemų būseną?“ studentė, truputį pagalvojusi, atsakė: „Aišku, kad gali. Tai niekaip „nepastojančios“ sistemos. Tokia jau tų sistemų būseną“.

Antrasis mano klausimas buvo toks: „Ar gali egzistuoti sistemos, turinčios išėjimą, bet neturinčios įėjimo, ir, jei gali, tai kaip atrodo tokių sistemų būseną?“. Ir į šį klausimą linksmoji studentė turėjo atsakymą: „Manoma, kad irgi gali. Tokių sistemų būseną – tai „nekaltas prasidėjimas““.

Atsakė ši studentė ir į trečiąjį mano klausimą: „Ar gali būti tokios sistemos, kurių išėjimas priklauso tik nuo įėjimo, ir, jei gali, tai kaip tuomet pasireiškia sistemos būseną?“. Jos atsakymas buvo toks: „Nors ir retai, bet būna ir taip: gimsta vaikelis, kuris turi daug savo tėvelio bruožų, bet neturi nei vieno savo mamytės bruožo. Tokie jau, matyt, silpni tos mamytės genai.“

Tokie studentės atsakymai, nors ir skambėjo šiek tiek „pikantiškai“, mane beveik tenkino, nes rodė, jog studentė bent jau intuityviai suvokia sistemos būsenos esmę. Tačiau jos anksčiau pateiktas sistemos būsenos „apibrėžimas“ manęs vis dėlto netenkino, todėl aš suformulavau dar vieną klausimą: „O vis dėlto, kaip Jūs apibrėžtumėte sąvoką „sistemos stovis“, kuria pasinaudodama Jūs „apibrėžėte“ „sistemos būsenos“ sąvoką?“ Išgirdusi šį mano klausimą, studentė, ilgai nedelsdama, „išpyškino“: „Sistemos stovis ir yra sistemos būseną!“

Taip užsidarė studentės „apibrėžimų“ „ydingasis ratas“. Pasirodo, kad ne taip jau paprasta kurti sklandžius abstrakčių pirminių sąvokų apibrėžimus. Su šia problema mes dar susidursime šios mokymosi priemonės 1.5.5. skyrelyje, kuriame bandysime išsiaiškinti, iš kur ir kodėl kyla tokių sąvokų apibrėžimų formulavimo sunkumai, o taip pat ieškosime atsakymo į gana aktualų klausimą: „Kaip būtų galima tuos sunkumus įveikti?“. Ten susipažinsime ir su eksplcitinių bei implicitinių apibrėžimų sąvokomis bei tokių apibrėžimų taikymais.

Šį šiek tiek anekdotišką fragmentą „iš studentų gyvenimo“ pateikiau mokymosi priemonėje ne tik ir ne tiek todėl, kad norėjau pateisinti kai kurių savo apibrėžimų gremėzdiškumą, kiek todėl, kad studentės atsakymuose (nors ir šiek tiek „pikantiškoje“, bet galbūt todėl ir atkreipiančioje dėmesį bei įsimenančioje formoje) glūdi kai kurie svarbūs, objekto būsenos esmę atskleidžiantys, momentai, kurių intuityvus suvokimas padeda objekto būsenos sąvokos teisingo intuityvaus suvokimo formavimuisi. O kai studento sąmonėje susiformuoja teisingas intuityvus sąvokos „objekto būseną“ suvokimas, tai ta sąvoka studentui tampa žinoma ir net be apibrėžimų teisingai suprantama pirmine sąvoka. Tuo aš įsitikinau praktiškai, stebėdamas kaip studentai įsisavina gana abstrakčią ir painoką objekto būsenos sąvoką, kaip jie tą sąvoką supranta. Ta sąvoka tikrai nėra paprasta, kadangi ji surišta su objekto „atminties“ sąvoka, o ta sąvoka yra ne mažiau paini, tuo labiau kad „atmintis“ gali būti įvairi, nes gali skirtis ne tik tuo, ką objektas sugeba „įsiminti“ ir „atsiminti“, bet ir tuo, kaip ilgai jis gali „atsiminti“ tai, ką „įsiminė“. Be to, ne visus objektus, nagrinėdami net palyginti trumpus jų funkcionavimo intervalus, galime laikyti „nesenstančiais“. Iš tikrųjų visi objektai sensta, o kai kurie – net gana sparčiai. Ir ne tik sensta, bet ir evoliucionuoja: keičia savo vidinę sandarą ir elgesį, tuo pačiu keisdami savo matematinius modelius, t. y. matematines priklausomybes tarp tą objektą ir jo funkcionavimą charakterizuojančių parametrų bei objekto įėjimą, išėjimą ir būseną charakterizuojančių kintamųjų. Tokiais atvejais objekto būsenos sąvokos teisingas suvokimas dar pasunkėja. Bet apie tai pakalbėsime šiek tiek vėliau, o dabar laikysime, kad jau pakankamai suprantame, ką vadinsime „**nesenstančio**“ **objekto pilnąja būseną**. Kurso studijų pradžiai tokio supratimo pakaks. O vėliau tą sąvoką pagilinsime ir patikslinsime.

Įsivedę „nesenstančio“ objekto pilnosios būsenos vektoriaus $\vec{z}$ sąvoką, mes galime įsivesti ir **vektorinę funkciją** $\vec{z} = \vec{z}(t)$, nurodančią, kaip kinta objekto būseną, kai, laikui bėgant, kinta objekto įėjimas $\vec{x}(t)$, ir tokias sąvokas, kaip **būsenos erdvės**: potencialioji $\hat{Z}$ ir realioji Z . Pažymėję **būsenos $\vec{z}$ kitimo procesą žymeniu $\vec{H}(t)$** , kur $\vec{H}(t) = \vec{z}(t)$ ir t – kintamasis dydis, vadinamas laiku, mes galime įsivesti žymenis ir sąvokas: $(Z_H)_T$ – **būsenos kitimo trajektoriją** erdvėje $Z \times T$, sistemų teorijoje vadinamoje **fazine erdve**; $\{(Z_H)_T\}$ – visų galimų būsenos kitimo trajektorių aibę; $(Z_H)_{t_1}^{t_2}$ – būsenos kitimo trajektorijos atkarpa; Z_r – koordinatės z_r reikšmės kitimo diapazoną, t. y. koordinatės z_r galimų reikšmių aibę. Objekto O_i būsenos $\vec{z}_i$ kitimo trajektoriją $(Z_{H_i})_T$ vadina dar ir **objekto O_i fazine trajektorija**, o jos projekciją į erdvę Z_i – tos **trajektorijos faziniu portretu**. Objekto O_i visų fazinių trajektorių aibės $\{(Z_{H_i})_T\}$ projekciją į erdvę Z_i vadina **objekto faziniu portretu**. Portretų vaidmuo paaiškės nagrinėjant **dinamines sistemas**, kuomet mes užsiimsime 1.4.9. skyrelyje.

Kai objekto būseną yra, pavyzdžiui, jo **padėtis trimatėje Euklido erdvėje**, t. y. trimatėje fizinėje erdvėje, kurios koordinatės – ilgis, plotis ir aukštis, tai fazinė objekto trajektorija bus **objekto judėjimo grafikas keturmatėje fazinėje erdvėje (erdvėlaikyje) $Z \times T$** , o tos trajektorijos faziniu portretu – **objekto fizinio judėjimo trajektorija trimatėje fizinėje Euklido erdvėje**. Jei objektas – materialus taškas, galintis judėti plokštumoje $X \times Y$, ir jo būseną $\vec{z}$ – taško padėtis toje plokštumoje (t. y. $\vec{z} = (z_1, z_2)$, kur $z_1 = x$ ir $z_2 = y$), tai objekto fazinės trajektorijos grafiniu atvaizdu bus taško judėjimo grafikas trimatėje erdvėje $X \times Y \times T$, kurį galima aprašyti funkcijomis $z_1 = x(t)$, $z_2 = y(t)$, o tos trajektorijos faziniu portretu – taško fizinio judėjimo plokštumoje trajektorija, t. y. kreivė $y = y(x)$, kurios formulė $y = y(x)$ gaunama iš formulių $x = x(t)$ ir $y = y(t)$, eliminuojant kintamąjį t (panašiai, kaip tai buvo daroma 1.2. skyriuje, gaunant įėjimo trajektorijos portretą).

Sistemotyros ir kompiuterijos mokslai, kaip jau buvo minėta, teigia, kad **objekto būsenos sąvoka yra gimininga to objekto atminties sąvokai**. Baigtinių automatų atveju gana dažnai abi tos sąvokos – „būsena“ ir „atmintis“ – vartojamos kaip sinonimai.

Pavyzdžiui, tokią elementarią schemą kaip **trigerį**, turinčią tik dvi stabilias būsenas, žymimas 0 ir 1, dažnai vadina elektroniniu „atminties elementu“, galinčiu „įsiminti“ vieną **bitą** informacijos. Schema, vadinama **trigeriniu registru**, turinti savo sudėtyje n trigerių, gali „įsiminti“ ir išlaikyti savo „atmintyje“ bet kurį dvejetainį skaičių nuo 0 iki $2^n - 1$. Tai reiškia, kad toks registras turi 2^n skirtingų būsenų, kurias galime žymėti numeriais nuo 0 iki $2^n - 1$, o registro būsenos vektorius $\vec{z}$, išreikštas dvejetainėje sistemoje, turi n koordinačių, kurių kiekviena gali turėti dvi reikšmes: 0 ir 1. Kitaip tariant, tokio trigerinio registro „atminties“ apimtis yra lygi n bitų, arba $\frac{n}{8}$ **baitų**. Į tokį registrą galima įrašyti bet kurį vieną iš $m = 2^n$ galimų skirtingų pranešimų, kurių kiekvienas gali turėti n bitų informacijos.

Kompiuterio „atminties“ apimtis, kuri matuojama bity, baitais, kilobaitais, megabaitais bei gigabaitais ir terabaitais, taip pat yra surišta su kompiuterio bei jo blokų galimų būsenų skaičiumi m formule $m = 2^n$, kur n – bitų skaičius.

Kadangi skirtingi objektai gali turėti skirtingo dydžio skirtingą atmintį (vieni – **trumpalaikę**, kiti – **ilgalaikę**), tai ši objektų atminties savybė rado atspindį ir objektų būsenos sąvokoje, jos vartojime objektų funkcionavimo aprašyme ir modeliavime.

Kai „nesenstantis“ objektas yra toks, kad neturi jokios atminties, t. y. toks, kad nei aplinkos poveikiai į objektą, nei procesai, vykstantys objekto viduje, nepalieka tame objekte jokių pėdsakų, ir objektas gali reaguoti į dabar pasireiškiantį aplinkos poveikį į objektą tik suformuodamas išėigą, kuri **vienareikšmiškai priklauso tik nuo dabar vykstančio aplinkos poveikio**, tai mes sakome, kad **objektas turi trivialią – niekada nesikeičiančią ir nuo nieko nepriklausančią – būseną $\vec{z}(t) = \vec{z} = \text{const.}$**

Tokiais atvejais, tiriant objekto funkcionavimą, į tokią nesikeičiančią būseną

galima neatsižvelgti ir laikyti, kad **objekto išėjimo funkcija yra vienargumentinė funkcija** $\bar{y} = \bar{\varphi}(\bar{x})$, priklausanti tik nuo vieno vektorinio (ar skaliarinio) argumento $\bar{x}$ (ar x).

Tokią objektą ir tokį jo būsenos egzistavimo atvejį mes jau nagrinėjome šio skyriaus pradžioje, nagrinėdami vienaskiltį dvejetainį sumatorių (DVS) ir iš jų sudarytą lygiagretaus veikimo dvejetainį n – skiltį aritmetinį sumatorių.

Kai „nesenstantis“ objektas yra toks, kad jis **turi atmintį, bet tik labai trumpą**, t. y. toks, kad aplinkos poveikiai į jį ir jame vykstantys vidiniai procesai nors ir palieka jame savo pėdsakus, tačiau tie pėdsakai, padarę savo įtaką dabartinės objekto būsenos ir objekto išeigos formavimuisi, išlieka tik iki tol, kol išorinės aplinkos poveikiai ar objekto viduje vykstantys procesai suformuoja naują objekto būseną ir jo išeigą, o po to išnyksta, nes pakeičiami naujais ir todėl jau nebedaro įtakos tolesniam to objekto funkcionavimui, tai mes sakome, kad toks objektas priklauso **Markovo objektų grupei** ir jame vykstančius procesus vadiname **Markovo procesais**.

Markovo objektai „atsimena“ tik savo būseną dabar bei dabar vykstantį aplinkos poveikį į juos ir todėl formuoja savo išeigą bei perėjimą į naują savo būseną, **atsižvelgdami tik į savo būseną dabar $\bar{z}(t)$ bei į aplinkos poveikį dabar $\bar{x}(t)$, visiškai „nebeprisimindami“**, kokie aplinkos poveikiai į objektą ir kokios to objekto būsenos buvo anksčiau. **Markovo objektų išeiga $\bar{y}(t^*)$ momentu $t=t^*$ priklauso tik nuo $\bar{x}(t^*)$ ir nuo būsenos dabar, žymimos $\bar{z}(t^*)$, bet nepriklauso nuo fazinės trajektorijos $z(t)$, atvedusios objektą į būseną $z(t^*)$.** Ši objektų ir procesų savybė kartais vadinama „**markoviškumu**“.

Reikėtų pažymėti, kad Markovo objektai – tai matematiniai modeliai tokių realių objektų, kurių išeiga $y(t^*)$ momentu $t=t^*$ ir perėjimas į naują būseną $\bar{z}(t^*+\Delta t)$ praktiškai nepriklauso nuo praeityje vykusių įvykių ir procesų eigos, o priklauso tik nuo toje eigoje gauto galutinio rezultato, atspindinčio dabartinėje objekto būsenoje $\bar{z}(t^*)$, bei nuo aplinkos poveikio $\bar{x}(t^*)$ į objektą duotuoju momentu t^* . Markovo objektai fiksuoja savo atmintyje tik rezultatą, pasiektą **dabar** ir išlaiko jį toje atmintyje tik iki artimiausio jo pasikeitimo, nefiksuodami ir neįsimindami tų pasikeitimų eigos bei jų sekos. Vaizdžiai tariant, Markovo objektui visiškai nesvarbu, „kaip jis gavo tuos pinigus, kuriuos jis dabar turi, ir svarbu tik tai, kad dabar jis juos turi“. Nors Markovo procesai paprastai yra **stochastiniai**, tačiau jie gali būti ir **determinuoti**.

Kai Markovo objekto galimų skirtingų būsenų skaičius yra baigtinis arba skaitus ir kiekvienos būsenos skirtumas nuo kitų gali būti aiškiai apibrėžtas, tai tokio objekto būsenų sekos, susidarančios laikui bėgant dėl aplinkos poveikių bei objekte vykstančių procesų, vadinamos **Markovo grandinėmis**. Priklausomai nuo objekto kalendoriaus tos grandinės gali būti **diskrečios, tolydžios ir mišrios**. Diskrečiose Markovo grandinėse aplinkos poveikiai į objektą ir objekto perėjimai iš vienos būsenos į kitą gali įvykti tik tam tikrais laiko momentais, kurie ir sudaro to **objekto diskretų kalendorių**, o tolydžiose – bet kuriuo laiko momentu t . Tokių Markovo objektų **kalendorius yra tolydus**. Kai objekto **kalendorius yra mišrus**, tai jo būsenų kitimo seką vaizduojanti Markovo grandinė vadinama mišria.

Didžioji dalis objektų ir sistemų, nagrinėjamų pirmoje šios mokymosi priemonės dalyje, priklausys Markovo objektų grupei ir todėl juose vykstančių procesų nagrinėjimui pakaks to matematinio aparato, kuris taikomas Markovo procesų

bei dalinio jų atvejo – Markovo grandinių – nagrinėjimui.

Markovo objektų pavyzdžiai: laikrodžio, televizoriaus, kompiuterio, žaidimų automato, lošimų automato, jau minėtojo medžiagų sandėlio, hidrodinaminės sistemos, kurią sudaro jau minėtasis bakelis su iš jo ištekančiu vandeniu, diferencijavimo grandelės (žiūr. 17 pav.) ir kitų panašių objektų matematiniai modeliai. Tokiuose objektuose vykstančių determinuotų ir stochastinių procesų matematiniai modeliai – **Markovo procesų pavyzdžiai**. Kai kurie iš jų – Markovo grandinės. Reikėtų pabrėžti, jog Markovo objektai ir procesai – ne patys „fiziniai“ objektai ir procesai, o jų **matematiniai modeliai**, turintys „markoviškumo“ savybę. Kai tokie matematiniai modeliai gali būti laikomi pakankamai adekvačiais tiems „fiziniams“ objektams ir procesams, kuriuos tie matematiniai modeliai vaizduoja, tai ir pačius „fizinius“ objektus bei juose vykstančius „fizinius“ procesus galima vadinti Markovo objektais ir Markovo procesais (žodis „fizinis“ čia pavartotas kabutėse todėl, kad čia jis vartojamas plačiąja prasme ir gali reikšti ne tik „fizikinį“, bet ir „cheminį“, „biologinį“, „ekonominį“, „demografinį“ ir pan. realų procesą).

Tačiau egzistuoja ir tokie objektai, kurie turi **ilgalaikę atmintį, atsiliepiančią jų elgesiui**, – t. y. tokie objektai, kuriems aplinkos poveikiai bei objektų viduje vykstantys procesai palieka tokius „fizinius“ ar/ir „informacinius“ pėdsakus, kurie išlieka ilgą laiką ir ilgą laiką veikia į objektų išeigos bei jų naujos būsenos formavimosi procesus. Tokių objektų funkcionavimo aprašymui, modeliavimui bei nagrinėjimui **Markovo procesams sukurto bei taikomo matematinio aparato jau nebepakanka**, nes tokio objekto reakcija į aplinkos poveikį priklauso ne tik nuo to poveikio bei nuo to, kokiame savo taip vadinamų „būsenų dabar“ erdvės taške tas objektas yra dabar, bet ir nuo anksčiau buvusių jo būsenų, t. y. nuo objekto įsimintios tos fazinės trajektorijos, kuri atvedė objektą į tą „būsenų dabar“ erdvės tašką. **Tokie objektai, skirtingais keliais patekę į tą patį „būsenų dabar“ erdvės tašką, esant tam pačiam aplinkos poveikiui dabar, gali reaguoti į tą patį poveikį skirtingai**, kai tuo tarpu Markovo objektų reakcija nuo jų trajektorijų, buvusių praeityje, nepriklauso. Ji priklauso tik nuo aplinkos poveikio **dabar** ir nuo to būsenų erdvės taško, kuriame Markovo objektas yra **dabar**. Todėl **objektams, nesantiems Markovo objektais, tenka kurti bei taikyti specialų matematinį aparatą arba taikyti artutinius modeliavimo metodus**, naudojantis taip vadinamais „pseudomarkovinių procesų“ modeliais.

Objektų, turinčių ilgalaikę atmintį, atsiliepiančią jų elgesiui, grupei priklauso ir žmogus. Todėl, norint suprasti bei nuspėti kai kuriuos žmogaus poelgius, **būtina žinoti ne tik jo „būseną dabar“, bet ir jo biografiją**. Kaip tik dėl šios priežasties, priimant į darbą naują darbuotoją, domimasi jo „**curriculum vitae**“. Šį „gyvenimo aprašymą“, matematiškai kalbant, galima būtų pavadinti „**funkcionavimo trajektorija**“, t. y. **kompleksine trajektorija, sudaryta iš objekto fazinės, įėjimų ir išėjimų trajektorijų**, atvedusių objektą į „būseną dabar“.

Norėčiau atkreipti skaitytojo dėmesį į mano ką tik pavartotą terminą „**būsena dabar**“. Šis terminas gali būti vartojamas dvejopai ir ne visada reiškia tą patį, ką mūsų jau anksčiau įsivestas ir aprašytas terminas „**objekto būsena**“, suprantant pastarąjį terminą kaip „**pilnąją būseną**“, susiformavusią ne tik dėl dabar vykstančių vidiųjų bei išorinių procesų poveikių, bet galbūt ir dėl to, kas buvo praeityje. Terminas „būsena dabar“, ne visada reiškdamas tą patį, ką reiškia anksčiau mūsų įsivesta ir apibrėžta būsenos sąvoka, čia pavartotas todėl, jog **istoriškai (ir natūraliai) taip susiklostė aplinkybės, kad objektų, turinčių ilgalaikę atmintį, atsiliepiančią jų**

elgesiui, matematinio aprašymo ir nagrinėjimo kalba bei aparatas pradėjo formuotis tada, kai jau buvo susiformavę Markovo procesų aprašymo bei nagrinėjimo matematinė kalba ir aparatas, kuriems būdinga tai, kad Markovo procesuose sąvokos „būsena, susidariusi dabar dėl tik dabar vykstančių išorinių ir vidinių procesų, „ir „objekto pilnoji būsena dabar“, kartu su objekto įeiga dabar vienareikšmiškai apibrėžianti objekto išeigą ir perėjimą į naują būseną, reiškia tą patį, nes Markovo objektai „žino“ tik tą būseną, į kurią jie pateko, bet „neatsimena“ to patekimo istorijos, t. y. „neatsimena“ jau mūsų minėtosios kompleksinės funkcionavimo trajektorijos, atvedusios objektą į tą būsenų erdvės tašką, kuriame jis yra dabar. Gana natūralu, kad, kuriant objektų, turinčių ilgalaikę atmintį, įtakojančią jų elgesį, matematinius modelius bei jų funkcionavimo matematiniam aprašymui ir nagrinėjimui reikalingą matematinę kalbą ir aparatą, buvo pasinaudota tada jau egzistavusiu Markovo procesų matematinio aprašymo ir analizės aparatu. Todėl ilgalaikę atmintį turinčio baigtinio automato, t. y. baigtinio automato, momentu t ne tik „žinančio“ aplinkos poveikį $\bar{x}(t)$ dabar, bet ir „atsimenančio“ anksčiau buvusias įeigos reikšmes $\bar{x}(t-1)$, $\bar{x}(t-2)$, ..., $\bar{x}(t-3)$, ..., $\bar{x}(t-j)$, ..., $\bar{x}(t-k)$ bei savo išeigos reikšmes $\bar{y}(t-1)$, $\bar{y}(t-2)$, ..., $\bar{y}(t-k)$, būsenos matematiniam aprašymui buvo įsivesti žymenys $\bar{z}(t)$, $\bar{z}(t-1)$, ..., $\bar{z}(t-j)$, ..., $\bar{z}(t-k)$, reiškiantys ne pilnąją tokio objekto būseną momentais t , $t-1$, ..., $t-j$, ..., $t-k$, o tik tą abstrakčiai išskiriamą fizinę pilnosios būsenos dabar dalį („dalinę būseną dabar“), kurią galima laikyti fiziškai atsirandančia momentais $(t-k)$, ..., $(t-j)$, ..., $(t-2)$, ..., $(t-1)$, t , veikiant įeigoms $\bar{x}(t-k)$, ..., $\bar{x}(t-j)$, ..., $\bar{x}(t-1)$, $\bar{x}(t)$ ir tais momentais objekto atminties dėka papildančia pilnąją objekto būseną, pavyzdžiui, momentu $t-j$ iki to objekto pilnos būsenos momentu $(t-j+1)$.

Įsivedę ir taikydami tokius „momentinius dalinių būsenų“ žymenis, mes galėtume ir privalėtume baigtinio automato, nesančio Markovo objektu ir turinčio ilgalaikę k taktų ilgio atmintį, pilnąją būseną, kurią jis turi momentu t , žymėti jau ne vektorium $\bar{z}(t)$, o vektorių vektorium $(\bar{z}(t), \bar{z}(t-1), \dots, \bar{z}(t-j), \dots, \bar{z}(t-k))$, t. y. vėl gi vektorium, tik turinčiu daugiau koordinačių ir todėl didesnio matavimų skaičiaus būsenų erdvę Z . Dėl šios priežasties atsiradęs žymens $\bar{z}(t)$ ir sąvokos „būsena dabar“ dvireikšmiškumas nėra geras dalykas, bet ką jau dabar bedarysi.

Norėdami išvengti nevienareikšmiškumo, susitarsime bent jau šioje mokymosi priemonėje skirti šias sąvokas ir, kalbant apie tokį objekto būsenos matematinį modelį $\bar{z}$ (arba z), kuris nėra pakankamai pilnas, nes neturi savo sudėtyje jo elgesiui ir padėčiai dabar galinčios atsiliepti informacijos apie tą fazinę trajektoriją, kuri atvedė šį objektą į dabartinę „momentinę“ būseną, vartoti epiteta „momentinė“ arba „dalinė“ bei „momentinė dalinė“. Be šių epitetų žodis „būsena“ bus suprantamas kaip „pakankamai pilna būsena“, t. y. taip, kaip ji buvo apibrėžta šio skyriaus pradžioje.

Sistemiškai mąstydami ir vertindami čia aprašytas „momentinių“ būsenų sąvokas ir susidariusį dėl tokių sąvokų įsivedimo sąvokos „automato, nesančio Markovo objektu, būsena“ supratimo dvylipumą bei žymenų $\bar{z}(t)$, $\bar{z}(t-1)$, ..., $\bar{z}(t-j)$, ..., $\bar{z}(t-k)$ interpretavimo nevienareikšmiškumą, privalėtume pabrėžti, jog tikroji automato, turinčio k taktų ilgio ilgalaikę atmintį, būsena momentu $t-j$ yra ne „dalinė“ būsena $\bar{z}(t-j)$, o pilnoji to automato būsena, žymima hierarchiniu vektoriumi $\bar{z}(t-j)$, vektorių vektorium $(\bar{z}(t-j), \bar{z}(t-1-j), \dots, \bar{z}(t-j-k))$.

Šį hierarchinį vektorių $\vec{z}(t-j)$ galime laikyti baigtinio automato, turinčio ilgalaikę atmintį, pilnosios būsenos modeliu, sudarytu naudojantis pagalbiniais „momentinių dalinių“ būsenų žymenimis, galinčiais žymėti pilnas būsenas tik Markovo procesų aprašymuose.

Norėtusi atkreipti skaitytojo dėmesį dar ir į tai, kad baigtinio automato, turinčio k taktų ilgio atmintį, pilnąją būseną $\vec{z}$ vaizduojančio hierarchinio vektoriaus $\vec{z}(t)=(\vec{z}(t), \vec{z}(t-1), \vec{z}(t-2), \dots, \vec{z}(t-j), \dots, \vec{z}(t-k))$ komponentė $\vec{z}(t)$ matematiškai aprašo fiziškai dabar (t. y. momentu t) egzistuojančią to automato „dalinę momentinę būseną dabar“, o komponentės $\vec{z}(t-1), \vec{z}(t-2), \dots, \vec{z}(t-j), \dots, \vec{z}(t-k)$ momentu t yra informaciniai vektoriai, saugomi baigtinio automato atmintyje kaip to automato momentais $t-1, t-2, \dots, t-j, \dots, t-k$ buvusių fizinių būsenų informaciniai modeliai.

Todėl hierarchinį vektorių $\vec{z}(t)$ galima vadinti ne tik baigtinio automato, turinčio k taktų ilgio atmintį, pilnosios būsenos, bet ir to automato fazinės trajektorijos atkarpos, atvedusios automatą į momentu t egzistuojančią fizinę būseną $\vec{z}(t)$, pavadintą automato „momentine daline būsena dabar“, matematinio modeliu.

Nuo pilnųjų būsenų vaizdavimo hierarchiniais vektoriais, reikalui esant, galima pereiti prie jų žymėjimo paprastais vektoriais, turinčiais $r \times k$ koordinačių, ar net skaliariais, transformuojant būsenų erdves ir perkoduojant būsenų reikšmes, apie ką jau buvo rašyta 1.2. skyriuje ir bus pademonstruota 1.4. skyriuje.

Antrojoje šios mokymosi priemonės dalyje bus specialiai ir atskirai nagrinėjami taip vadinamieji automatai su priešistore, kurių išėjimai bei perėjimai į naują būseną priklauso ne tik nuo įėjimų ir dalinės būsenos dabar, bet ir nuo prieš tai buvusių k momentinių dalinių būsenų, t. y. nuo fazinės trajektorijos, atvedusios automatą į dabartinę būseną, atkarpos, apimančios paskutinius k taktų, sudarančius automato priešistorę, kur k – priešistorės ilgis. Nesunku suvokti, kad tokių automatų „dalinė būsena dabar“ dar nepilnai nusako automato su priešistorie būseną, o yra tik pilnosios būsenos dalis, kurią, norint gauti pilną tokio automato būsenos aprašymą, reikia papildyti informacija, sukaupia automato su priešistore „atmintyje“ ir savo turiniu įtakančią automato išėjimus bei perėjimus. Papildę automato su priešistore „dalinės būsenos dabar“ vektoriaus koordinačių sąrašą, turintį n narių, automato priešistorės „dalinių būsenų“ vektorių koordinatėmis ir tokiu būdu sudarę vektorių, turintį $n(k+1)$ koordinačių, gauname pilną automato būsenos vektorių, tokiu būdu formaliai suveddami automatą su priešistore į paprastą baigtinį automatą be priešistorės.

Tokio suvedimo ir pilnos būsenos vektoriaus bei automato su priešistore išorinio matematinio modelio gavimo pavyzdys bus pateiktas šios mokymosi priemonės pirmosios dalies 1.4.10. skyrelyje. Šio pavyzdžio nagrinėjimas, manau, padės giliau suvokti objekto būsenos sąvoką, taip pat momentinių dalinių ir pilnosios būsenos sąvokas.

Todėl tam skaitytojui, kuriam atrodo, jog nepakankamai išsiaiškino sąvokų „objekto, turinčio k taktų atmintį pilnosios būsenos dabar matematinis modelis $\vec{z}(t)$ “ ir „to objekto matematinės būsenos dabar matematinis modelis $\vec{z}(t)$ “ skirtumą, rekomenduoju jau dabar perskaityti 1.4.10. bei 1.4.11. skyrelius ir po to iš naujo perskaityti šį – 1.3-ąjį skyrį.

Prie baigtinių automatų, turinčių atmintį (trumpalaikę ir ilgalaikę), nagrinėjimo mes šioje mokymosi priemonės dalyje grįšime dar ne vieną kartą: ir 1.4., ir 1.10. skyriuose, kuriuose bus nagrinėjami įvairių automatų išoriniai ir vidiniai modeliai, ir 1.16. skyriuje (ypač 1.16.1.5.6. skyrelyje), kuriame skaitytojas bus supažindintas ir su netradiciniais automatų aprašymo būdais (pavyzdžiui, su **rekurentinėmis Bulio funkcijomis**).

Bus išnagrinėtos ir **dinaminės sistemos**, aprašomos **vėluojančio argumento diferencialinėmis lygtimis**. Tokios dinaminės sistemos yra diskretaus automato su priešistore tolydus analogas. Jų **fazinių ir išėjimo trajektorijų apskaičiavimui reikia žinoti ne tik dinaminės sistemos „dalinę būseną dabar“, bet ir į tą būseną atvedusios fazinės trajektorijos atkarpą**, kurios ilgis priklauso nuo vėlavimo (vėlinimo, delsos) dydžio τ , charakterizuojančio sistemos **„ilgalaikės atminties ilgumą“**. Todėl, aprašant tokių sistemų pilnąją būseną, taip pat tenka aprašyti ne tik dabartį, bet ir praeitį. Vėluojančio argumento dinaminės sistemos pavyzdys bus pateiktas 1.4.11. skyrelyje. Platesnis ir gilesnis tokių sistemų nagrinėjimas perkeltas į antrąją mokymosi priemonės dalį.

Reikėtų dar kartą pakartoti, kad, nustatydami realaus objekto būseną praktiškai, mes apsiribojame tik tais požymiais, charakterizuojančiais to objekto **„teoriškai pilnąją būseną“**, kurie mums yra svarbūs nagrinėjamu aspektu, nekreipdami dėmesio į visus kitus galimus tos būsenos požymius. Tokiu būdu mes gauname **„praktiškai pakankamai pilną“ „teoriškai pilnos būsenos“ modelį**, kuris aprašo tik pastarosios dalį ir todėl taip pat yra „dalinis“ (o tiksliau – **artutinis**) jos atžvilgiu.

Čia terminas „dalinis“ pavartotas jau šiek tiek kita prasme negu sąvokoje **„momentinė dalinė būseną“**, reiškiančioje objekto, turinčio ilgalaikę atmintį, praeityje buvusių būsenų atspindį to objekto **„pilnojoje būsenoje dabar“**. Jis reiškia tik tai, kad net **praktiškai pakankamai pilna objekto būseną** yra vis dėl to „dalinė“ **„teoriškai pilnos“** objekto būsenos atžvilgiu, nes, ji, būdama praktiškai pakankama nagrinėjamu aspektu ir aprėpdama tai, kas tuo aspektu yra svarbu, vis dėl to neapėpia visko, kas yra objekte. Anksčiau minėtoji **„momentinė dalinė būseną“**, atitinkanti objekto praeityje tam tikru momentu buvusios fizinės būsenos pėdsaką jo dabartinėje **„praktiškai pakankamai pilnoje būsenoje“**, esančioje artutine teoriškai pilnos būsenos atžvilgiu, yra palyginti labiau „dalinė“, nes negali būti laikoma „praktiškai pakankamai pilna būseną“. Ji yra tik pastarosios dalis, kai nagrinėjamas objektas turi ilgalaikę atmintį, vaizduojamą vektoriumi $\vec{z}(t) = (\vec{z}(t), \vec{z}(t-1), \dots, \vec{z}(t-j), \dots, \vec{z}(t-k))$. Šios lygybės kairiojoje pusėje esantis vektorių vektorius $\vec{z}(t)$ vaizduoja „praktiškai pakankamai pilną būseną“, esančią praktiškai pakankama artutine „teoriškai pilnos būsenos“ dalimi, o dešiniojoje lygybės pusėje skliausteliuose patalpinti vektoriai $\vec{z}(t)$, $\vec{z}(t-1)$, ..., $\vec{z}(t-k)$ vaizduoja „dalines momentines“ būsenas, kurios gali būti, bet gali ir nebūti praktiškai pakankamai pilnomis.

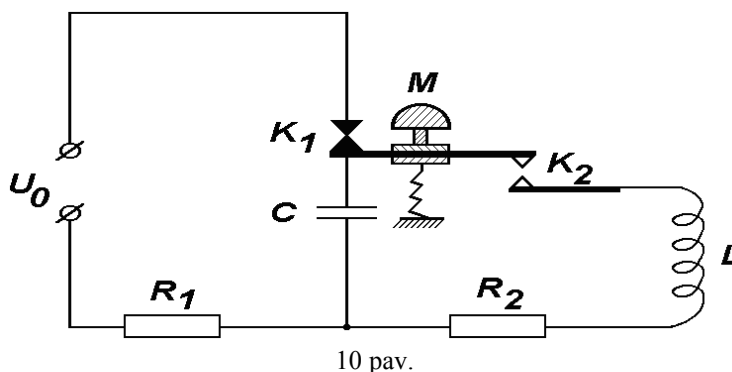
Kalbant apie objekto pilnąją būseną ir ją vaizduojantį pilnosios būsenos vektorių, reikėtų nepamiršti, kad **tas vektorius yra ne pati to objekto pilnoji būseną, o tik jos matematinis modelis** ir todėl (kaip ir kiekvienas realaus objekto matematinis modelis) yra tik tam tikro lygio (tam tikro tikslumo) priartėjimas, prie tos realybės, kurią tas modelis vaizduoja. Todėl objekto pilnosios būsenos vektorių iš tikrųjų privalėtume vadinti **objekto pilnosios būsenos matematiniu modeliu**, pakankamai tiksliai vaizduojančiu tokią to objekto būseną, kurią galima laikyti **praktiškai pilna**.

Kalbant apie pilnąją objekto būseną, reikėtų nepamiršti dar ir tai, jog **aktyviųjų objektų pilnai būsenai turi įtakos ne tik objekto praeitis, bet ir objekto tikslai, t. y. siekiama ateitis.** Ši aplinkybė dar labiau komplikuoja objekto pilnosios būsenos sampratą ir jos modeliavimą.

Kad geriau įsisavintume būsenos, būsenų erdvės, fazinės erdvės, fazinės trajektorijos ir jos portreto sąvokas, išnagrinėsime dar vieną konkretų pavyzdį, šį kartą jau šiek tiek sudėtingesnį.

Tarkim, kad turime elektrinę schemą, pavaizduotą 10 pav. Kai mygtukas M nenuspaustas, tai išjungiantieji kontaktai K_1 yra sujungti, o sujungiantieji kontaktai K_2 – išjungti. Tuomet išorinio srovės šaltinio, turinčio nuolatinę (pastovią) įtampą U_0 , dėka per varžą R_1 vyksta kondensatoriaus, turinčio talpą C , pakrovimas. Elektronai, stumiami srovės šaltinio e.v.j., juda nuo to šaltinio neigiamo poliaus kondensatoriaus link ir kaupiasi jo plokštelėje, išstumdami savo sukurtu elektros lauku elektronus iš kitos kondensatoriaus plokštelės ir tokiu būdu sukeldami jų srautą elektros srovės šaltinio teigiamojo poliaus link. Kondensatoriuje kaupiasi elektros krūvis q_c , ir todėl tarp kondensatoriaus polių atsiranda įtampa $u_c = \frac{q_c}{C}$. Pavadinsime šį procesą procesu P_1 , o elektros grandinę $K_1CR_1U_0$ – objektu O_1 .

Kai mygtukas M nuspaustas, išjungiantieji kontaktai K_1 yra išjungti ir pakrautas kondensatorius atjungtas nuo srovės šaltinio, o sujungiantieji kontaktai K_2 – sujungti ir kondensatorius prijungtas prie grandinės, sudarytos iš rezistoriaus, turinčio varžą R_2 , ir ritelės, turinčios induktyvumą L . Tuo metu prasideda kondensatoriaus išsikrovimas ir elektros srovė pradeda tekėti grandine CK_2LR_2 , sudarančia objektą O_2 (taip vadinamąjį **virpesių kontūrą**), jau į priešingą pusę. Vykstantį tame kontūre procesą pažymėsime P_2 .



Pradžioje **išnagrinėsime procesą P_1** . Jo įėjimo vektorius $\vec{x}(t)$ turi tik vieną koordinatę ir todėl yra skaliaras, kuris yra pastovus dydis $x(t)=U_0$. Proceso P_1 (ir objekto O_1 , t. y. grandinės, susidedančios iš srovės šaltinio, kontaktų K_1 , kondensatoriaus C ir varžos R_1) būsenos vektorius $\vec{z}$ turės tik vieną koordinatę $z_1(t)=u_c(t)$ – kondensatoriaus įtampą. Todėl objekto O_1 (ir proceso P_1) būseną z bus skaliaras, įeigos $x(t)=U_0$ ir $z(t)=u_c(t)$ žinojimo, esant pastoviai varžos R_1 reikšmei, pilnai pakanka proceso P_1 charakteristikų, pavyzdžiui, srovės stiprio $i(t)$ dydžio apskaičiavimui.

Šiuo atveju grandinės O_1 būseną galėjome pasirinkti ne tik kondensatoriaus įtampą u_c , bet ir kondensatoriuje C besikaupiantį bei susikaupusį elektros krūvį q_c . Tačiau dydį q_c matuoti mažiau patogiau negu dydį u_c , kurį galima matuoti voltmetru. Tarp dydžių q_c ir u_c egzistuoja tiesinė priklausomybė $q_c=Cu_c$ ir matematiniam objekto O_1 modelyje vieną iš tų dydžių visada galima pakeisti kitu. Todėl objekto O_1 būseną z charakterizuojančiu dydžiu galima buvo pasirinkti ir q_c , ir u_c .

Pasinaudoję antruoju Kirchhofo dėsniu, gauname lygybę $u_{R_1} + u_c = U_0$, iš kurios išplaukia

$$iR_1 + \frac{q_c}{C} = U_0, \text{ nes } u_{R_1} = iR_1, \text{ o } u_c = \frac{q_c}{C}. \text{ Kadangi } i = \frac{dq_c}{dt}, \text{ o } q_c = Cu_c, \text{ tai } i = C \frac{du_c}{dt}, \text{ iš kur}$$

$$\text{gauname, kad } R_1C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_0, \text{ t. y. lygybę } \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{U_0 - u_c(t)}{R_1C}. \text{ Ši lygybė vaizduoja objekto } O_1$$

$$\text{būsenos } z=u_c \text{ kitimo greičio } \frac{dz}{dt} = \frac{du_c}{dt} \text{ priklausomybę nuo įeigos } x=U_0 \text{ ir būsenos } z=u_c: \frac{dz}{dt} = \frac{x-z}{R_1C}$$

Kad gautume apibrėžtą pirmos eilės diferencialinės lygties, aprašančios procesą P_1 , dalinį sprendinį, pakanka turėti vieną pradinę sąlygą – įtampos $u_c(t)$ pradinę reikšmę $u_c(0)$, kai $t=0$. Tarkim,

kad tuo momentu kondensatorius buvo dar tik prijungiamas prie srovės šaltinio ir buvo dar nepakrautas, t. y. $u_c(0)=0$. Šitos pradinės sąlygos visai pakanka, kad gautume apibrėžtą diferencialinės lygties sprendinį, o tai ir reiškia, kad **objekto O_1 (ir proceso P_1) būsenai apibūdinti pakanka vienos koordinatės**. Kaip jau buvo minėta, ja galėjo būti ne tik u_c , bet ir q_c .

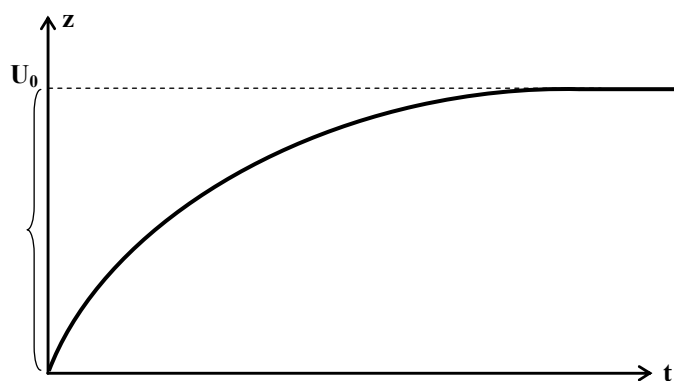
Sprendami diferencialinę lygtį, gauname proceso P_1 (ir objekto O_1) fazinę trajektoriją:

$$\frac{du_c(t)}{U_0 - u_c(t)} = \frac{dt}{R_1 C}; \quad \frac{d(u_c(t) - U_0)}{u_c(t) - U_0} = -\frac{dt}{R_1 C}; \quad \ln(u_c(t) - U_0) \Big|_0^t = -\frac{t}{R_1 C} \Big|_0^t;$$

$$\ln \frac{u_c(t) - U_0}{u_c(0) - U_0} = -\frac{t}{R_1 C}; \quad \frac{u_c(t) - U_0}{0 - U_0} = e^{-\frac{t}{R_1 C}}; \quad u_c(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}}).$$

Iš ką tik gautų rezultatų ir jų analizės išplaukia tokios keturios išvados:

- 1) Proceso P_1 būsenų erdvė Z – vienmatė, o jo fazinė erdvė $Z \times T$ – dvimatė ir turi dvi koordinatines ašis: $z_1 = u_c$ ir t ; 2) Proceso P_1 kalendorius T – tolydus ir $T \subset [0, +\infty[$, t. y. $t \in [0, +\infty[$;
- 3) Proceso P_1 fazinė trajektorija $(Z_H)_T$ yra eksponentė $z_1(t) = u_c(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}})$ (ji parodyta 11 pav.); 4) Fazinės trajektorijos portretas – jos projekcija į koordinatinę ašį z , sudarančią galimų būsenų erdvę, yra atkarpa, jungianti taškus $z=0$ ir $z=U_0$ ir vaizduojanti faktiškąją objekto O_1 būsenų erdvę.



11 pav.

Pereisime prie proceso P_2 ir objekto O_2 nagrinėjimo. Taikydami antrąjį Kirchhofo dėsnį grandinei CK_2LR_2 , gauname lygtį: $u_c + u_L + u_{R_2} = 0$, kurioje u_{R_2} – įtampa tarp varžos R_2 polių, o u_L – įtampa, atsirandanti tarp ritelės, turinčios induktyvumą L , polių. Kaip teigia Faradėjo dėsnis, įtampa u_L , atsirandanti dėl elektromagnetinės indukcijos reiškinio, yra aprašoma formule $u_L = L \frac{di}{dt}$. Dešiniojoje šios lygybės pusėje rašome 0 todėl, kad grandinė CLR_2 neturi nuosavojo e.v.j. šaltinio ir elektros srovė joje gali atsirasti tik todėl, kad kontaktų K_2 sujungimo momentu kondensatorius C yra jau pasikrovęs iki kokios nors įtampos $u_c \neq 0$.

Kadangi $u_L = L \frac{di}{dt}$, $u_{R_2} = iR_2$, o $u_c = \frac{q_c}{C}$ ir $i = C \frac{du_c}{dt}$, tai $u_{R_2} = R_2 C \frac{du_c}{dt}$, $u_L = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2}$, iš kur gauname $LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + R_2 C \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ – antrosios eilės diferencialinę lygtį su pastoviais koeficientais, aprašančią procesą P_2 .

Kad gautume šios diferencialinės lygties apibrėžtą dalinį sprendinį, mums reikia žinoti dvi pradines sąlygas, pavyzdžiui, $u_c(0)$ ir $u'_c(0)$, o tai reiškia, kad **proceso P_2 (ir objekto O_2 , sudarančio virpesių kontūrą CK_2LR_2) būsenos vektorius $\vec{z}$ privalo turėti dvi koordinates**. Jas galima išsirinkti įvairiai. Viena iš galimų kombinacijų: $z_1 = u_c$, $z_2 = \frac{du_c}{dt}$.

Galima ir kita kombinacija: $z_1 = u_c$, $z_2 = i$, nes i yra išvestinės $\frac{du_c}{dt}$ funkcija ($i = \frac{dq_c}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$).

Pasirinkime antrąją kombinaciją ir, priėmę proceso P_2 pradžios momentu kontaktų K_1 išjungimo ir kontaktų K_2 sujungimo momentą, kuomet kondensatorius jau pakrautas iki įtampos, praktiškai lygios U_0 , o srovė virpesių kontūre dar nebuvo pradėjusi tekėti, gausime tokias pradines

sąlygas: $z_1(0)=u_c(0)=U_0$, $z_2(0)=i(0)=0$.

Išsprendę diferencialinę lygtį $LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + R_2 C \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$, gauname, kad atveju, kai $R_2^2 C^2 \neq 4LC$, šios lygties bendrasis sprendinys yra $u_c(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$. Šioje formulėje $k_1 = \frac{-R_2 C - \sqrt{R_2^2 C^2 - 4LC}}{2LC}$, $k_2 = \frac{-R_2 C + \sqrt{R_2^2 C^2 - 4LC}}{2LC}$, o C_1 ir C_2 – neapibrėžti koeficientai, kurių reikšmė priklauso nuo pradinių sąlygų.

$$\text{Iš pradinių sąlygų išplaukia, jog } C_1 = \frac{U_0}{2} \left(1 - \frac{R_2 C}{\sqrt{R_2^2 C^2 - 4LC}} \right); \quad C_2 = \frac{U_0}{2} \left(1 + \frac{R_2 C}{\sqrt{R_2^2 C^2 - 4LC}} \right).$$

Nesunku įrodyti, kad:

1) kai $R_2^2 C^2 - 4LC > 0$, tai procesas P_2 – **aperiodinis procesas**, sudarantis monotoninį kondensatoriaus išsikrovimą per varžą R_2 ir ritelę, turinčią induktyvumą L ; tą procesą aprašo koordinatės z_1 kitimo trajektorija $z_1(t) = u_c(t) = \frac{U_0}{2} \left[e^{k_2 t} + e^{k_1 t} + \frac{R_2 C}{\sqrt{R_2^2 C^2 - 4LC}} (e^{k_2 t} - e^{k_1 t}) \right]$;

2) kai $R_2^2 C^2 - 4LC < 0$ ir $R_2 > 0$, tai procesas P_2 – **slopstantys virpesiai**, kurių metu taip pat vyksta palaipsniškas kondensatoriaus išsikrovimas (t. y. virpesių amplitudės mažėjimas); šiuos įtampos u_c svyravimus aprašo koordinatės $z_1(t) = u_c(t)$ kitimo trajektorija

$$z_1(t) = U_0 e^{-\frac{R_2}{2L}t} \left[\cos \frac{\sqrt{4LC - R_2^2 C^2}}{2LC} t + \frac{R_2 C}{\sqrt{4LC - R_2^2 C^2}} \sin \frac{\sqrt{4LC - R_2^2 C^2}}{2LC} t \right];$$

3) kai $R_2^2 C^2 - 4LC = 0$, tai $u_c(t) = e^{kt}(C_1 + C_2 t)$, kur $k = -\frac{R_2}{2L}$, $C_1 = U_0$, $C_2 = U_0 \frac{R_2}{2L}$; tai – aperiodinis įtampos u_c mažėjimo (**kondensatoriaus išsikrovimo**) procesas, turintis **linkio tašką**, kai $t = \frac{2L}{R_2}$. *

Išnagrinėsime tokį idealizuotą atvejį, kai $R_2 = 0$, o $LC \neq 0$. Tuomet $k_1 = \frac{-j}{\sqrt{LC}}$, $k_2 = \frac{+j}{\sqrt{LC}}$, ir todėl iš formulės $z(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$ gauname, kad $u_c(t) = C_1 e^{\frac{-jt}{\sqrt{LC}}} + C_2 e^{\frac{+jt}{\sqrt{LC}}}$, kur j – menamas vienetasis.

Iš pradinių sąlygų $z_1(0) = u_c(0) = U_0$ ir $z_2(0) = i(0) = 0$ gauname, jog $C_1 + C_2 = U_0$ ir $-C_1 + C_2 = 0$, iš kur $C_1 = C_2 = \frac{U_0}{2}$ ir $u_c(t) = U_0 \frac{e^{\frac{-jt}{\sqrt{LC}}} + e^{\frac{+jt}{\sqrt{LC}}}}{2} = U_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$.

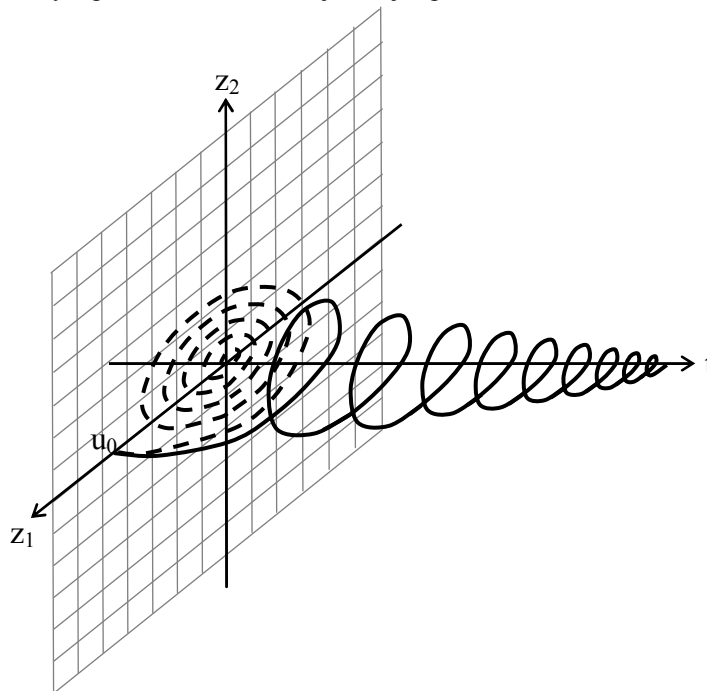
Pažymėję $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$, kur ω_0 – **nuosavųjų (laisvųjų) virpesių** kampinis dažnis, kai $R_2 = 0$, nes tuomet $\frac{\sqrt{4LC - R_2^2 C^2}}{2LC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, gauname, kad $z_1(t) = u_c(t) = U_0 \cos \omega_0 t$, o $z_2(t) = i(t) = C \frac{dU_c(t)}{dt} = -U_0 C \omega_0 \sin \omega_0 t$. Būsenos vektorius $\vec{z}(t) = (z_1(t), z_2(t)) = (U_0 \cos \omega_0 t; -U_0 C \omega_0 \sin \omega_0 t)$ yra dvimatis, o fazinė erdvė $Z \times T$ – trimatė.

Fazinės trajektorijos portretą gausime, suprojektavę fazinę trajektoriją į erdvę Z , t. y. eliminavę kintamąjį t iš fazinės trajektorijos parametrinių lygčių $z_1(t) = u_c(t) = U_0 \cos \omega_0 t$ ir $z_2(t) = -U_0 C \omega_0 \sin \omega_0 t$.

* Jei skaitytojiui, nagrinėjant procesus P_1 ir P_2 , kyla neaiškumų, rekomenduoju susirasti šios mokymosi priemonės 1.11. skyriuje atitinkamus skyrelius, kuriuose nagrinėjami panašūs procesai, ir viską išsiaiškinti. Tame skyriuje aprašytas ir diferencialinių lygčių sprendimo metodas, jas transformuojant į algebrines lygtis. Rekomenduočiau skaitytojiui pabandyti savarankiškai gauti čia pateiktus rezultatus.

Kadangi $\frac{z_1(t)}{U_0} = \cos \omega_0 t$ ir $\frac{z_2(t)}{U_0 C \omega_0} = -\sin \omega_0 t$, tai $\frac{z_1^2(t)}{U_0^2} + \frac{z_2^2(t)}{U_0^2 C^2 \omega_0^2} = 1 = \text{const}$, t. y., ši lygybė jau nebeprisiklauso nuo t . Vadinasi, fazinės trajektorijos portretas šiuo atveju yra elipsė $\frac{z_1^2}{a^2} + \frac{z_2^2}{b^2} = 1$ plokštumoje $Z_1 \times Z_2$, kur $a = U_0$ ir $b = U_0 C \omega_0 = U_0 C \frac{1}{\sqrt{LC}} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$. Proceso P_2 fazinė trajektorija, kai $R_2 = 0$, yra elipsinė sraigtinė linija fazinėje erdvėje $Z_1 \times Z_2 \times T$, išlaikanti pastovias $a = U_0$ ir $b = U_0 C \omega_0$ reikšmes.

Nesunku įsitikinti, kad tuo atveju, kai R_2 yra teigiamas, bet palyginti mažas dydis, t. y., kai $R_2 > 0$ ir $R_2^2 C^2 - 4LC < 0$, mes gausime proceso P_2 fazinės trajektorijos portretą – elipsinę spiralę. Pati fazinė trajektorija tuomet bus elipsinė spiralinė sraigtinė linija, kurios parametrai a ir b , laikui bėgant, mažės, kaip parodyta 12 pav., kuriame plokštuma $Z_1 \times Z_2$ užštrichuota langeliais. Joje štrichais pavaizduota spiralė ir yra proceso P_2 fazinės trajektorijos portretas.



12 pav.

Išnagrinėti pavyzdžiai leidžia padaryti išvadą, kad **tais atvejais, kai proceso kalendorius tolydus, o pats procesas aprašomas diferencialine lygtimi ar jų sistema, tai to proceso būsenų erdvė Z privalo turėti ne mažiau kaip r koordinatinių ašių, kur r – bendras pradinių sąlygų, reikalingų diferencialinės lygties ar tokių lygčių sistemos dalinio sprendinio apibrėžtumui, skaičius.**

Pavyzdžiui, kai procesas aprašomas viena antros eilės diferencialine lygtimi, tai to proceso būsenų erdvė Z – dvimatė. Kai procesas aprašomas trijų pirmos eilės diferencialinių lygčių sistema, tai to proceso būsenų erdvė Z – trimatė. Pačios **būsenų erdvės koordinatės gali būti parinktos įvairiais būdais, tačiau turi būti nepriklausomos**, t. y. nė viena iš koordinatinių neturi būti kitų koordinatinių vienareikšmė funkcija.

Išnagrinėto proceso P_2 būsenų erdvės koordinatės galėjo būti ne tik u_c ir i arba u_c ir $\frac{du_c}{dt}$, bet ir $W^{(p)}$ ir $W^{(k)}$, kur $W^{(p)}$ – „potencialinė“ kontūro energija (t. y. potencialinė kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija $W^{(p)} = \frac{Cu_c^2}{2}$), o $W^{(k)}$ – „kinetinė“ jo energija (t. y. ritelės $W^{(p)}$ = elektromagnetinio

lauko energija $W^{(k)} = \frac{Li^2}{2}$).

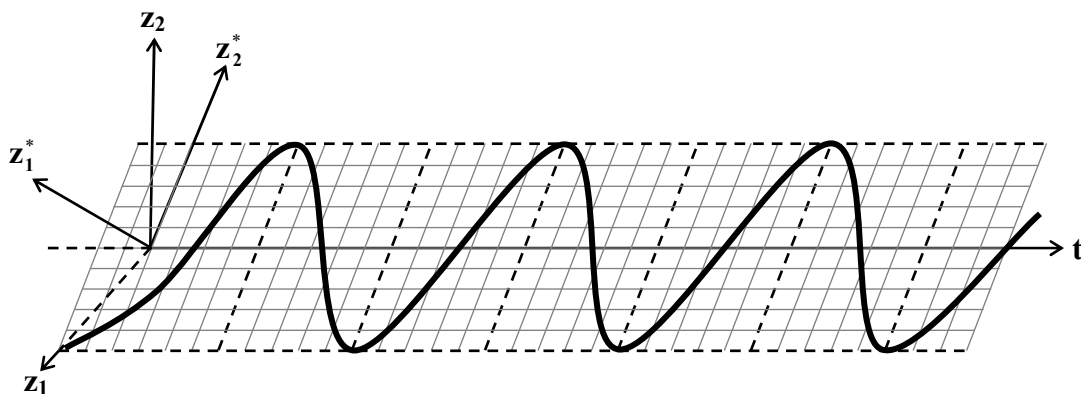
Jei grįžtume prie atvejo $R_2=0$ nagrinėjimo, kuomet $u_c(t)=U_0\cos\omega_0t$ ir $i(t)=-U_0C\omega_0\sin\omega_0t$, tai gautume, kad $z_1(t)=W^{(p)}(t)=\frac{CU_0^2}{2}\cos^2\omega_0t$, $z_2(t)=W^{(k)}(t)=\frac{LC^2\omega_0^2U_0^2}{2}\sin^2\omega_0t=\frac{CU_0^2}{2}\sin^2\omega_0t$, iš kur išplaukia lygybė $z_1(t)+z_2(t)=\frac{CU_0^2}{2}(\cos^2\omega_0t+\sin^2\omega_0t)=\frac{CU_0^2}{2}=\text{const.}$, atitinkanti energijos tvermės dėsnį: kiek energijos buvo sukaupta proceso P_1 dėka ir buvo perduota procesui P_2 , tiek jos visą laiką ir lieka, tik virpesių metu $W^{(p)}$ pereina į $W^{(k)}$, o ši vėl į $W^{(p)}$ ir t. t. Kiek kiekvienu momentu t kontūras CR_2L turi „potencialinės“ ir „kinetinės“ energijos, kaip tik ir nurodo kontūro būsenos koordinatės: $z_1(t)=W^{(p)}(t)=\frac{CU_0^2}{2}\cos^2\omega_0t$, $z_2(t)=W^{(k)}(t)=\frac{CU_0^2}{2}\sin^2\omega_0t$.

Naujų koordinatinių $z_1=W^{(p)}$ ir $z_2=W^{(k)}$ erdvėje proceso P_2 fazinė trajektorija ir jos portretas paprastesni, negu koordinatinių $z_1=U_c$ ir $z_2=i$ erdvėje. Fazinės trajektorijos portreto matematinį aprašymą sudarys lygybė $z_1+z_2=\frac{CU_0^2}{2}$ bei nelygybės $0 \leq z_1 \leq \frac{CU_0^2}{2}$ ir $0 \leq z_2 \leq \frac{CU_0^2}{2}$. Grafiškai šis portretas būsenų $z_1(t)=W^{(p)}(t)$ ir $z_2(t)=W^{(k)}(t)$ erdvėje – plokštumoje $Z_1 \times Z_2$ – yra tiesės atkarpa, jungianti taškus $\left(\frac{CU_0^2}{2}, 0\right)$ ir $\left(0, \frac{CU_0^2}{2}\right)$.

Fazinė trajektorija erdvėje $Z_1 \times Z_2 \times T$ – plokščia kosinusoidė, kurios plokštuma kerta plokštumą $Z_1 \times Z_2$ statmenai. Tų plokštumų susikirtimo tiesės lygtis fazinėje erdvėje:
$$\begin{cases} z_1(t) + z_2(t) = \frac{CU_0^2}{2} \\ t = 0 \end{cases}$$

Jei koordinatinių ašis z_1 ir z_2 pasuktume kampu $\alpha=45^\circ$, t. y. pasirinktume naujas koordinatinių ašis $z_1^* = z_1 \cos 45^\circ + z_2 \sin 45^\circ$ ir $z_2^* = -z_1 \sin 45^\circ + z_2 \cos 45^\circ$, tai fazinės trajektorijos koordinatinių parametrinės išraiškos naujoje fazinėje erdvėje $Z_1^* \times Z_2^* \times T$ būtų dar paprastesnės: $z_1^*(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}(z_1(t) + z_2(t)) = \frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4} = \text{const.}$, $z_2^*(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-z_1(t) + z_2(t)) = \frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4}(\sin^2\omega_0t - \cos^2\omega_0t) = -\frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4}\cos 2\omega_0t$.

Gautos išraiškos rodo, kad fazinės trajektorijos koordinatė z_1^* bus visą laiką pastovi, nes fazinė trajektorija gulės plokštumoje $z_1^* = \frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4} = \text{const.}$, o koordinatė z_2^* keisis toje plokštumoje laikui bėgant taip, kad fazinė trajektorija bus funkcijos $z_2^*(t) = -\frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4}\cos 2\omega_0t$ grafikas (žiūr. 13 pav.). Kitaip tariant, proceso P_2 būsenos kitimo (to proceso fazinės trajektorijos) aprašymui šiuo atveju pakaks tik vienos koordinatės z_2^* , tačiau, žinoma, tik tuo atveju, kai mums bus žinoma koordinatė z_1^* , kuri visą laiką išlieka pastovi, pradinė reikšmė $z_1^*(0) = \frac{CU_0^2\sqrt{2}}{4}$.



13 pav.

Koordinatės z_2^* periodinio kitimo kampinis dažnis bus $2\omega_0$, t. y. dvigubai didesnis negu kondensatoriaus įtampos u_c kitimo dažnis ω_0 , nes vienam u_c kitimo periodui tenka du energijos perėjimų (iš potencinės į kinetinę ir atgal) periodai. Nesunku įsitikinti, kad koordinatės z_1^* reikšmė sutampa su kontūro CR_2L pilnos energijos reikšme, padauginta iš koeficiento $\frac{\sqrt{2}}{2}$, o koordinatės $z_2^*(t)$ reikšmė vaizduoja kontūro „kinetinės“ ir „potencinės“ energijų skirtumą momentu t , padaugintą iš to paties koeficiento $\frac{\sqrt{2}}{2}$. To koeficiento buvo galima ir neįsivedinėti, o tiesiog pasirinkti naujas koordinatas: $z_1^{**} = z_1 + z_2$ ir $z_2^{**} = z_2 - z_1$ (arba $z_2^{**} = z_1 - z_2$).

Išnagrinėti pavyzdžiai rodo, kad **galima transformuoti ne tik įėjimų ir išėjimų erdves**, kas jau buvo parodyta 1.2. skyriuje, **bet ir būsenų erdvę**.

Transformacijos, atitinkančios koordinatinių ašių posūkius bei koordinačių sistemos centro poslinkius, būdamos **tiesinėmis transformacijomis**, nekeičia atstumų tarp erdvės taškų bei kampų tarp erdvės linijų, todėl nekeičia ir fazinės trajektorijos grafiko bei jos portreto, o tik to grafiko padėtį fazinėje erdvėje (ką mes ir gavome, pereidami nuo koordinačių $z_1=W^{(P)}$ ir $z_2=W^{(k)}$ prie koordinačių $z_1^* = \frac{\sqrt{2}}{2}(z_1 + z_2)$ ir

$z_2^* = \frac{\sqrt{2}}{2}(-z_1 + z_2)$ sistemos, arba galėjome gauti, pereidami prie koordinačių $z_1^{**} = z_1 + z_2$ ir $z_2^{**} = z_2 - z_1$).

Netiesinės transformacijos (pavyzdžiui, perėjimas nuo būsenos koordinačių u_c ir i prie $W^{(P)}$ ir $W^{(k)}$), keičiančios atstumus tarp erdvės taškų bei kampus tarp linijų erdvėse, gali būti panaudotos tam, kad gautume paprastesnes fazinės trajektorijos bei jos portreto išraiškas ir grafikus.

Kaip pirmojo, taip ir antrojo tipo transformacijos analiziškai aprašomos **formulių superpozicijos operacijomis**, tik pirmuoju atveju „senos“ koordinatės pakeičiamos tiesinėmis „naujų“ koordinačių kombinacijomis (ir atvirkščiai), o antruoju atveju – netiesinėmis. Diskrečiose erdvėse, kaip jau buvo parodyta 1.2. skyriuje, nagrinėjant įėjimų ir išėjimų erdves, **galima keisti net erdvės matavimų skaičių**, kas pasiekama **koordinačių kodavimo metodu**, pereinant nuo vienos abėcėlės prie kitos, turinčios daugiau (arba mažiau) ženklų, negu pirmoji. **Būsenų erdvės matavimų skaičių, transformuojant būsenas ir jų erdves, kaip rodo ką tik išnagrinėtas proceso P_2 būsenų erdvės transformavimo pavyzdys, kartais galima keisti ir sistemose, turinčiose tolydų kalendorių**. Svarbu atkreipti skaitytojo dėmesį į tai, kad nors, naudojantis **kodavimo metodais**, kiekvienas senos erdvės taškas pervedamas į vienareikšmiškai atitinkantį tik vieną naujos erdvės tašką, „**naujojoje**“ **erdvėje kartais gali atsirasti ir tokių taškų, kurie neatitinka nė vieno „senosios“ erdvės taško**. Taip atsitinka, pavyzdžiui, naudojantis **pertekliniais kodais** (apie perteklinius kodus ir **teiginių algebros dalinių funkcijų** minimizavimą, žiūr. šios mokymosi priemonės 1.16.1.4.10. skyrelį).

Kyla klausimas, **kaip sudaryti objekto arba proceso būsenų erdvės minimalų modelį**. Jei procesas P_j turi tolydų kalendorių ir gali būti aprašytas diferencialinių lygčių sistema, tai minimalų to proceso būsenų erdvės koordinačių skaičių (o taip pat ir proceso P_j parametrus, atitinkančius tas koordinates) galima surasti, kaip jau buvo minėta, pagal pradines sąlygas, kurių žinojimas reikalingas tam, kad gautume apibrėžtą diferencialinių lygčių sistemos dalinį sprendinį. Pavyzdžiui, nagrinėdami virpesių kontūrą ir jame vykstantį procesą P_2 , mes gavome antros eilės

diferencialinę lygtį. Kad iš visų galimų tos lygties sprendinių aibės išsirinktume vieną pilnai apibrėžtą sprendinį, reikia žinoti dvi pradinės sąlygas, pavyzdžiui, $u_c(0)$ ir $i(0)$, o tai reiškia, kad proceso P_2 būsenų erdvė turi būti dvimatė ir jos koordinatėmis gali būti u_c ir i . Išnagrinėję tų koordinačių (t. y., u_c ir i) galimų reikšmių aibę (t. y., u_c ir i kitimo sritis), mes galime nustatyti proceso būsenų erdves $\hat{Z}$ ir Z .

Jei proceso P_2 būsenų erdvės koordinatėmis pasirinktume $z_1=W^{(P)}$ ir $z_2=W^{(k)}$, tai tuo atveju, kai $R_2=0$, potenciali (išplėstinė) būsenų erdvė $\hat{Z}=Z_1 \times Z_2$ sudarytų kvadratą, kurio viršūnės būtų taškuose $(0, 0)$, $\left(\frac{CU_0^2}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{CU_0^2}{2}, \frac{CU_0^2}{2}\right)$ ir $\left(0, \frac{CU_0^2}{2}\right)$,

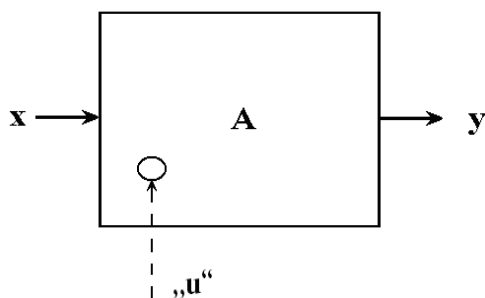
nes $0 \leq z_1(t) \leq \frac{CU_0^2}{2}$ ir $0 \leq z_2(t) \leq \frac{CU_0^2}{2}$. Reali būsenų erdvė Z šiuo atveju būtų tiesės

atkarpa, jungianti taškus $\left(\frac{CU_0^2}{2}, 0\right)$ ir $\left(0, \frac{CU_0^2}{2}\right)$. Tai reiškia, kad **šiuo atveju galima**

pereiti nuo dvimatės prie vienamatės proceso P_2 būsenų erdvės. Tai ir buvo padaryta, pereinant prie koordinačių z_1^* ir z_2^* sistemos, kurioje proceso P_2 kitimas aprašytas pasinaudojant viena koordinate z_2^* . Kitais žodžiais tariant, procesą P_2 nagrinėjamu atveju, **pasinaudojus energijos tvėrmės dėsnio**, galima aprašyti viena pirmos eilės diferencialine lygtimi, kurią sprendžiant pakanka žinoti tik vieną pradinę sąlygą.

Dabar išnagrinėsime minimalios diskrečios būsenų erdvės nustatymo uždavinio sprendimo pavyzdį. Rekomenduoju skaitytojui gerai įsigilinti į jį.

Tarkim, kad mums duotas determinuotas baigtinis automatas, turintis diskretų kalendorių ir baigtines įėjimo bei išėjimo abėcėles, pavyzdžiui, $\mathcal{X}=\{x_0, x_1, x_2\}$, $\mathcal{Y}=\{y_1, y_2\}$. Mes galime iš įėjimo abėcėlės raidžių sudarinėti sekas (įeigos žodžius, įvedamus paraidžiui) ir stebėti, kokius išeigos žodžius, pervesdamas įeigos raides į išeigos raides, išduoda automatas. Atlikę pakankamą eksperimentų skaičių, mes, analizuodami, kaip išeigos žodžiai atitinka įeigos žodžius, galime nustatyti išeigos priklausomybę nuo įeigos. Kad palengvintume sau minėtos priklausomybės nustatymo uždavinių sprendimą, eksperimentams pasirinksiame tokį automatą, kuris šalia pagrindinio įėjimo x turi dar ir valdomą valdymo įėjimą u , grąžinantį automatą į pradinę būseną. Tai, tarkime, galima padaryti paspaudus mygtuką „u“ (žiūr. 14 pav.).



14 pav.

Šita galimybė (grąžinti automatą į pradinę būseną) naudosimės kiekvieno eksperimento pradžioje, t. y. kiekvieną kartą, prieš pradėdami įvedinėti naują įeigos žodį. Mygtuko „u“ paspaudimas reikš, kad pasibaigė eilinio įeigos žodžio paraidinis įvedimas bei jį atitinkančio išeigos žodžio paraidinis išvedimas ir prasideda naujo įeigos žodžio įvedimas. Pradinę automato būseną pažymėsime koku nors simboliu, pavyzdžiui, simboliu z_0 ir, išnagrinėję eksperimentų rezultatus, pabandysime nustatyti, ar automatas turi dar ir kitų būsenų.

Tarkim, kad eksperimentai davė rezultatus, surašytus 2-ojoje lentelėje.

Kad objektas, su kuriuo eksperimentuojama, tikrai yra determinuotas, galima įsitikinti, patikrinus **objekto determinuotumo sąlygą**: eksperimentuose su determinuotais objektais (vykdomuose taip, kad kiekvienas naujas žodis pradedamas įvedinėti, grąžinus objektą į pradinę būseną) kiekvieną porą bet kokių vienodų įeigos žodžių visuomet turi atitikti pora vienodų išeigos žodžių, t. y., įvedinėdami vienodomis sąlygomis vieną ir tą patį įeigos žodį keletą kartų, mes kiekvieną kartą turime gauti vis tą patį išeigos žodį. Tarkim, kad ši sąlyga buvo patikrinta dar prieš sudarant 2-ją lentelę, ir mes jau žinome, kad nagrinėjamas objektas – determinuotas. Čia pateiktoji 2-oji lentelė, kaip nesunku įsitikinti, taip pat tenkina determinuotumo sąlygą, nes ji, kaip vėliau įsitikinsime, tenkina antrąją automatiškumo sąlygą, kurią gali ir privalo tenkinti determinuoti baigtiniai automatai.

2. lentelė

Eksp.nr.	Iėjimas	Išėjimas	Eksp.nr.	Iėjimas	Išėjimas
1	$x_1x_2x_0x_1$	$y_1y_0y_1y_1$	11	x_2x_0	y_0y_1
2	$x_2x_1x_1x_0$	$y_0y_0y_0y_1$	12	x_0	y_0
3	$x_2x_1x_0x_1$	$y_0y_0y_1y_1$	13	x_2x_1	y_0y_0
4	$x_2x_0x_2$	$y_0y_1y_0$	14	x_1	y_1
5	$x_2x_1x_2$	$y_0y_0y_1$	15	x_2x_2	y_0y_1
6	$x_2x_2x_1$	$y_0y_1y_0$	16	x_2	y_0
7	$x_2x_2x_2$	$y_0y_1y_1$	17	x_1x_0	y_1y_0
8	x_0x_0	y_0y_0	18	x_1x_1	y_1y_1
9	x_0x_1	y_0y_1	19	$x_2x_0x_0$	$y_0y_1y_0$
10	x_0x_2	y_0y_0	20	$x_2x_2x_0$	$y_0y_1y_1$

Patikrinsim, ar nagrinėjamas objektas, kurio funkcionavimą aprašo 2-oji lentelė, tikrai yra diskretus determinuotas objektas, t. y. patikrinsim, ar išpildyti automatiškumo sąlygų reikalavimai, kuriuos būtinai turi tenkinti bet koks determinuotas automatas.

Pirmoji automatiškumo sąlyga reikalauja, kad kiekvieną įėjigos žodžio raidę atitiktų viena ir tikrai viena išėjigos žodžio raidė, t. y., kad įėjigos ir išėjigos žodžių ilgiai būtų vienodi. Nesunku įsitikinti, kad eksperimentų 1–20 rezultatai šį reikalavimą tenkina.

Antroji automatiškumo sąlyga reikalauja, kad vienodas bet kurių įėjigos žodžių pradinės atkarpas atitiktų vienodos atitinkamų išėjigos žodžių pradinės atkarpos. Ši sąlyga išplaukia iš automato determinuotumo apibrėžimo. Nesunku įsitikinti, kad ir šį reikalavimą tenkina visi eksperimentų rezultatai, pateikti 2-ojoje lentelėje. Pavyzdžiui, vienodą įėjigos žodžių Nr. 2, Nr. 3, Nr. 5 ir Nr. 13 pradinę atkarpą x_2x_1 visada atitinka viena ir ta pati išėjigos žodžių pradinę atkarpą y_0y_0 . Tą patį galima pasakyti ir apie žodžių Nr. 6, Nr. 7, Nr. 15 ir Nr. 20 pradinę atkarpą x_2x_2 bei žodžių Nr. 1, Nr. 14, Nr. 17, Nr. 18 pradinę atkarpą x_1 ir t. t.

Taigi nagrinėjamas objektas tikrai yra diskretus determinuotas automatas, turintis įėjimų abėcėlę x_0, x_1, x_2 ir išėjimų abėcėlę y_0, y_1 .

Išnagrinėsime, kiek tas automatas turi būsenų. Jei jis turėtų tik vieną būseną, tai vienodas įėjigos žodžių raidės nepriklausomai nuo jų vietos žodyje visuomet atitiktų vienodos išėjigos žodžių raidės. Pažiūrėję į 2-ąją lentelę, matome, kad šis reikalavimas netenkinamas. Pavyzdžiui, žodyje Nr. 3 raidę x_1 atitinka raidė y_0 ir raidė y_1 , žodžiuose Nr. 1 ir Nr. 9 raidę x_0 atitinka skirtingos raidės y_1 ir y_0 ir t. t. Tai reiškia, jog nagrinėjamas automatas turi ne tik būseną, pažymėtą simboliu z_0 , į kurią mes jį kiekvieną kartą grąžiname, paduodami signalą „u“, bet ir nors vieną kitą būseną, į kurią jis pereina, veikiant įėjigos x signalams. Ir tokių naujų būsenų gali būti ne viena. Kadangi kiekviena įėjimo raidė gali pervesti automata į naują būseną, išnagrinėsime automato išėjigos tose galimose naujose būsenose laikinai žymėdami tas būsenas skirtingais sąlyginiais žymenimis su klaustukais, reiškiančiais, jog mes kol kas dar nežinome, ar tai kokia nors nauja dar nepažymėta, ar jau seniau pažymėta būsena. Jei dviejose skirtingai pažymėtose būsenose gausime vienodas išėjimų atitikimo įėjigoms lenteles, vadinamas įėjigos–išėjigos lentelėmis, tai reikš, kad tos būsenos viena nuo kitos nesiskiria ir gali būti pažymėtos vienodai kaip viena ir ta pati būsena. Jei dviejose skirtingai pažymėtose būsenose gausime skirtingas įėjimų–išėjimų lenteles, tai reikš, kad tos būsenos yra tikrai skirtingos ir turi būti skirtingai žymimos jau ne tik sąlyginiais laikiniais žymenimis, bet ir pastoviais skirtingais žymenimis.

Tarkim, kad automata iš pradinės būsenos z_0 signalas x_0 gali pervesti į būseną $z_1^?$, signalas x_1 – į būseną $z_2^?$ ir signalas x_2 – į būseną $z_3^?$. Žymenys $z_1^?, z_2^?, z_3^?$ yra parašyti klaustukai todėl, kad tai, kaip jau buvo minėta, tik hipotetiniai pažymėjimai mums dar nežinomų būsenų, kurios gali, bet ne būtinai privalo būti skirtingos, nes kai kurios iš būsenų $z_1^?, z_2^?, z_3^?$ gali ir sutapti viena su kita, o taip pat ir su būsena z_0 .

Kad surastume, kurios iš šių būsenų yra vienodos, o kurios skirtingos, išnagrinėsime automato įėjimų–išėjimų lenteles būsenose $z_0, z_1^?, z_2^?, z_3^?$, naudodamiesi 2-ąją lentelę. Sudarysime 3-ąją, 4-ąją, 5-ąją ir 6-ąją lenteles.

3. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
z_0	x_0	8	y_0
z_0	x_1	1	y_1
z_0	x_2	2	y_0

4. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_1^?$	x_0	8	y_0
$z_1^?$	x_1	9	y_1
$z_1^?$	x_2	10	y_0

5. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_2^?$	x_0	17	y_0
$z_2^?$	x_1	18	y_1
$z_2^?$	x_2	1	y_0

6. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_3^?$	x_0	4	y_1
$z_3^?$	x_1	2	y_0
$z_3^?$	x_2	6	y_1

Gavome, kad 3-iosios, 4-tosios ir 5-tosios lentelių išėjimai $y(t)$ sutampa, o tai reiškia, kad $z_1^? = z_2^? = z_0$. Kaip matome, 6-tosios lentelės išėjimai nesutampa su 3-ios lentelės išėjimais, o tai reiškia, kad $z_3^? \neq z_0$. Pažymėsime būseną, laikinai pažymėta sąlyginiu žymeniu $z_3^?$, jau pastoviu simboliu z_1 (dabar jau be klausuko).

Dabar jau galime sudaryti būsenai z_0 pastovią ir determinuotą įėjimų–išėjimų ir perėjimų lentelę (žiūr. 7-tąją lentelę, kuri gauta iš 3-sios lentelės).

Panašiai kaip ką tik buvo išnagrinėti perėjimai iš būsenos z_0 , išnagrinėsime perėjimus iš būsenos z_1 . Tarkim, kad signalas x_0 gali pervesti automata iš būsenos z_1 į hipotetinę būseną $z_4^?$, signalas x_1 – į $z_5^?$, o signalas x_2 – į $z_6^?$. Sudarysime įėjimų–išėjimų lenteles, atitinkančias perėjimus iš hipotetinių būsenų, t. y., 8-ją, 9-ją ir 10-ją lenteles.

7. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$z(t+1)$
z_0	x_0	y_0	z_0
z_0	x_1	y_1	z_0
z_0	x_2	y_0	z_1

8. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_4^?$	x_0	19	y_0
$z_4^?$	x_1	1	y_1
$z_4^?$	x_2	4	y_0

9. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_5^?$	x_0	3	y_1
$z_5^?$	x_1	2	y_0
$z_5^?$	x_2	5	y_1

10. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	Eksp.nr.	$y(t)$
$z_6^?$	x_0	20	y_1
$z_6^?$	x_1	6	y_0
$z_6^?$	x_2	7	y_1

Atkreipsiu skaitytojo dėmesį į 8-tosios lentelės antrąją eilutę, atitinkančią įėjimo signalą x_1 ir eksperimentą Nr. 1. Kad rastume atitinkančią šią eilutę išėjimo signalo y reikšmę, reikėtų rasti eksperimentą, kuriame automatas, būdamas būsenoje $z_4^?$, gauna signalą $x=x_1$. Į būseną $z_4^?$ automatas gali būti pervestas iš būsenos z_1 , kai gauna įėjimo signalą $x=x_0$. O į būseną z_1 automatas patenka iš būsenos z_0 , kai gauna įėjimo signalą $x=x_2$. Tam, kad automata iš būsenos z_0 pervestume į būseną $z_4^?$, reikia į automata, esantį būsenoje z_0 , įvesti įėjimo signalų seką x_2x_0 , o tam, kad įvykdytume eksperimentą, atitinkantį 8-tosios lentelės antrąją eilutę, ir rastume y reikšmę, reikia į automata, esantį būsenoje z_0 , įvesti signalų seką $x_2x_0x_1$. Tačiau 2-joje lentelėje nėra nė vieno žodžio, kurio pradinė atkarpa būtų $x_2x_0x_1$. Bet, pažiūrėję į 7-tąją lentelę, mes randame, kad būsenoje z_0 automatas gali būti ne tik prieš įvedant pirmąją žodžio raidę, bet ir po to, kai buvo įvesta pirmoji raidė, jei tik ji – ne x_2 . Pastebėsime, kad 2-sios lentelės pirmoje eilutėje žodis $x_1x_2x_0x_1$ prasideda raide x_1 , todėl ir po tos raidės įvedimo automatas pasilieka būsenoje z_0 . Dvi kitos raidės x_2x_0 perveda automata į būseną $z_4^?$, o paskutinė raidė x_1 kaip tik ir atitinka 8-sios lentelės antrosios eilutės sąlygas. Iš čia jau gauname, kad išeiga y turi būti y_1 , nes paskutinė išeigos žodžio, esančio 2-sios lentelės pirmoje eilutėje (eksperimentas Nr. 1), raidė yra y_1 .

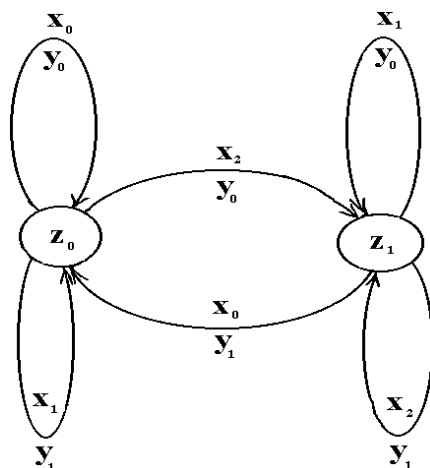
11. lentelė

$z(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$z(t+1)$
z_0	x_0	y_0	z_0
z_0	x_1	y_1	z_0
z_0	x_2	y_0	z_1
z_1	x_0	y_1	z_0
z_1	x_1	y_0	z_1
z_1	x_2	y_1	z_1

Palyginę 8-tąją, 9-tąją ir 10-tąją lenteles su 3-ąja ir 6-ąja lentelėmis, randame, kad $z_4^? = z_0$, $z_5^? = z_6^? = z_3^? = z_1$. Kadangi 8-joje, 9-joje ir 10-joje lentelėse naujų išėjimo signalų kombinacijų neatsirado,* tai reiškia, kad nagrinėjamas automatas neturi būsenų, kurios skirtųsi nuo jau išnagrinėtų būsenų $z=z_0$ ir $z=z_1$. Taigi, nagrinėjamo automato reali būsenų erdvė turi tik du taškus: $z=z_0$ ir $z=z_1$. Tai patvirtina, jog mūsų nagrinėjamas automatas tikrai yra baigtinis, nes **automatai, turintys baigtines įėjimų, išėjimų ir būsenų abėcėles, vadinami baigtiniais.**

* Esant automato įėjimų abėcėlei, susidedančiai iš $n=3$ simbolių, ir išėjimų abėcėlei, susidedančiai iš $m=2$ simbolių, naujų potencialių išėjimo signalų kombinacijų dar galėjo atsirasti (žiūr. 1.3.10. užduotį).

Dabar galima sudaryti **pilną įėjimų–išėjimų ir perėjimų lentelę** (žiūr. 11 lentelę), o taip pat **įėjimų–išėjimų ir perėjimų grafą** (žiūr. 15 pav.).



15 pav.

Turėdami tokį grafą ir žinodami pradinę automato būseną, labai lengvai galime nustatyti išėjimo ir būsenų trajektorijas (t. y. išėjimo ir būsenų „žodžius“, „sakinius“, „pastraipas“ ir t.t.), atitinkančias bet kurią įėjimo trajektoriją (įėjimo „žodį“, „sakinį“, „pastraipą“ ir t.t.). Pavyzdžiui, jei automatas, būdamas būsenoje $z=z_1$, gavo įėjimo „žodį“ $x_0x_1x_2x_1x_2x_0x_0x_1$, tai tą „žodį“ atitiks būsenų „žodis“ $z_1 \rightarrow z_0 \rightarrow z_0 \rightarrow z_1 \rightarrow z_1 \rightarrow z_1 \rightarrow z_0 \rightarrow z_0 \rightarrow z_0 = z_1 z_0 z_0 z_1 z_1 z_0 z_0 z_0$ ir išėjimo „žodis“ $y_1 y_1 y_0 y_0 y_1 y_1 y_0 y_1$.

15 pav. pavaizduotas grafas yra **lyg ir automato funkcionavimo portretas**, vaizduojantis visas galimas automato būsenų ir išėjimų trajektorijų projekcijas į būsenų ir išėjimų erdves. Pačias trajektorijas būtų galima pavaizduoti fazinėje erdvėje, turint omenyje, kad automato kalendorius – diskretus ir susideda iš laiko taškų, numeruojamų 0, 1, 2, 3, ... ir skiriančių vieną laiko taktą nuo kito.

Taktu – vadinama laiko atkarpa, kurios viduje automato būsena nesikeičia. Automato perėjimai iš vienos būsenos į kitą galimi tik pereinant iš vieno takto į kitą. Šituos perėjimus gali iššaukti įvairios priežastys. Jos gali būti vidinės ir išorinės.

Pavyzdžiui, automatų taktus ir jų kalendorių gali generuoti koks nors visiems tiems automatams bendras generatorius, veikiantis visus tuos automatus. Tokie automatai vadinami **sinchroniniais**, nes jie veikia sinchroniškai, t. y. suderintai laike.

Bet automatų perėjimus į naują būseną gali iššaukti ir įvairių įėjimo signalų poveikis bei vidinių procesų tėkmė. Tokie automatai gali turėti skirtingus kalendorius, ir jų taktai nebūtinai bus suderinti su kitų automatų taktais. Todėl tokie automatai vadinami **asinchroniniais**.

Čia išnagrinėtas automatas gali būti priskirtas prie asinchroninių automatų klasės, tačiau jis galėtų veikti ir sinchroniniame režime, gaudamas įėjimo signalus x_0 , x_1 ir x_2 , siunčiamus iš įrenginių, valdomų vieno, sinchroniniame režime veikiančio, vienodo ilgio taktų generatoriaus (pavyzdžiui, **multivibratoriaus**).

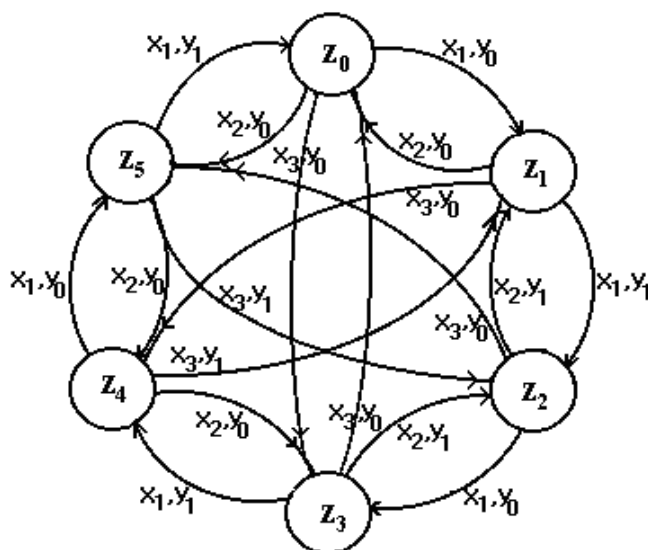
Norėčiau atkreipti skaitytojų dėmesį į būtinybę skirti **būsenų erdvės koordinatės** ir **būsenų erdvės koordinatės reikšmės** sąvokas. Būsenų erdvės koordinatės ($z_1, z_2, \dots, z_k, \dots, z_r$) – tai tos erdvės koordinačių ašys, atitinkančios būsenos kokybinius nepriklausomus ir būsenos esmę atskleidžiančius bei ją charakterizuojančius požymius, o būsenos vektoriaus $\vec{z}(t)$ koordinačių ($z_1, z_2, \dots, z_k, \dots, z_r$) reikšmės – tai skaičiai (ar kokie nors kiti įverčiai), rodantys momentinę objekto būseną $\vec{z}(t)$ vaizduojančio būsenų erdvės taško koordinačių reikšmės – to taško projekcijas į atitinkamas koordinačių ašis.

Pavyzdžiui, nagrinėdami procesą P_2 , mes buvome įvedę koordinates $z_1=u_c$ ir $z_2=i$. Tai būsenų erdvės skirtingos koordinatės, kurias atitinka skirtingos koordinačių ašys ir skirtingos charakteristikos: įtampa ir elektros srovės stipris. Kiekviena iš šių koordinačių gali turėti įvairias reikšmes (įtampos ir srovės stiprio reikšmės) iš savo galimo kitimo diapazonų Z_1 ir Z_2 , pavyzdžiui: $z_1 \in [-U_0, +U_0]$,

$z_2 \in \left[-U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}, +U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}\right]$, kai $R_2=0$. Kai $R_2>0$, tai z_2 kitimo diapazonas susiaurėja.

Ką tik išnagrinėto determinuoto automato būsenos z_0 ir z_1 – tai vienamატės būsenų erdvės, turinčios tik vieną koordinatų ašį, du taškai, vaizduojantys **vienos ir tos pačios būsenų koordinatės z dvi skirtingas reikšmes z_0 ir z_1** .

Automato, kurio išėjimų-perėjimų grafas pavaizduotas 16 pav., būsenų erdvė taip pat vienamატė, tačiau turi jau 6 taškus, t. y. šio automato būseną gali turėti 6 skirtingas reikšmes.



16 pav.

12. lentelė

z	ζ_2	ζ_1	ζ_0
z_0	0	0	0
z_1	0	0	1
z_2	0	1	0
z_3	0	1	1
z_4	1	0	0
z_5	1	0	1

Šio automato būsenų erdvę, kaip jau buvo minėta, galima laikyti viename, t. y. turinčia tik vieną koordinatų ašį z , kurioje yra 6 taškai – koordinatės z reikšmės: $z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$. Tačiau mes **galime šio automato būsenų erdvę transformuoti**, pavyzdžiui, norėdami aprašyti tą automatą dvireikšmės matematinės logikos kalba. Tuomet, pasinaudoję kodavimu dvejetainėje sistemoje, galėtume sudaryti koordinatės z reikšmių kodavimo lentelę (žiūr. 12. lentelę).

Gautume trimatę automato būsenų erdvę su koordinatėmis ζ_0, ζ_1 ir ζ_2 , galinčiomis turėti tik po dvi reikšmes: 0 ir 1. Reali šio automato būsenų erdvė turės, kaip ir anksčiau, tik 6 taškus, tačiau išplėstinę potencialiąją erdvę

$\hat{\zeta} = \zeta_0 \times \zeta_1 \times \zeta_2$ sudarys jau 8 taškus. Toks kodavimo būdas, sudarant šio automato matematinį modelį, leistų pasinaudoti jau minėtais pertekliniais kodais ir teiginių algebros dalinių funkcijų minimizavimo metodais, aprašytais šios mokymosi priemonės 1.16.1.4.10. skyrelyje.

Iki šiol mes nagrinėjome tik taip vadinamus „nesenstančius“ objektus. Bet tikrovėje visi objektai sensta ir ne tik sensta, bet ir gali, laikui bėgant, keisti savo charakteristikas bei funkcionavimą ir dėl kitų priežasčių, pavyzdžiui, dėl modernizacijos, adaptacijos ir pan. Kaip tokiais atvejais reikėtų vaizduoti bei modeliuoti tokių objektų būseną ir jos pokyčius?

Šiek tiek pamąstę, mes galime padaryti išvadą, kad **tokių objektų atvejį formaliai (t. y. matematiškai) galima suvesti į jau išnagrinėtą „nesenstančių“ objektų atvejį, priimdami laiką t dar viena objekto būseną vaizduojančio vektoriaus $\bar{z}$ koordinatę ir paversdami tokio objekto fazinę erdvę jo būsenų erdve.**

Toks objekto būsenos sąvokos išplėtimas ir ją vaizduojančio vektoriaus papildymas nėra jau tokia nenatūraliai dirbtinė ir grynai formali (grynai matematinė) operacija, kaip iš pirmo žvilgsnio galėtų pasirodyti. Juk mūsų nestebina, kai gydytojas, tirdamas mūsų sveikatos būklę, domisi mūsų amžiumi, kai, sprendžiant kaip bausti žmogų už padarytą nusikaltimą, atsižvelgiama (šalia kitų aplinkybių) ir į jo amžių, o vaikams iki tam tikro amžiaus iš viso netaiko baudžiamojo kodekso straipsnių, skirtų suaugusiems. Galime pakankamai pagrįstai teigti, kad **žmogaus amžius yra svarbi jo**

būseną charakterizuojančio vektoriaus koordinatė. Panašiai galima pasakyti ne tik apie žmogų, bet ir apie daugelį kitų objektų, kurie nagrinėjami sistemotyroje. Pavyzdžiui, namo ar automobilio amžius – svarbi jų būsenos charakteristika.

Būdama tokiais atvejais būsenos vektoriuje $\vec{z}$ viena iš galimų jo koordinačių, **koordinatė t vaidina ypatingą vaidmenį, nes ji veikia vektorių $\vec{z}$ dvejopai:** 1) tiesiogiai, **atspindėdama tiesioginį laiko t poveikį į tą objektą**, kurio būseną charakterizuoja vektorius $\vec{z}$, 2) **netiesiogiai, veikdama kitas to vektoriaus koordinates** per tiesioginį poveikį į vektoriaus $\vec{x}(t)$ koordinates, kurios gali keistis bei keičiasi laikui bėgant. Atsižvelgiant į tokį objekto funkcionavimo priklausomybės nuo laiko t dvejopumą, objekto išėjimo funkciją bendruoju atveju, aprėpiančiu ne tik „nesenstančius“, bet ir **tiesiogiai priklausančius nuo laiko t objektus**, reikėtų vaizduoti jau nebe taip, kaip iki šiol, t. y. jau ne $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$, o $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z}, t)$ arba $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z}_t)$, kur $\vec{z}_t = (z_1, z_2, \dots, z_r, t)$.

O tuo atveju, kai laikui bėgant keičiasi objekto vidinė struktūra ar/ir sudėtis ir todėl **keičiasi pati išėigos $\vec{y}$ priklausomybės nuo $\vec{x}$, $\vec{z}$ ir t forma**, vektorinės funkcijos $\vec{\varphi}$ argumentą t reikėtų vaizduoti ne tik vektorių $\vec{z}_t = (z_1, z_2, \dots, z_r, t)$ bei $\vec{x}_t = (x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ sudėtyje, bet ir atskirai, t. y. rašyti $\vec{y} = \vec{\varphi}_t(\vec{x}_t, \vec{z}_t, t)$. Šioje formulėje ženklelis $\vec{\varphi}_t$ reiškia, **jog nuo laiko t priklauso ne tik funkcijos argumentai, bet ir pati priklausomybė, jos forma $\vec{\varphi}$, tapdama kintančia forma $\vec{\varphi}_t$.**

Objekto išėjimo trajektorijos $\vec{y}(t)$ priklausomybę nuo įėjimo trajektorijos $\vec{x}(t)$, objekto fazinės trajektorijos $\vec{z}(t)$ ir tiesiogiai nuo laiko t bendruoju atveju reikėtų vaizduoti taip: $\vec{y}(t) = \vec{\varphi}_t(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t)$. Tokie žymėjimai yra gremėzdiškesni negu įprasta, todėl jais reikia naudotis tik tada, kai jų tikrai reikia, o visais tais atvejais, kai per objekto stebėjimo ar tyrimo laiką tiesioginis laiko t poveikis yra palyginti nežymus, pakanka žymėjimo $\vec{y}(t) = \vec{\varphi}(\vec{x}(t), \vec{z}(t))$. Mes šioje mokymosi priemonėje jais dažniausiai ir naudosimės. Jais, pavyzdžiui, naudosimės ir 1.4. skyriaus pradžioje, įsivesdami **išorinio matematinio modelio sąvoką**. Tik retkarčiais naudosimės bendraisiais žymėjimais φ_t bei $\vec{\varphi}_t$.

Kad skaitytojas geriau suprastų ir geriau įsivaizduotų, **kuo skiriasi tiesioginis ir netiesioginis laiko poveikis į objekto būseną ir funkcionavimą**, 1.4.9. skyrelyje mes specialiai išnagrinėsime porą dinaminių sistemų, kurių vieną, vadinamą **klasikine dinamine sistema (KDS)**, būseną tiesiogiai nepriklauso nuo laiko t , o kitą, nepriklausančios KDS klasei, būseną tiesiogiai priklauso nuo laiko t . Lygindami tų dinaminių sistemų fazinius portretus (žiūr. 25. ir 26. to skyrelio paveikslus), mes galėsime pastebėti akivaizdų skirtumą tarp jų ir išsiaiškinti to skirtumo priežastis. Atsižvelgdami į tą skirtumą įsivesime **stacionarių ir nestacionarių dinaminių sistemų sąvokas**.

Baigdamas šį skyrelį, kurio tikslas buvo įvesti objekto būsenos sąvoką ir pailustruoti pavyzdžiais, kaip nustatoma objekto būsenų erdvė, pažymėsiu, kad **egzistuoja dvi objektų būsenų ir jų erdvių nustatymo metodologijos**. Jos skiriasi savo požiūriu į objektą ir būsenos bei jos kitimo erdvės nustatymo proceso formalizavimo lygiu.

Pirmosios metodologijos esmę sudaro tai, jog, ja naudojantis, į objektą žiūrima „išoriškai“ („makro“) – kaip į „**juodąją dėžę**“, kurios vidinė sudėtis, struktūra ir joje vykstantys vidiniai procesai mums nėra žinomi bei šiuo metu nėra nagrinėjami, –

ir todėl objekto būsenos vektorius $\bar{z}(t)$ įvedamas „išoriškai“ ir formaliai – kaip vektorius, kuris reikalingas vektoriaus $\bar{x}(t)$ papildymui, kad gautume vienareikšmiškai apibrėžtą vektoriaus $\bar{y}(t)$ koordinačių reikšmių priklausomybę nuo $\bar{x}(t)$ ir $\bar{z}(t)$ – vektorinę išėjimų funkciją $\bar{y}(t) = \bar{\varphi}(\bar{x}(t), \bar{z}(t))$. Tokį objekto būsenos nustatymo metodą dažnai vadina **makrometodu**. Jo taikymo pavyzdys – šiame skyriuje išnagrinėti eksperimentai su baigtiniu automatu – „juodąja dėže“ – ir tų eksperimentų rezultatų apdorojimas, nustatant automato būsenų erdvę, t. y. tos erdvės taškus – būsenas z_0, z_1 . Kitą pavyzdį skaitytojas galės gauti, atlikęs 1.3.13. užduotį.

„Juodosios dėžės „metodas, nors yra formalus ir gremėzdiškas, leidžia nustatyti jau minėtąją „pilnąją objekto būseną“, kartu su objekto įeiga x vienareikšmiškai apibrėžiančią objekto išėigą y . Sudėtingesniais atvejais neretai apsiribojama ne visų, o tik svarbiausių požymių bei tuos požymius vaizduojančių parametrų, charakterizuojančių objekto būseną, nustatymu, t. y. „praktiškai pilnos“ (nors teoriškai gal ir ne visai pilnos) būsenos nustatymu.

Antrosios metodologijos esmę sudaro tai, jog, ja naudojantis, stengiamasi iširti objekto vidinę sudėtį ir struktūrą, suprasti objekto viduje vykstančius procesus ir nustatyti, **nuo kokių objekto vidinių charakteristikų priklauso objekto išėjimų vektoriaus $\bar{y}(t)$ koordinačių reikšmės**. Objekto būsenų vektorius $\bar{z}(t)$ gaunamas matematiškai aprašant minėtasias objekto vidines („mikro“) charakteristikas, nuo kurių priklauso $\bar{y}(t)$. Nustatant tų charakteristikų galimo kitimo diapazonus, apibrėžiama objekto būsenų potencialioji erdvė $\hat{Z} = Z_1 \times Z_2 \times \dots \times Z_r$. Šis metodas dažnai vadinamas **mikrometodu**. Jis vartojamas, nustatant sudėtingų objektų – sistemų – būsenas (žiūr. medžiagų sandėlio vidinį matematinį modelį 1.10. skyriuje ir palygink jį su sandėlio išoriniu modeliu 1.4. skyriuje).

Matematinį modelių sudarymo praktikoje gana dažnai vartojami abu metodai, nes jie vienas kitą papildo: **sistemos elementų būsenos nustatomos, dažniausiai naudojantis makrometodu, o pačios sudėtingos sistemos būseną – mikrometodu**. Derėtų tik pažymėti, jog, nenustatę sistemos elementų būsenų „juodosios dėžės“ ar kokiu nors kitu makrometodu, mes negalėtume pilnai pasinaudoti ir mikrometodu sistemos būsenos nustatymui. Mikrometodą kartais vadina „**skaidriosios dėžės**“ metodu, o makro – ir mikrometodų sintezės taikymą – „**pilkosios dėžės**“ metodu.

1.3. skyriaus santrauka

Objekto būseną $\bar{z}$ vadinama tokia objekto charakteristika, kuri atspindi tai, kas susikaupė objekto viduje, kokie procesai jame vyksta ir kaip visa tai veikia objekto išėigą $\bar{y}$. Ši sąvoka analogiška „objekto atminties“ sąvokai. Išoriškai objekto būseną pasireiškia tuo, kad į visiškai vienodas įeigas objektas gali reaguoti skirtingomis išėigomis. Tuomet sakoma, jog objektas buvo skirtingose būsenose, ir ieškoma tų objekto požymių, kurių pasikeitimas iššaukė objekto reakcijos pasikeitimą. Tokių požymių visuma ir sudaro sąvokos „objekto būseną“ matematinio modelio turinį.

Objekto būsenos matematinis modelis yra būsenos vektorius $\bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_p, \dots, z_r)$, kurį sudaro būsenos vektoriaus koordinačių rinkinys. Kiekviena būsenos vektoriaus koordinatė atitinka kokį nors objekto požymį, nepriklausomą nuo kitų objekto požymių, kuriuo pasireiškia objekto būseną, įtakodama objekto išėigą. Kai tokių požymių yra tik vienas, tai būsenos vektorius $\bar{z}$ tampa **skaliaru** z .

Egzistuoja ir tokie objektai, kurių viduje niekas nesikaupia (t. y. objektas neturi jokios „atminties“) ir objekto išėiga vienareikšmiškai priklauso nuo jo įeigos. Tokių objektų būseną z laikoma konstanta, kuri niekur ir niekaip nepasireiškia, nedaro jokios įtakos objekto išėigai. Tokių objektų būseną kartais vadina trivialia ir ji tokio objekto matematiniam modelyje niekaip nežymima.

Objekto, turinčio **trivialią būseną**, pavyzdys – dvejetainis vienaskiltis sumatoriaus (žiūr. 1.4.1. skyrelį). Trivialią būseną turi ir iš tokių sumatorių sudarytas lygiagretaus veikimo n -ženklis dvejetainis sumatorius.

Objekto, turinčio **kintančią būseną, kurią galima atvaizduoti skaliaru**, pavyzdys – šiame skyriuje paminėtas bakelis, kuriame vandens lygis gali keistis: pilant į bakelį vandenį – kilti aukštin, ištekančiam vandeniui iš bakelio – slūgti žemyn. Šio objekto būseną $z=h$ gali keistis tolydžiai (žiūr. 1.4.4. skyrelį).

Kitas objekto, turinčio skaliarinę būseną, pavyzdys – nuoseklaus veikimo dvejetainis sumatorius (žiūr. 1.4.2. skyrelį). Jo būseną – skaliaras, galintis turėti tik dvi reikšmes, žymimas 0 ir 1, atitinkančias skirtingus elektros potencialo lygius **trigeryje** – schemeje, realizuojančioje to sumatoriaus „atmintį“. Šio objekto būseną keičiasi diskrečiai.

Objekto, turinčio **tokią būseną, kurios matematinis modelis yra vektorius**, pavyzdys – medžiagų sandėlis (žiūr. 1.4.5. skyrelį). Šiuo atveju objekto **būsenos modelis – hierarchinis vektorius** $\vec{z} = (\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{z}_3)$, kurį sudaro trys komponentės – trys vektoriai, kurių koordinačių reikšmės keičiasi diskrečiai.

Objekto ir proceso, kurio **būseną paprastas vektorius**, pavyzdys – šiame skyriuje išnagrinėtas procesas P_2 . To proceso būsenos modelis – vektorius $z=(z_1, z_2)$, kurį sudaro dvi koordinatės. Tų koordinačių reikšmės – tolydūs kintami dydžiai.

Nederėtų painioti skirtingų sąvokų: **būsenos koordinatės** ir **būsenos koordinatės reikšmės**. Pirmoji sąvoka reiškia kokį nors nepriklausomą požymį, kuriuo pasireiškia objekto būseną, o antroji – to požymio pasireiškimo intensyvumo įvertį, dažniausiai – kokį nors skaičių, nors **kartais tas įvertis gali būti ne kiekybinis, o kokybinis**, pavyzdžiui, žodžiai: „blogas“, „patenkinamas“, „geras“, „labai geras“.

Objekto „atmintis“ gali būti ne tik **trumpalaikė**, bet ir **ilgalaikė**. Objektų, turinčių ilgalaikę atmintį, būseną priklauso ne tik nuo ką tik įvykusių įvykių, bet ir nuo įvykių bei procesų, vykusių objekte praityje. Norint nustatyti tokio objekto **pilnąją būseną**, vienareikšmiškai apibrėžiančią kartu su objekto įeiga objekto išeigą, būtina žinoti **objekto priešistorę**. Objektai, kurių pilnės būsenos nustatymui reikalingos jų priešistorės žinios, jau nebegali būti vadinami **Markovo objektais**, nes **Markovo objektais vadinami tik tokie objektai, kurių išeiga nepriklauso nuo tų objekto funkcionavimo trajektorijų, atvedusių objektą į dabartinę būseną**, o priklauso tik nuo pačios objekto „**būsenos dabar**“ (t. y. nuo „**momentinės būsenos**“) bei nuo įėjimo $\vec{x}(t)$.

Visi aukščiau išvardinti objektai, apie kurių būsenas čia kalbėjome – Markovo objektai. Objekto, nesančio Markovo objektu, pavyzdys – žmogus, nes jo elgesys priklauso ne tik nuo jo dabarties, bet ir nuo jo praeities. Todėl, skiriant žmogų į atsakingas pareigas, domimasi jo biografija.

Sudarant tokių objektų funkcionavimo matematinius modelius, kai norima pasinaudoti matematiniu aparatu, sukurtu Markovo procesų aprašymui ir nagrinėjimui, įsivedama pagalbinė sąvoka, kurią mes pavadiname „**momentine daline būseną**“. Markovo procesams „dalinės būsenos“ sąvoka sutampa su „pilnosios būsenos“ sąvoka, kurią mes šio skyriaus pradžioje pavadiname tiesiog „būseną“ ir pažymėjome žymeniu $\vec{z}$. Procesams ir objektams, turintiems ilgalaikę atmintį, „momentinės dalinės būsenos“ sąvoka jau nebesutampa su minėtają būsenos sąvoka, kurią mes, kad atskirtume nuo „dalinės būsenos“ sąvokos, tokiais atvejais vadiname „**pilnąją būseną**“. Jos matematinis modelis – **pilnosios būsenos vektorius** – vaizduoja objekto būseną, kurią galima laikyti **praktiškai pilna**.

Kai svarbu atsižvelgti į objekto senėjimą, kuris, laikui bėgant, vyksta kiekviename objekte, bei į kokius nors kitus pokyčius objekto struktūroje bei sudėtyje, dėl kurių gali pasikeisti objekto funkcionavimo algoritmas ir objekto išeigos priklausomybė nuo jo įeigos ir būsenos, t. y. gali pasikeisti jo išėjimo funkcija $\vec{y} = \vec{\varphi}(\vec{x}, \vec{z})$, o ne tik jos argumentai $\vec{x}$ ir $\vec{z}$, tai būsenos vektorių papildo dar viena koordinatė – laiku t . Dažnai tenka papildyti ne tik išėjimo, bet ir **perėjimo funkcijų** argumentų sąrašą, įvedant dar vieną argumentą – jau minėtąjį laiką t . Taip daroma tada, kada objekto funkcionavimas priklauso nuo laiko ne tik **netiesiogiai** – per priklausančią nuo laiko objekto įėjimo trajektoriją $x(t)$, bet ir **tiesiogiai**, t. y., kai laikui bėgant, keičiasi objekto sandara ir veikimo algoritmas.

Tokiais atvejais objekto išėjimo funkcija užrašoma taip: $\vec{y} = \vec{\varphi}_t(\vec{x}, \vec{z}, t)$, o jo išėjimo trajektorija: $\vec{y}(t) = \vec{\varphi}_t(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t)$. Žymuo $\vec{\varphi}_t$ vaizduoja kintančią, laikui bėgant išėjimo $\vec{y}$ priklausomybę nuo įeigos $\vec{x}$ ir būsenos $\vec{z}$.

Egzistuoja du objekto būsenos nustatymo metodai: **makrometodas** ir **mikrometodas**. Šie metodai papildo vienas kitą, nes pirmuoju metodu nustatomos **atskirų objektų bei sistemos elementų būsenos**, o antruoju – **sudėtingų sistemų būsenos**.

Makrometodu objekto būseną nustatoma laikant, kad **objekto būseną $\bar{z}$ yra jo išėjimo funkcijos $\bar{y} = \bar{\varphi}(\bar{x}, \cdot)$ antrasis argumentas, papildantis pirmąjį – objekto įeigą $\bar{x}$ – taip, kad funkcija $\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{z})$ vienareikšmiškai apibrėžtų objekto išeigą $\bar{y}$** , t. y., leistų vienareikšmiškai apskaičiuoti objekto išeigos vektorį $\bar{y}$, žinant vektorius $\bar{x}$ ir $\bar{z}$ visų koordinatų reikšmes kiekvienu objekto kalendoriaus momentu t . Makrometodas – tai **išorinis objekto būsenos nustatymo metodas**.

Šiame skyriuje buvo pademonstruotas makrometodo, vadinamo „juodosios dėžės“ metodu, taikymas, nustatant baigtinio automato būsenas.

Kai objekto kalendorius tolydus ir objekto funkcionavimas aprašomas diferencialinėmis lygtimis, tai objekto būsenos nustatymui makrometodu galima pasinaudoti taip vadinamomis „**pradinėmis sąlygomis**“, išskiriančiomis iš diferencialinių lygčių sprendinių šeimos kurį nors vieną dalinį sprendinį, tenkinantį tas sąlygas. Tos sąlygos nusako nagrinėjamo objekto bei proceso pradinę būseną ir parenkamos taip bei jų skaičius parenkamas toks, kad tas sąlygas tenkintų vienas ir tik vienas diferencialinės lygties ar jų sistemos dalinis sprendinys. Toks būsenų vektoriaus nustatymo būdas šiame skyriuje pademonstruotas, nustatant procesų P_1 ir P_2 būsenas.

Kai į tiriamąjį objektą žiūrime kaip į sistemą ir nagrinėjame tos sistemos vidinę sandarą, tai tokiu atveju sistemos būsenos nustatymui galima naudotis mikrometodu, vadinamu dar ir „skaidriosios dėžės“ metodu. Nustatę sistemos elementų būsenas, visos sistemos būsenų potencialiąją erdvę galime apibrėžti kaip sistemos elementų būsenų erdvių dekartinę sandaugą. Žinoma, **reali sistemos būsenų erdvė gali būti žymiai mažesnė už potencialiąją**. Apie priežastis, dėl kurių taip gali atsitikti, mes jau kalbėjome 1.2. skyriuje, išvardindami kai kuriuos erdvių apribojimus.

Nustatant sistemos būseną mikrometodu, o taip pat jos elementų būsenas makrometodu, gana dažnai atsižvelgiama ne į visus objekto požymius, kurie nusako objekto būseną ir kartu su objekto įeiga vienareikšmiškai apsprendžia objekto išeigą. Tokiais atvejais **vietoj pilnos objekto būsenos nustatymo tenkinamasi artutine (kitais tariant, irgi „daline“), t. y. tik „praktiškai pilna“ objekto būseną**. Tokia „dalinė būseną“, nors tam tikra prasme yra analogiška toms „momentinėms dalinėms būsenoms“, apie kurias jau kalbėjome, aptardami objektus ir procesus, nepatenkančius į Markovo procesų klasę, tačiau nesutampa su jomis, nes „momentinės dalinės būsenos“ yra **dalinės laiko, kurį aprėpia objekto atmintis, atžvilgiu**, o pastaroji „dalinė būseną“ yra **dalinė būseną charakterizuojančių požymių aprėpimo atžvilgiu**.

Objekto būsenos sąvoka – labai svarbi sąvoka. Ji reikalinga ne tik sudarant objekto išorinį modelį ir nagrinėjant objekto funkcionavimą, bet ir sudarant vidinius modelius, projektuojant naujas sistemas, apskaičiuojant objektų funkcionavimo trajektorijas. Šia sąvoka tenka naudotis tiriant sistemų funkcionavimo stabilumą ir tokius staigius pokyčius jose, kuriuos nagrinėja katastrofų* teorija. Tačiau ši sąvoką įsisavinama nelengvai ir ne visada teisingai. Jos įsisavinimą apsunkina ta aplinkybė, kad sąvokos „būseną“ denotatas, nustatant objekto būseną makrometodu, nėra tiesiogiai stebimas. Jis pasireiškia netiesiogiai, t. y. tik tuo, jog **objektas kartais į tapačius aplinkos poveikius gali reaguoti skirtingai**. Iš to mes darome išvadą, kad turi egzistuoti kažkas, esantis tų skirtumų priežastimi. **Tas „kažkas“ ir buvo pavadintas kintančia objekto būseną**.

Antra sunkinanti teisingą būsenos suvokimą aplinkybė – būsenos formavimuisi įtakos gali turėti ne tik objekto dabartis, bet ir jo praeitis, o kartais – ir prognozuojama ateitis. Todėl objekto būsenos sąvokos pakankamai pilnas ir teisingas suvokimas yra gana ilgo iteracinio proceso rezultatas ir todėl yra ne tik šio skyriaus, bet ir viso sistematikos kurso vienas gana svarbių tikslų.

Išsiaiškinamos sąvokos

abstrakti sąvoka

adaptacija

aperiodinis

apibrėžimas

aritmetinis ESM įrenginys

asinchroninis automatas

baigtinis automatas

baitas

bendrasis sprendinys

ateities poveikis

atminties ilgumas

atmintis

automatas

automatas su priešistore

automato portretas

bitas

Bulio funkcija

būseną

* Apie katastrofų teoriją žiūr. 1.4.9. skyrelio pabaigą.

„būsena dabar“
būsenos kitimo trajektorija
būsenos stabilumas ir nestabilumas

curriculum vitae

„dalinė būsena“
„dalinė būsena dabar“
dalinė funkcija
dalinis sprendinys
dekartinė sandauga
delsa

eksplicitinis apibrėžimas
elektroninė skaičiavimo mašina (ESM)

fazinė erdvė
fazinė trajektorija
fazinis portretas

hierarchinis pilnosios būsenos vektorius

įėjimo poliai
įėjimo, išėjimų ir perėjimų grafas
ilgalaikė atmintis
implicitinis apibrėžimas
informacinis modelis

„juodosios dėžės“ metodas

katastrofų teorija
kiekybinis įvertis
kinetinė energija
kintanti priklausomybės forma
klasikinė dinaminė sistema (KDS)
kokybinis įvertis

laminarinis tekėjimas

makrometodas
Markovo grandinė
Markovo objektas
Markovo procesas
mikrometodas

„nesenstantis“ objektas
nestacionari dinaminė sistema

objektas
objekto išorinis modelis

perėjimo funkcija
perteklinis kodas
„pilkoji dėžė“
„pilnoji būsena“
pilnosios būsenos vektorius
pirminė sąvoka
potenciali būsenų erdvė

būsenos vektorius
būsenų erdvė
būsenų erdvės transformacija

diferencialinė lygtis
diferencialinių lygčių ir jų sistemų sprendinių šeima
dinaminė sistema
diskreti Markovo grandinė
dvejetainis vienaskiltis sumatorius (DVS)

ESM procesorius
e.v.j.

fizinis poveikis
funkcionaliai ekvivalenčios schemas
funkcionavimo trajektorija

informacinis poveikis
išėjimo funkcija
išėjimo poliai
išorinis matematinis modelis

kompiuterio „atminties“ apimtis
kompleksinė trajektorija
koordinatų kodavimas
koordinatė
koordinatės reikšmė

lygiagretaus veikimo dvejetainis sumatorius (LDVS)

minimali būsenų erdvė
mišri Markovo grandinė
modernizacija
„momentinė dalinė būsena“
multivibratorius

netiesioginis poveikis
nuoseklaus veikimo dvejetainis sumatorius (NVDS)

objekto poliai

potencinė energija
pradinės sąlygos
„praktiškai pilna būsena“
priešistorė
priešistorės ilgis
„pseudomarkovinio proceso“ modelis

reali būsenų erdvė registas	rekurentinė Bulio funkcija
sinchroninis automatas „skaidrioji dėžė“ skalioaras slopstantys virpesiai	Stacionari dinaminė sistema strata superpozicijos operacija
taktas teiginių algebros dalinė funkcija „teoriškai pilna būseną“ tiesinė transformacija tiesioginis poveikis	tolydi Markovo grandinė trigeris trigerinis registras triviali būseną trumpalaikė atmintis
vektoriaus koordinatė vektorius vėlinimas vėluojančio argumento lygtis	verbalinis modelis virpesiai virpesių kontūras

UŽDUOTYS

1.3.1. Grįžkite prie užduoties 1.1.3. ir suformuluokite atsakymus į toje užduotyje pateiktus klausimus. Palyginkite tuos atsakymus su atsakymais, Jūsų suformuluotais anksčiau. Ar gali vien tik naujų sąvokų įvedimas (net nelydimas naujų faktų bei dėsningumų nustatymu ir naujų dėsnių formulavimu) praturtinti ir patikslinti mūsų žinias? Pasistenkite pagrįsti savo atsakymą. Pabandykite apibūdinti matematinės kalbos ir matematikos aparato reikšmę matematikoje ir apskritai moksle. Paaiškinkite, kodėl tų fizikos reiškinių, kurie dabar laikomi paprastais, aprašymai 16–17 amžių mokslinėje literatūroje buvo gana gremėzdžiški, palyginus su dabartiniais.

1.3.2. Aprašykite gazuoto vandens ar kavos pardavimo automato įėjimų ir išėjimų erdves. Ar tokio aparato veikimo aprašymui reikalinga būsenos sąvoka? Pabandykite aprašyti tokio automato išėjimo funkciją lentelių ir matematinės logikos kalbos pagalba.

1.3.3. Labai dažnai gazuoto vandens pardavimo automatai, skirti įvairių rūšių gazuoto vandens pardavimui (su apelsinų sirupu, su kriaušių sirupu, be sirupo ir pan.), aptarnaujančio personalo įėgomis „modernizuojami“, pritaikant tik dviejų rūšių gazuoto vandens (su sirupu ir be jo) pardavimui. Ar tokio automato (skaitant jį pakrautu ir nesugedusiu) išėjimo nustatymui pakanka žinoti tik jo įėjimą, ar reikalingas dar ir jo būsenos žinojimas? Sudarykite tokio automato išėjimo funkciją ir principinę loginę jo schemą.

1.3.4. Pasinaudodami schema, parodyta 10 pav., raskite proceso P_1 fazinę trajektoriją tuo atveju, kai proceso P_1 būseną charakterizuoja sukaupta kondensatoriuje C potencinė energija. Kokie kiti proceso P_1 parametrai gali būti to proceso būsenos koordinatėmis?

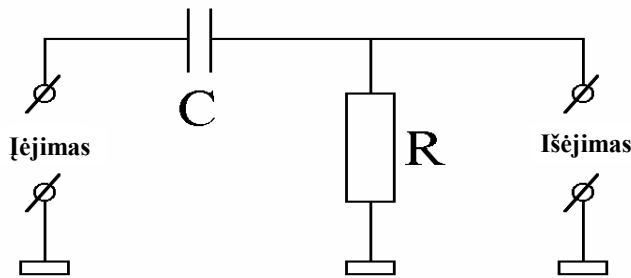
1.3.5. Gaukite proceso P_2 būsenos koordinatę z_1 ir z_2 priklausomybės nuo laiko t matematines išraiškas, kai $R_2 > 0$ ir $R_2^2 C^2 - 4LC < 0$. Įrodykite, kad tuo atveju fazinę proceso trajektoriją bus tokia, kaip pavaizduota 12 pav.

Kaip atrodys ta trajektorija, kai $R_2^2 C^2 - 4LC > 0$ ir kai $R_2^2 C^2 - 4LC = 0$?

1.3.6. Išnagrinėkite elektros grandinę, vadinamą diferencijavimo grandele, kurios schema parodyta 17 pav. Kokią grandelėje vykstančio proceso charakteristiką būtų galima laikyti grandelės būseną? Kiek koordinatę turi grandelės būsenos vektorius $\vec{z}$?

Aprašykite matematiškai grandelės būseną ir nubrėžkite jos fazinę trajektoriją bei fazinį portretą tam atvejui, kai grandelės įeiga $U_{\text{įej}}(t) = x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ a = \text{const.}, & t \geq 0, \end{cases}$ o $u_c(0) = 0$. Gaukite grandelės

išėjimo funkcijos $U_{\text{is}}(t) = y(t) = f(x(t), z(t))$ matematinę išraišką. Kaip keisis įtampa $u_c(t)$ tarp kondensatoriaus polių?



17 pav.

1.3.7. Iš indo 1, pavaizduoto 18 pav., pro siaurą angą 2, kurios skersinio pjūvio plotas σ , vandens stulpo 3 ir labai plono dangčio 4 spaudžiamas teka vanduo. Aprašykite matematiškai šį procesą, jei duota, kad indo skersinio pjūvio plotas yra nepalyginamai didesnis, negu σ ir lygus S , pradinis vandens stulpo aukštis $h(0)=H_0$, dangčio masė m_1 . Paprastumo dėlei tarkite, kad vanduo nesuspaudžiamas ir jo trintis į indo sienelės ir tarp vandens sluoksnių tokia maža, jog ją galima laikyti nesančia, o vandens ištekėjimo procesą – laminarinį.

Sudarykite objekto išėjimo funkciją, pasirinkę išėjimo koordinatę vandens kiekį, ištekančią per laiko vienetą, t. y. ištekančio vandens greitį. Aprašykite analiziškai ir grafiškai objekto fazinę trajektoriją. Aprašykite objekto būsenų erdvę. Kiek ji turi koordinačių? Kokiose ribose gali keistis tų koordinačių reikšmės?

1.3.8. Įmonė turi sandėlį, skirtą gaunamoms medžiagoms priimti, saugoti ir išdavinėti įmonės cechams pagal iš cechų gaunamus reikalavimus, jei pareikalavimų apimtis neviršija nustatytų kiekvienam cechui ir kiekvienai medžiagai mėnesinių limitų. Sandėlio įėjimų vektorius turi hierarchinę struktūrą, t. y.

$$\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3), \text{ kur}$$

$$\bar{x}_1 = (x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,i}, \dots, x_{1,n-1}, x_{1,n}),$$

$$\bar{x}_2 = (x_{2,1,1}, x_{2,1,2}, \dots, x_{2,1,j}, \dots, x_{2,1,m}, x_{2,2,1}, \dots, x_{2,2,j}, \dots, x_{2,2,m}, \dots, x_{2,i,j}, \dots, x_{2,n,m}),$$

$$\bar{x}_3 = (x_{3,k,1,1}, x_{3,k,1,2}, \dots, x_{3,k,i,j}, \dots, x_{3,k,n,m}).$$

Čia i – medžiagos kodas (medžiagos identifikatorius); n – įvairių medžiagų rūšių skaičius; j – cecho numeris; m – cechų skaičius; $x_{1,i}(t)$ – medžiagos i , pristatytos į sandėlį per parą t , kiekis; $x_{2,i,j}(t)$ – medžiagos i , užprašytos cecho j parai t , kiekis; $x_{3,k,i,j}(t)$ – medžiagos i limitas k -jam mėnesiui cechui j , įsivedamas įmonėje tam, kad būtų normuojamas medžiagų sunaudojimas cechuose, t. y., kad jis negalėtų viršyti gamybos procesui reikalingų dydžių.

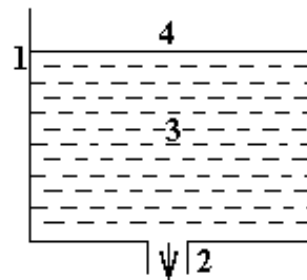
Sandėlio išeigą galima aprašyti vektoriumi $\bar{y}(t) = (y_{1,1}(t), \dots, y_{ij}(t), \dots, y_{n,m}(t))$, kur $y_{ij}(t)$ – medžiagos i , išduotos iš sandėlio cechui j per parą t , kiekis.

Sudarykite sandėlio būsenos vektorių $\bar{z}$, aprašykite būsenų erdvę Z ir pabandykite analiziškai aprašyti sandėlio išėjimo funkciją ir fazinę sandėlio trajektoriją. Kodėl sandėlio būsenos vektoriumi irgi tikslinga suteikti hierarchinę struktūrą?

Paišrinkite, kodėl parduotuvėse netaikomi parduodamų prekių limitai ir kodėl karo metais bei sovietmečiu tokie limitai buvo taikomi.

1.3.9. Išnagrinėkite, ar visi 2-sios lentelės eksperimentai reikalingi automato būsenų erdvės nustatymui. Išrinkite iš aprašytųjų 2-joje lentelėje eksperimentų aibės minimalų poaibį, kurio užtektų automato būsenų erdvės nustatymui. Pasinaudodami 11-tąja lentele, sudarykite minimalų 2-sios lentelės variantą, t. y. tokį variantą, kuris, turėdamas minimalų eilučių skaičių, leistų pilnai išsiaiškinti ir nustatyti automato minimalią būsenų erdvę.

1.3.10. Nustatykite maksimalų galimą automato minimalios būsenų erdvės taškų skaičių, jei žinoma, kad jo įėjimų erdvė turi 3 taškus, o išėjimų – 2 taškus. Kiek taškų gali turėti automato būsenų erdvė, jei įėjimų erdvė turi 2 taškus, o išėjimų erdvė – 3 taškus? Kiek taškų galėtų turėti automato minimali būsenų erdvė tuo atveju, kai automato įėjimo abėcėlę sudarytų n raidžių, o išėjimo abėcėlę – m raidžių?



18 pav.

Įrodykite, jog 1.2.7. užduotyje aprašyto baigtinio automato, turinčio n įėjimų ir m išėjimų ir

esančio Markovo sistema, būsenų erdvė negali turėti daugiau nei $\left(\prod_{j=1}^m k_j\right)^{\prod_{i=1}^n k_i}$ skirtingų taškų.

1.3.11. Pasinaudodami 11-ja lentele ir vektorių koordinačių reikšmių kodavimu dvejetainiais kodais, gaukite automato išėjimo funkcijas, užrašytas matematinės logikos kalba.

1.3.12. Raskite automato, kurio išėjimų-perėjimų grafas pavaizduotas 16 pav., išėjimų funkcijas ir užrašykite jas matematinės logikos kalba.

1.3.13. Nustatykite determinuoto automato, turinčio valdymo mygtuką „u“ ir tuo mygtuku kiekvieno įėjimo žodžio pradžioje pervedamo į pradinę būseną, minimalią būsenų erdvę (tos erdvės taškus), jei, eksperimentuodami su tuo automatu, mes gavome tokius rezultatus (žiūr. 13-tąją įėjimų-išėjimų lentelę).

13. lentelė

Eil. nr.	Įėjimo žodis	Išėjimo žodis	Eil. nr.	Įėjimo žodis	Išėjimo žodis	Eil. nr.	Įėjimo žodis	Išėjimo žodis
1	x_0	y_1	13	$x_1 x_1 x_0$	$y_1 y_0 y_1$	25	$x_1 x_0 x_1 x_0$	$y_1 y_0 y_0 y_1$
2	x_1	y_1	14	$x_1 x_1 x_1$	$y_1 y_0 y_0$	26	$x_1 x_0 x_1 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_0$
3	$x_0 x_0$	$y_1 y_1$	15	$x_0 x_0 x_0 x_0$	$y_1 y_1 y_1 y_1$	27	$x_1 x_1 x_0 x_0$	$y_1 y_0 y_1 y_1$
4	$x_0 x_1$	$y_1 y_1$	16	$x_0 x_0 x_0 x_1$	$y_1 y_1 y_1 y_1$	28	$x_1 x_1 x_0 x_1$	$y_1 y_0 y_1 y_0$
5	$x_1 x_0$	$y_1 y_0$	17	$x_0 x_0 x_1 x_0$	$y_1 y_1 y_1 y_0$	29	$x_1 x_1 x_1 x_0$	$y_1 y_0 y_0 y_0$
6	$x_1 x_1$	$y_1 y_0$	18	$x_0 x_0 x_1 x_1$	$y_1 y_1 y_1 y_0$	30	$x_1 x_1 x_1 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_1$
7	$x_0 x_0 x_0$	$y_1 y_1 y_1$	19	$x_0 x_1 x_0 x_0$	$y_1 y_1 y_0 y_0$	31	$x_1 x_1 x_1 x_0 x_0$	$y_1 y_0 y_0 y_0 y_0$
8	$x_0 x_0 x_1$	$y_1 y_1 y_1$	20	$x_0 x_1 x_0 x_1$	$y_1 y_1 y_0 y_0$	32	$x_1 x_1 x_1 x_0 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_0 y_1$
9	$x_0 x_1 x_0$	$y_1 y_1 y_0$	21	$x_0 x_1 x_1 x_0$	$y_1 y_1 y_0 y_1$	33	$x_1 x_1 x_1 x_1 x_0$	$y_1 y_0 y_0 y_1 y_1$
10	$x_0 x_1 x_1$	$y_1 y_1 y_0$	22	$x_0 x_1 x_1 x_1$	$y_1 y_1 y_0 y_0$	34	$x_1 x_1 x_1 x_1 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_1 y_1$
11	$x_1 x_0 x_0$	$y_1 y_0 y_0$	23	$x_1 x_0 x_0 x_0$	$y_1 y_0 y_0 y_0$	35	$x_0 x_1 x_0 x_1 x_0$	$y_1 y_1 y_0 y_0 y_1$
12	$x_1 x_0 x_1$	$y_1 y_0 y_0$	24	$x_1 x_0 x_0 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_0$	36	$x_1 x_0 x_1 x_0 x_1$	$y_1 y_0 y_0 y_1 y_0$

Sudarykite šio automato išėjimų-perėjimų lentelę ir gaukite išėjimo funkcijos analizinę išraišką. Ar buvo galima nustatyti šio automato būsenų erdvę, eksperimentuojant su juo (t. y., taikant „juodosios dėžės“ metodą), bet nesinaudojant mygtuku „u“? Atsakymą pagrįskite.

1.3.14. Paaiškinkite, kodėl 1.3. skyriaus pabaigoje paminėtas pirmasis objekto būsenų nustatymo metodas vadinamas makrometodu, o antrasis – mikrometodu. Suraskite daugiau makrometodo ir mikrometodo taikymo pavyzdžių, negu buvo nurodyta 1.3. skyriaus pabaigoje.

1.3.15. Šiame skyriuje aprašytą automato minimalios būsenų erdvės ir jo išorinio modelio nustatymo metodą vadina „juodosios dėžės“ metodu? Kodėl šį metodą taip pavadino? Kokį metodą Jūs pavadintumėte „skaidriosios dėžės“ metodu? O „pilkosios dėžės“ metodu?

1.3.16. Įvertinkite kokio nors konkretaus kompiuterio (pavyzdžiui, to kompiuterio, su kuriuo Jūs dirbate) galimų būsenų ir jo būsenų vektoriaus, išreikšto dvejetainėje sistemoje, koordinačių skaičių.

1.3.17. Pabandykite pagrįsti sąvokų „būsena“ ir „atmintis“ giminingumą. Kaip būtų galima matematiškai modeliuoti gyvųjų sistemų atmintį, imituojant ją kompiuteriu? Kaip būtų galima imituoti populiacijos „atmintį“ ir paveldimumo procesą – genetinio kodo perdavimą ateinančiai kartai? Kas, Jūsų nuomone, yra „fizinė“, o kas – „informacinė“ atmintis? Ar tos sąvokos skiriasi principaliai, ar tai – vienos ir tos pačios sąvokos skirtingos interpretacijos? Kuo skiriasi objekto fizinė būsena nuo jos matematinio modelio?

1.3.18. Sekančiame (1.4.) skyriuje bus nagrinėjami išoriniai objektų modeliai, o 1.10. skyriuje – sistemų vidiniai modeliai. Kuriuos iš jų Jūs pavadintumėte makromodeliais, o kuriuos – mikromodeliais? Kodėl? Kokie būsenos nustatymo metodai naudojami sudarant makromodelius, o kokie – mikromodelius? Atsakymus iliustruokite pavyzdžiais.

1.3.19. Kodėl ir kaip atsirado „dalinės būsenos“ bei „momentinės dalinės būsenos“ sąvokos? Ar visada mes galime būti tikri, kad žinome nagrinėjamo objekto ar sistemos „pilnąją būseną“? Kodėl? Ar galima teigti, kad sąvokos „dalinė būsena“ ir „pilnoji būsena“ vis dėl to yra reliatyvios? Kodėl? Kuo skiriasi „teoriškai pilna būsena“ nuo „praktiškai pilnos būsenos“? Atsakymus iliustruokite pavyzdžiais.

1.3.20. Pateikite pavyzdį objekto, kurį, sudarant jo išorinį sisteminių modelių, galima laikyti „nesenstančiu“, ir pavyzdį objekto, kurį, sudarant jo matematinį modelį, privalu laikyti „senstančiu“. Kuo skiriasi tų objektų būsenos ir jų matematiniai modeliai?

1.3.21. Sudarykite baigtinio determinuoto automato įėjimų ir išėjimų lentelę, kuri, būdama struktūriškai panaši į 13-ją lentelę, savo turiniu skirtųsi nuo pastarosios tuo, kad tą lentelę atitinkantis automatas turėtų penkias skirtingas būsenas. Ką reiktų pakeisti 13-joje lentelėje, kad gautume automata, turintį daugiau nei keturias skirtingas būsenas?

Pasinaudodami sudarytąja lentele, gaukite to automato informacinį išorinį modelį, t. y. lentelę, analogišką 11-jai lentelei, ir sudarykite jo perėjimų ir išėjimų grafą, analogišką grafui, pateiktam 15 pav.

1.3.22. Ar, naudojantis „juodosios dėžės“ metodu, t. y. keičiant objekto įėjimą ir galint stebėti objekto išėjimą, galima būtų nustatyti determinuoto baigtinio automato skirtingų būsenų skaičių, neturint mygtuko „u“ (žiūr. 14 pav.), grąžinančio automata į pradinę būseną? Savo atsakymą pagrįskite.

1.3.23. Kodėl objekto būseną nustatyti yra sunkiau negu objekto įėjimus ir išėjimus? Kaip būtų galima įsitikinti, kad objektas turi trivialią būseną?

Kaip jūs nustatytumėte „juodosios dėžės“ metodu, ar baigtinis automatas yra determinuotas, ar stochastinis?

1.3.24. Pasidomėję VU MIF Matematinės statistikos katedroje, kaip studentai rašo ir pateikia referatus, skirtus sistemos tyros temoms, parašykite referatą, skirtą 1.3. skyriaus „Objekto būseną“ temai.

Pasistenkite sugalvoti tokį šio savo referato pristatymo studentų auditorijai būdą, kuris leistų Jūsų pristatymo klausytojams ir žiūrovams kuo pilniau ir kuo tiksliau suvokti, kas yra „objekto būseną“ bei kur ir kaip ta sąvoka taikoma, kokios problemos kyla, aprašant objektą, kurie nėra Markovo objektai, būseną ir kaip tos problemos sprendžiamos.

Ką Jūs esate girdėję apie objektų ir sistemų būsenos stabilumą ir nestabilumą? Ką jūs esate girdėję apie katastrofų teoriją? Ar negalėtų šios žinios papildyti tai, ką studentai sužinojo, studijuodami 1.3. skyrių, ir sudominti Jūsų referato pristatymo klausytojus?

Prieš rašydami referatą, pasiteiraukite dėstytojo, kokią papildomą literatūrą šia tema jis parekomenduotų pastudijuoti.